

实验三 物理层信道容量分析实验

实验目的与要求

1. 了解什么是凸优化问题;
2. 学会使用 Matlab CVX 工具箱解决最优功率分配问题, 使得信道容量最大化;
3. 了解注水算法;

实验环境

电脑, Matlab, CVX 工具箱

实验内容

一、背景知识简介:

1. 凸优化问题:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f_0(x) \\ & \text{subject to} && f_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & && h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, p \end{aligned}$$

其中: f_0 和 f_i 是凸函数, h_i 是仿射的。通常, f_0 被称作目标函数, f_i 和 h_i 被称作约束条件。

2. 使用 CVX 工具箱解决凸优化问题

```
cvx_begin                                %cvx开始标志
    variable x(n, 1);                   %声明优化变量是维度为n的x
    minimize( f0(x) );                   %最小化目标函数f0(x)
    subject to                             %x的约束条件
        f_i(x) >= 0;
        A * x - b == 0;
cvx_end                                  %cvx结束标志
```

注: 运行结束后, 会产生两个变量cvx_optval (目标函数的值) 和cvx_status (描述问题是否解决的字符串)。

可以参考如下例子:

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \sum_{i=1}^n \log(x_i + a_i) \\ & \text{subject to} && x \geq 0, \mathbf{1}^T x = 1 \end{aligned}$$

代码:

```
n = 10;
a = rand(n, 1);
```

```

cvx_begin
    variable x(n);
    maximize( sum( log(x+a) ) );
    subject to
        x >= 0;
        ones(1,n) * x == 1;
cvx_end

```

二、实验步骤

1. 深入理解最优功率分配问题。

考虑 $T = 10$ 个时隙。在每个时隙 i ，发射机的发射功率为 P_i (W)，发射机到接收机的信道状态与接收机的背景噪声的比值为 a_i 。假设单位带宽，则收发机之间 T 个时隙的总信道容量可表示为 $\sum_{i=1}^T \log_2(1 + P_i a_i)$ 。考虑发射机的发射功率之和不能超过 $P_{\max}=1$ (W)。发射机的最优功率分配问题可以表示成如下凸优化问题：

$$\begin{aligned}
 & \text{maximize } \sum_{i=1}^T \log_2(1 + P_i a_i) \\
 & \text{subject to } P_i \geq 0, \sum_{i=1}^T P_i = 1
 \end{aligned}$$

2. 求解方法一：使用 CVX 找出最优的功率分配，其中每一个时隙的 a_i 可用 Matlab 命令 $a=\text{rand}(T,1)$ 产生。给出代码与运行结果，以及最优功率分配。

3. 求解方法二：注水算法

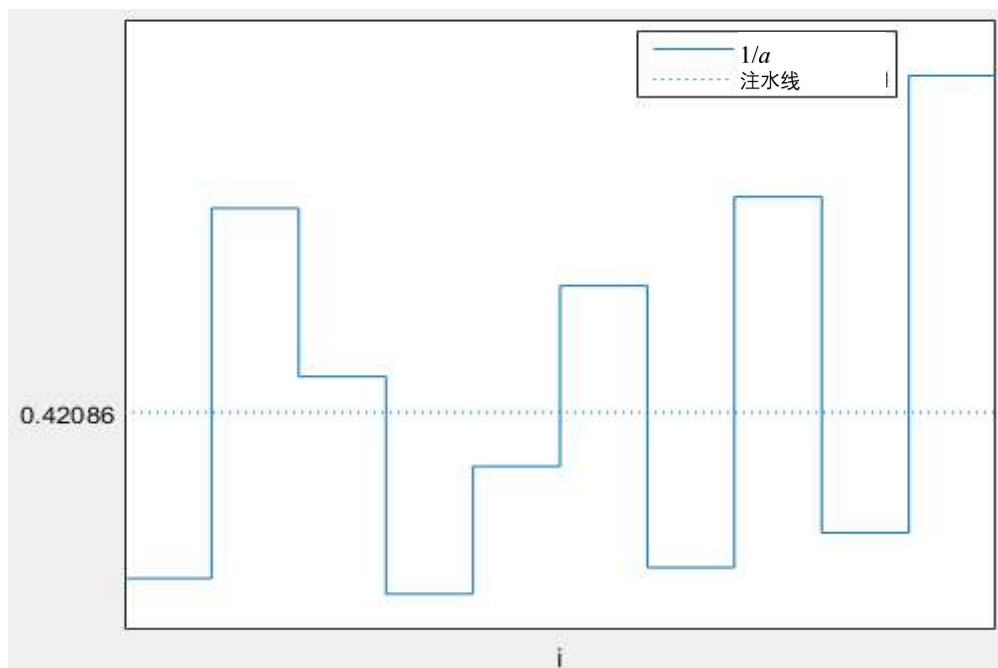
最优功率分配问题除了可以用 CVX 找出数值解，还可以应用凸优化数学分析的方法找出解析解。其解析解可以表示为：

$$P_i = \left(\frac{1}{\ln 2 * \lambda} - \frac{1}{a_i} \right)^+ \quad (1)$$

其中， $(x)^+$ 表示 $\max(0, x)$ ， λ 是一个保证 $\sum_{i=1}^{10} \left(\frac{1}{\ln 2 * \lambda} - \frac{1}{a_i} \right)^+ = 1$ 成立的常数。基于此解析解，可得出实现功率分配的注水算法，其中 $\frac{1}{\ln 2 * \lambda}$ 称为注水线。

4. 思考并回答以下问题：

- 1) 思考公式(1)是如何得到的？
- 2) 思考为什么称作注水算法。注水线，信道状态 a ，与功率分配的关系如何？
- 3) 找出注水线的具体值
- 4) 利用 Matlab 画出类似于下图的结果图



其中，横轴是时隙，纵轴是数值，虚线是注水线。

由此图可以直观地看出应该如何根据信道状态“注水”，实现最优功率分配。

提示：找出注水线 $v = \frac{1}{\ln 2 * \lambda}$ 后，可参考下面的 Matlab 代码画出结果图

```
z = [];  
for i = 0:n-1  
    y = 1/a(i+1);  
    z = [z; i y; i+1 y];  
end  
figure(1);  
plot(z(:,1), z(:,2));  
line([0 n], [v v], 'linestyle', ':');  
xlabel('i');  
legend('1/a', '注水线');  
set(gca, 'xtick', [], 'ytick', []);  
text(-1.2, v, num2str(v));
```