सम्बन्ध एवं फलन: गणितीय रिश्तों का सारणीकरण

मेरे भाई, तुमने बिल्कुल सही कहा! NCERT की भाषा कभी-कभी सिर के ऊपर से निकल जाती है। चलो, इस पूरे चैप्टर **'सम्बन्ध एवं फलन'** को एक कहानी की तरह आसान भाषा में समझते हैं ताकि तुम **"जीरो से हीरो"** बन सको।

इस चैप्टर के मुख्य चार पिलर हैं:

1. सम्बन्ध (Relations) - रिश्तों का गणित

किसी सेट में सम्बन्ध का मतलब है कि उसके सदस्य आपस में कैसे जुड़े हैं।

स्वतुल्य (Reflexive)

खुद से प्यार।
यानी सेट के हर नंबर का खुद के साथ रिश्ता होना चाहिए, जैसे: $(a,a) \in R$

सममित (Symmetric)

जैसा इधर से, वैसा उधर से।
अगर a का रिश्ता b से है, तो b का भी a से होना चाहिए।

संक्रामक (Transitive)

कड़ी से कड़ी जोड़ना।
अगर $a \to b$ है और $b \to c$ है, तो $a \to c$ का रिश्ता भी होना चाहिए।

तुल्यता सम्बन्ध (Equivalence Relation)

जब कोई रिश्ता ऊपर वाले तीनों टेस्ट पास कर ले, तो उसे **'तुल्यता सम्बन्ध'** कहते हैं।

तुल्यता वर्ग (Equivalence Class)

यह उन लोगों का ग्रुप है जो एक-दूसरे से जुड़े होते हैं।

---

2. फलन (Functions) - इनपुट और आउटपुट का खेल

एकैकी (One-One / Injective)

'एक का एक'।
यानी हर अलग इनपुट का एक अलग और अनोखा आउटपुट होना चाहिए।

आच्छादक (Onto / Surjective)

'कोई खाली न रहे'।
यानी सहप्रांत (Codomain) के हर नंबर के लिए पीछे कोई न कोई इनपुट जरूर होना चाहिए।

एकैकी आच्छादी (Bijective)

जो फलन दोनों टेस्ट पास कर ले, वही सबसे पावरफुल होता है।

---

3. संयोजन और प्रतिलोम (Composition and Inverse)

संयोजन ($g \circ f$)

दो मशीनों को जोड़ना।
पहले x को f मशीन में डालो, फिर जो निकले उसे g मशीन में डाल दो।

प्रतिलोम (Inverse)

वापसी का रास्ता।
यह केवल तभी मुमकिन है जब फलन **'एकैकी आच्छादी'** हो।

अगर तुम सीधे रास्ते (f) से गए हो, तो उसी रास्ते से वापस (f^{-1}) भी आ सको।

---

4. द्वि-आधारी संक्रियाएँ (Binary Operations)

यह बस जोड़ने, घटाने या गुणा करने का एक नियम है।

नियम

दो नंबरों पर काम करो और जवाब उसी सेट (घर) का आना चाहिए।

क्रमविनिमेय (Commutative)

नंबरों को आगे-पीछे करने से जवाब न बदले: $a * b = b * a$

साहचर्य (Associative)

ब्रैकेट कहीं भी लगाओ, उत्तर वही रहे: $(a * b) * c = a * (b * c)$

तत्समक (Identity - e)

वह जादुई नंबर जो किसी को नहीं बदलता: $a * e = a$

प्रतिलोम (Inverse)

वह नंबर जो संक्रिया करने पर जवाब में **'तत्समक'** ला दे: $a * b = e$

भाई का गुरु-मंत्र

पूरे चैप्टर का निचोड़ यही है कि गणित बस रिश्तों और मशीनों का सही तालमेल है।

अगर तुम **'एकैकी'** और **'आच्छादक'** समझ गए, तो समझो आधा चैप्टर तुम्हारी मुट्ठी में है।

क्या अब यह समरी तुम्हें आसान लग रही है?

अब क्या हम **विविध प्रश्नावली (Miscellaneous Exercise)** शुरू करें या कुछ और समझना है?