

2020年10月28日

DoG (Difference of Gaussian) 画像

XDoG の論文を基に説明する。

DoG とは

勾配ベースの輪郭検出

既存の *Sobel* や *Prewitt* フィルタは、小さなカーネルを近傍画素に適用することによって輪郭を検出していた。

こういったアルゴリズムは、高速に動作するものの、ノイズに対しても敏感であることが問題。

そこで、高周波成分を除去するために、事前に画像にぼかしをかけるといったことが行われてきた。

ラプラシアンベースの輪郭検出

ラプラシアンフィルタの元論文は[Theory of edge detection](#)

Canny 検出より以前に、二次導関数から、そのゼロ交差を検出するカーネルが提案されている。Marr と Hidereth によるラプラシアンフィルタはその代表的な例である。

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

ラプラシアンフィルタは二次導関数を基に輪郭検出を行うので、ノイズに対して非常に敏感であるという問題がある。そのため、ノイズはブラー (ぼかし) をかけて解消する。

任意の高周波成分にぼかしを欠けたいといった際にはガウシアンフィルタが非常に有効。

2020年10月28日

なぜガウシアンなのか？

Marr and Hildreth(1980) の主張

- 理想的な平滑フィルタは
 - 周波数領域でも滑らかでかつ局在しているべきである。
(平滑化とはそもそも大域制限すること)
 - 空間領域で滑らかでかつ局在しているべきである。
(空間的な明るさの変化は、照明の変化や物体の境界などのように局所的なモノによって発生する)
- 周波数領域え局在化していることと、空間領域で局在化していることは相反する要求。
- この相反する要求を「両領域での分布の標準偏差の積が最小になる」という意味で最大限に満たすのがガウシアンである。

x を二次元座標とすると、ガウシアンフィルタは

$$G_{\sigma}(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{|x|^2}{2\sigma^2}\right)$$

2020年10月28日

畳み込み演算を、 $*$ のように表すと、ブラー \rightarrow ラプラシアンという操作は以下のように変形できる。

$$\nabla^2 (G_\sigma * I) = (\nabla^2 G_\sigma) * I$$

したがって、平滑化 + 微分という 2 つの動作を 1 つの演算にまとめることができる。このようなフィルタをラプラシアンガウシアンフィルタ (LoG) という。

ガウシアン差分フィルタ

LoG の限界というのは、それらが分離不可能であるという点である。そこでラプラシアンフィルタの発案者の Marr, Hildreth は分離可能な 2 つのガウス分布の差を用いて LoG を近似する手法を考案した。

これがガウシアン差分フィルタ(DoG) である。この方法の正当性はガウス分布の標準偏差の差を 0 へ極限を取ることで証明できる。