Redes Neuronales
Análisis del modelo de Lotka Volterra

Trabajo Práctico 1

Igor Andruskiewitsch

2020

1 Introducción

1.1 Modelo Lotka-Volterra

Este trabajo está orientado a comprender el **Modelo de predadores y prezas de Lotka-Volterra**, descrito como el sistema de dos ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs):

$$\dot{C}(t) = \alpha C(t) - \beta C(t)Z(t)$$

$$\dot{Z}(t) = -\gamma Z(t) + \delta C(t)Z(t)$$

Donde:

- $C(t)$ modela el número de presas de un ecosistema
- $Z(t)$ modela el número de depredadores en el mismo ecosistema

1.2 Objetivos

- Comprender las herramientas disponibles para analizar ODEs
- Utilizar estas herramientas para comprender el comportamiento del modelo de Lotka-Volterra y extraer conclusiones

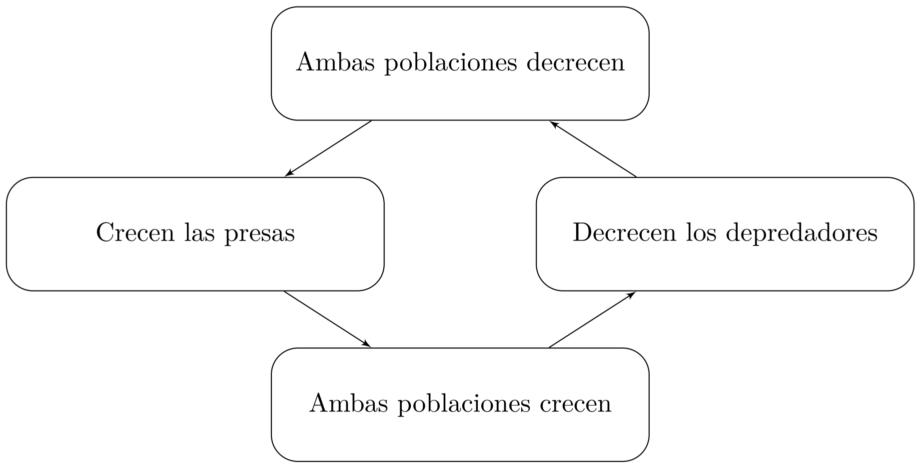
1.3 Parámetros

Se considerarán los siguientes valores para los parámetros:

$$\alpha = 0.1 \qquad \beta = 0.02 \qquad \gamma = 0.3 \qquad \delta = 0.01$$

2 Diagrama de flujo

Para comprender el comportamiento del modelo, debemos comenzar por entender su flujo, es decir, la tendencia de crecimiento/decrecimiento de nuestras presas/depredadores y su relación. Podemos considerar 4 diferentes estados:



3 Comprensión de los parámetros

Los parámetros α, β, γ y δ del modelo de Lotka-Volterra representan:

- α: Tasa de natalidad de las presas
- β: Tasa de mortalidad de las presas
- γ: Tasa de natalidad de los depredadores
- δ: Tasa de mortalidad de los depredadores

4 Diagrama de fase

El diagrama de fase es otra herramienta que nos permite entender la relación entre las poblaciones. Vamos a aproximar las tasas de crecimiento de ambas poblaciones utilizando el algoritmo de Runge Kutta de 4to orden, utilizando distintos puntos iniciales para observar las tendencias en la relación. A su vez, vamos a mostrar en conjunto los vectores que indican la dirección:

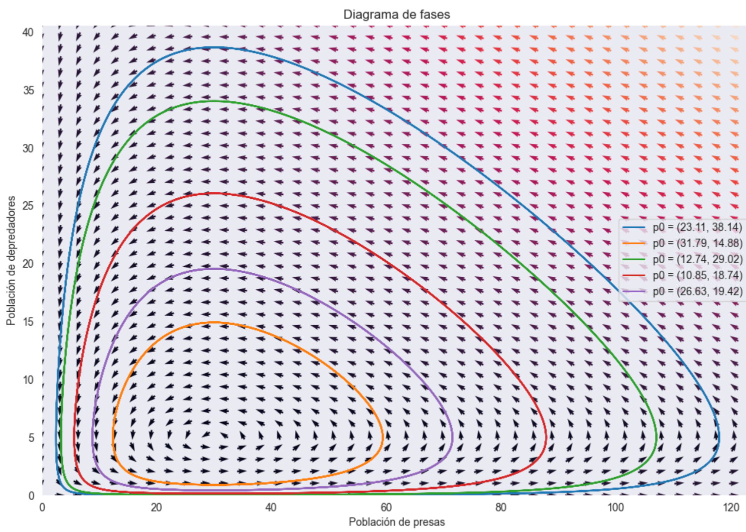


Figure 1: Diagrama de Fase

Los puntos iniciales fueron generados al azar, utilizando la distribución uniforme.

Podemos observar que todos siguen la dirección marcada por el campo de vectores y que en ninguno de los casos las poblaciones se estabilizan, por el contrario, siguen un ciclo. Para confirmar esto, vamos a aproximar la evolución a través del tiempo de nuestro modelo.

5 Evolución a través del tiempo

Buscamos una solución aproximada (nuevamente usando Runge-Kutta4) utilizando un punto inicial $(40, 9)$ y valores de t en $(0, 200)$. El grafico resultante es:

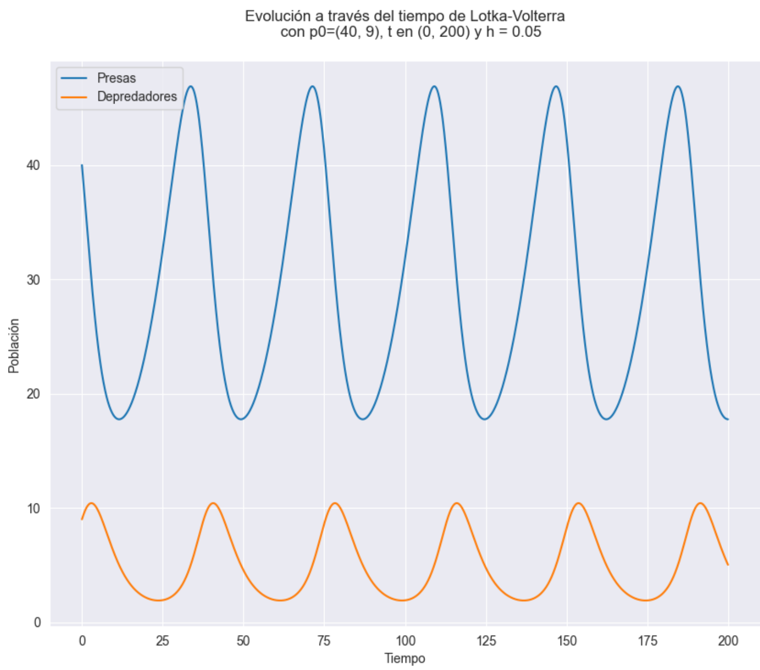


Figure 2: Evolución

Podemos observar que el crecimiento de ambas poblaciones se corresponde con el descripto en el diagrama de flujo antes mencionado. Además se verifica el planteo del punto anterior, el modelo no parece estabilizarse en ningún punto, si no que fluctua entre ciertos valores a través del tiempo.