ANÁLISIS NUMÉRICO I/ANÁLISIS NUMÉRICO – 2020
Trabajo de Laboratorio N$^{\underline{o}}$ 2

1. Escribir una función que implemente el método de bisección para hallar una raíz de $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ en el intervalo $[a, b]$. La función debe llamarse "`rbisec`", y tener como entrada los argumentos `(fun,I,err,mit)`, donde `fun` es una función que dado x retorna $f(x)$, `I`$= [a, b]$ es un intervalo en $\mathbb{R}$, `err` es la tolerancia deseada del error y `mit` es el número máximo de iteraciones permitidas. El algoritmo debe finalizar en la k-esima iteración si $|f(x_k)| <$ `err` o si $k \geq$ `mit`. Los argumentos de salida deben ser `(hx,hf)` donde `hx`$= [x_1, \ldots, x_N]$ es una lista que representa el historial de puntos medios y `hf`$= [f(x_1), \ldots, f(x_N)]$ el historial de los respectivos valores funcionales.

2. Utilizar la función `rbisec` para:

   a) Encontrar la menor solución positiva de la ecuación $2x = \tan(x)$ con un error menor a 10^{-5} en menos de 100 iteraciones. ¿Cuántas iteraciones son necesarias cuando comenzamos con el intervalo $[0.8, 1.4]$? Usar la siguiente sintaxis:
   `hx, hy = rbisec(fun_lab2ej2a, [0.8, 1.4], 1e-5, 100)`

   b) Encontrar una aproximación a $\sqrt{3}$ con un error menor a 10^{-5}. Para esto, considere la función $x \mapsto x^2 - 3$ (que debe llamarse `fun_lab2ej2b`).

   c) Graficar conjuntamente f y los pares $(x_k, f(x_k))$ para las dos funciones anteriores y con al menos dos intervalos iniciales distintos para cada una.

3. Escribir una función que implemente el método de Newton para hallar una raíz de $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ partiendo de un punto inicial x_0. La función debe llamarse "`rnewton`", y tener como entrada `(fun,x0,err,mit)` donde `fun` es una función que dado x retorna $f(x)$ y $f'(x)$, `x0` es un punto inicial en $\mathbb{R}$, `err` es la tolerancia deseada del error y `mit` es el número máximo de iteraciones permitidas. El algoritmo debe finalizar en la k-esima iteración si se cumple alguna de las siguientes condiciones:

$$\frac{|x_k - x_{k-1}|}{|x_k|} < \texttt{err}, \qquad |f(x_k)| < \texttt{err}, \qquad k \geq \texttt{mit}.$$

   La salida debe ser `(hx,hf)` donde `hx`$= [x_1, \ldots, x_N]$ es una lista que representa el histórico de puntos generados y `hf`$= [f(x_1), \ldots, f(x_N)]$ el histórico de los respectivos valores funcionales.

4. Escribir una función que, ingresando $a > 0$, retorne una aproximación de $\sqrt[3]{a}$. La aproximación debe realizarse usando el método de Newton del ejercicio anterior para resolver $x^3 - a = 0$ con un error menor a 10^{-6} mediante el uso de la función $x \mapsto x^3 - a$.

5. Escribir una función que implemente el método de iteración de punto fijo para hallar un punto fijo de $\varphi : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, partiendo de un punto inicial x_0. La función debe llamarse "`ripf`", y tener como entrada `(fun,x0,err,mit)` donde `fun` es una función que dado x retorna $\varphi(x)$, `x0` es un punto en $\mathbb{R}$, `err` es la tolerancia deseada del error y `mit` es el número máximo de iteraciones permitidas. El algoritmo debe finalizar en la k-ésima iteración si

$|x_k - x_{k-1}| < \texttt{err}$ ó bien $k \geq \texttt{mit}$. La salida debe ser `hx` donde `hx`$= [x_1, \ldots, x_N]$ es una lista del histórico de puntos generados.

6. Se quiere usar la fórmula de iteración $x_{n+1} = 2^{x_n - 1}$ para resolver la ecuación $2x = 2^x$. Utilizar la función del ejercicio anterior para investigar si converge; y en caso afirmativo, estudiar hacia qué valores lo hace para distintas elecciones de x_0, tomando un número máximo de 100 iteraciones y un error menor a 10^{-5}. Usar la siguiente sintaxis:
`hx = ripf(fun_lab2ej6, x0, 1e-5, 100)`

7. Se desea conocer la gráfica de una función u definida implícitamente como $u(x) = y$ donde y es solución de
$$y - e^{-(1-xy)^2} = 0.$$
Implementar tres versiones de esta función, hallando el valor de y con los métodos de los ejercicios de bisección (`lab2ej7bisec`), Newton (`lab2ej7newton`) y punto fijo (`lab2ej7ipf`). Los valores iniciales y tolerancias usadas por los distintos métodos deben ser escogidos de manera que cualquier usuario pueda graficar u en el intervalo $[0, 1.5]$ sin inconvenientes.