ANÁLISIS NUMÉRICO I/ANÁLISIS NUMÉRICO – 2020 Trabajo de Laboratorio N $^{\!\!\! O}$ 5

1. Programar una función en python que integre numéricamente usando las reglas compuestas del trapecio, punto medio y Simpson, nombrarla intenumcomp. La función deberá ejecutarse:

python> S = intenumcomp(fun,a,b,N,regla)

donde fun es la función de \mathbb{R} en \mathbb{R} a ser integrada, $a,b \in \mathbb{R}$ son los extremos de integración, N es la cantidad de subintervalos a usar y regla es un string, que deberá ser trapecio, pm o simpson. La salida S debe ser un número real.

2. Ejecutar los comandos necesarios para mostrar en pantalla los errores absolutos de integrar numéricamente

$$\int_0^1 e^{-x} dx,$$

usando 4, 10 y 20 subintervalos con las 3 reglas compuestas del ejercicio 1.

3. Escribir una función en python llamada senint que para cada $x \in \mathbb{R}^n$ retorne $y \in \mathbb{R}^n$ tal que y_i es la aproximación numérica de

$$\int_0^{x_i} \cos(t) \, dt,$$

usando la regla compuesta del trapecio con N_i subintervalos. La cantidad N_i de subintervalos debe ser escogida de forma que la longitud de los subintervalos sea menor o igual a 0.1 (ver comandos floor, ceil, round). Para $x = 0, \ldots, 2\pi$, con pasos de 0.5, grafique simultáneamente $\sin(x)$ y $\operatorname{senint}(x)$.

4. Calcular mediante la regla del trapecio compuesta y la regla de Simpson compuesta, las siguientes integrales, con una tolerancia de error de 10^{-5} :

$$a) \ \ I = \int_0^1 x \, e^{-x} \, dx,$$

$$b) \ \ I = \int_0^1 x \sin(x) \, dx,$$

$$c) \ \ I = \int_0^1 (1 + x^2)^{3/2} \, dx,$$

$$d) \ \ I = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(t)/2}} \, dt.$$

5. Calcular las siguientes integrales utilizando la regla de trapecio y Simpson haciendo uso de la librería scipy (explorar el módulo integrate)

1

$$a) I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx,$$

b)
$$I = \int_0^2 x^2 \log(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$$
.

6. El período de un péndulo de longitud l con amplitud α puede aproximarse con la fórmula:

$$T = 4\sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{(1 - sen^2 \frac{\alpha}{2} sen^2 \theta)^{\frac{1}{2}}},$$

donde
$$g = 9.8m/s^2$$

Programar una función, pendulo, que reciba una longitud l en metros y α en forma de un número entero entre 0 y 90, transforme el valor a radianes y devuelva el período del péndulo de longitud l. ¿Qué ocurre en el caso de $\alpha=0$?