ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА

по математическому анализу ( ИМИТ, 2020 ,первый семестр )

ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1.Понятие множества и его элементы. Логическая символика.

Операции над множествами .Свойства операций. Принцип двойственности. Прямое произведение.

2.Понятие функции или отбражения. Виды отображений: тождественное, инъекция, сюръекция,биекция. Образ, прообраз, полный прообраз. Теоремы о прообразах объединения и пересечения множеств. Обратное отображение.

3. Мощность множества. Равномощные множества. Примеры. Счётные множества. Примеры счетных множеств. Счётное объединение счетных множеств.

4. Бесконечные десятичные дроби(б.д.д.). Упорядочение б.д.д. . Понятие точной верхней грани множества (), точной нижней грани множества (). Теорема о существовании , .

5. Приближений бесконечных десятичных дробей рациональными (три леммы).

6. Операции сложения и умножения б.д.д.

7. Свойства вещественных чисел Часто применяемые неравенства. Конкретные множества вещественных чисел. Мощность вещественных чисел.

8. Последовательности. Операции с последовательностями. Виды последовательностей (в том числе, б.м.п., б.б.п., неограниченные).

9. Теорема о сумме и произведении б.м.п.. Теорема о б.б.п. и б.м.п..

10. Сходящиеся последовательности. Предел последовательности. Теоремы об единственности предела, ограниченности сходящейся последовательности, о сохранении неравенства и принцип «двух милиционеров», теорема о пределе суммы, произведении и частном двух последовательностей.

11. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса о существовании пределов монотонных последовательностей. Теоремы о вложенных отрезках. Принцип компактности (Больцано-Вейерштрасса). Лемма Гейне-Бореля об открытом покрытии отрезка. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы последовательности.

12. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.

13. Предел последовательности 

14. Предел функции по Гейне. Критерий существования предела. Предел функции по Коши. Теорема об эквивалентности этих определений. Критерий Коши. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Свойства пределов функций.

15. Непрерывность функции в точке. Свойства. Пространство непрерывных функций .

16. Основные теоремы о непрерывных на отрезке функциях (об ограниченности, max и min , о промежуточных значениях, о равномерной непрерывности, об обратной функции). Непрерывность элементарных функций.

17. Сравнение функций. О- символика. Б.м.ф. , б.б.ф..Таблица эквивалентных б.м.ф..

18. Последовательности функций. Поточечная и равномерная сходимость. Примеры. Критерий Коши равномерной сходимости.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Понятие производной. Примеры производных элементарных функций. Понятие дифференцируемой в точке функции. Критерий дифференцируемости функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Уравнение касательной и нормали. Физический смысл производной.
2. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного функций. Примеры. Производная обратной функции. Примеры. Правило дифференцирования сложной функции. Таблица производных и правил дифференцирования.
3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Теорема о производной в точке локального экстремума, теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Следствия из теоремы Лагранжа. Теорема Дарбу, характер точек разрыва у производных. Все теоремы Лопиталя.
4. Производные и дифференциалы высших порядков. Примеры. Формула Лейбница. Формула Тейлора-Маклорена с остатками в форме Шлемильха-Роша, Лагранжа, Коши, Пеано. Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций.
5. Функции заданные параметрически. Дифференцирование функций заданных параметрически.
6. Наклонные, горизонтальные и вертикальные асимптоты функции.

Теорема об определении асимптот.

1. Локальные экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия локальных экстремумов функции.
2. Выпуклые и вогнутые функции. Надграфик функции. Критерий выпуклости функции. Неравенство Иенсена. Критерий выпуклости дифференцируемой функции. Теорема о производной выпуклой функции. Критерий выпуклости дважды дифференцируемой функции. Точки перегиба функции.