Здравствуйте,

Меня зовут Штин Руслан. Я расскажу вам о своей дипломной работе, которая называется «Суррогатная модель для быстрого расчёта аэродинамических характеристик крыла». Эта работа велась под руководством моего научного руководителя — Савельева Андрея Александровича.

Моя презентация разделена на три главные части: введение, методология и полученные численные результаты.

Мой доклад будет длиться около 10 минут. Если у Вас появятся вопросы, я буду рад ответить на них в конце.

Итак, начнём.

<u>Целью</u> работы является построение суррогатной модели, которая по углу атаки α и числу Маха M набегающего потока предсказывает распределённые и интегральные аэродинамические характеристики крыла: коэффициенты сопротивления и подъёмной силы, распределения коэффициента давления и изоэнтропического числа Маха по поверхности крыла (C_X , C_Y , C_P , M_{IS}). Для исследования было взято конкретное трёхмерное крыло, заданное набором из 79024 точек.

Для достижения цели были решены следующие задачи:

- 1. освоена Python-библиотека SMT для построения суррогатных моделей,
- 2. создана и протестирована программа для вычисления поверхностных интегралов,
- 3. выбран вид подходящей для данной работы суррогатной модели,
- 4. построена рабочая суррогатная модель и определена её точность.

Актуальность работы состоит в том, что статистическая модель производит расчёт гораздо быстрее высокоточной симуляции, что позволяет ускорить решение оптимизационных задач в десятки и сотни раз.

В данной работе рассматривались 3 вида суррогатных моделей: <u>линейная регрессия, метод радиальных базисных функций и кригинг</u>. На слайде приведены схемы работы каждого метода.

<u>Линейная</u> регрессия представляет выходное значение \mathbf{y} как линейную комбинацию входящих величин \mathbf{x} с весами $\boldsymbol{\beta}$.

Метод радиальных базисных функций (сокращённо RBF) в представляет ответ, как линейную комбинацию базисных функций, значение которых зависит от расстояний между точкой \mathbf{x} и всеми обучающими точками $\tilde{\mathbf{x}}_i$.

<u>Кригинг</u> интерпретирует интерполируемую функцию как случайный процесс и вычисляет предсказание как линейную комбинацию таких базисных функций ψ . Также, прогнозирование дополняется полиномиальным трендом, т.е. предсказание рассматривается как сумма некоторого полинома и некоторой добавки, которая определяется корреляцией с обучающими точками. Чаще всего используются константный, линейный и квадратичный тренды.

В данной работе использовались реализации данных суррогатных моделей из Pythonбиблиотеки с открытым исходным кодом – <u>SMT – Surrogate Modeling Toolbox</u>. Первой задачей данного исследования было построение суррогатной модели, предсказывающей интегральные значения аэродинамических характеристик: коэффициента сопротивления C_X и коэффициента подъёмной силы C_Y . Решение данной задачи производилось <u>прямым методом</u> т.е. значения коэффициентов C_X и C_Y предсказывались суррогатной моделью напрямую.

Для обучения модели была предоставлена обучающая выборка, состоящая из 64 прецедентов. Каждый прецедент представлял собой совокупность признаков и откликов. Признаками являлись угол атаки α и число Маха M набегающего потока, а откликами были значения коэффициентов $C_{\rm X}$ и $C_{\rm Y}$. Данные прецеденты были получены из CFD расчётов, произведённых программой ZEUS. Моделировалось решение системы уравнений Рейнольдса с моделью турбулентности SST. При этом число Маха набегающего потока варьировалось от 0.80 и до 0.95, а угол атаки изменялся в диапазоне от -4° до 8°.

Далее, исследуемые модели (кригинг, RBF и линейная регрессия) обучались, и вычислялась их среднеквадратичная ошибка предсказания. Полученные ошибки можно видеть в таблице на слайде. Оказалось, что использование кригинга даёт наиболее точные результаты. Поэтому далее в качестве основной модели использовался кригинг с квадратичным трендом.

Перейдём к задаче предсказания распределённых характеристик.

В задаче предсказания распределённых характеристик использовалась та же обучающая выборка, только в качестве откликов были взяты значения коэффициента давления в узлах расчётной сетки на поверхности крыла. Таким образом, нужно построить модель, которая по двум входящим значениям — углу атаки α и числу Маха M набегающего потока — предсказывает 79024 числа — распределение параметра по данному крылу.

Для решения задачи использовался метод главных компонент. Сначала каждое поле было представлено в виде одномерного вектора длиной почти 79024. Затем эти вектора были объединены в матрицу, где каждый столбец представляет собой распределение коэффициента давления $C_{\rm P}$, соответствующее отельному прецеденту. Таким образом, обучающие данные были представлены в виде матрицы размером почти 80 тысяч строк на 64 столбиа

Затем было произведено сингулярное разложение сформированной матрицы. Так были получены главные компоненты и коэффициенты, с которыми данные главные компоненты нужно сложить, чтобы получить поля из обучающей выборки.

Далее было выбрано некоторое количество главных компонент, например, первые три, которые изображены на слайде. Цель данного метода главных компонент - разложить исходные данные линейно по ортогональным главным компонентам U_i так, чтобы ошибка предсказания \hat{C}_P была минимальной. Здесь n - это выбранное число главных компонент.

Далее была составлена обучающая выборка для суррогатной модели — она изображена на слайде, для примера n=3. В качестве целевых значений были взяты коэффициенты k_j^i из матрицы \mathbf{V}^{T} , с которыми надо сложить главные компоненты, чтобы предсказать поле \mathcal{C}_{P} .

Таким образом, чтобы сделать предсказание, обученная суррогатная модель должна по входящим числу Маха M и углу атаки α набегающего потока предсказать коэффициенты k^i и сложить с этими коэффициентами соответствующие главные компоненты. В итоге по

числу Маха M и углу атаки α предскажется распределение коэффициента давления $C_{\rm P}$ по поверхности крыла.

Чтобы как-то оценить качество предсказываемого поля, можно проинтегрировать распределение коэффициента давления C_P по поверхности крыла и рассчитать значения коэффициентов сопротивления и подъёмной силы. В данной работе эта процедура называлась **интегральным методом**.

Для этого был реализован интегратор, способный численно вычислять поверхностный интеграл II рода для поверхностей, заданных структурированной сеткой.

В данной работе площадь элементарного прямоугольного кусочка dS и вектор нормали \vec{n} вычисляются через векторное произведение диагоналей ячейки, а в качестве значения C_P , соответствующего данному кусочку, берётся среднее от четырёх значений в углах ячейки.

Хочу заметить, что полученные таким образом значения аэродинамических коэффициентов обусловлены только силами давления и не учитывают силы трения.

Перейдём к численным результатам.

Мы строили модели с разным числом главных компонент, затем считали ошибку по среднему квадратичном отклонению. На слайде вы можете видеть, как менялась ошибка предсказания, отмеченная вдоль оси у, в зависимости от выбранного числа главных компонент, отмеченного вдоль оси х. Можно увидеть, что, начиная с некоторого числа главных компонент ошибки метода радиальных базисных функций и кригинга начинают расти, что говорит о переобучении. То есть суррогатные модели слишком сильно подстраиваются под обучающие поля и теряют обобщающую способность. Линейная же регрессия выходит на полочку, что говорит о том, что она практически не использует главные компоненты старших порядков для итогового предсказания. Также на графике видно, что лучший результат показывает Кригинг, использующий 8 главных компонент.

Далее лучшая суррогатная модель (кригинг и 8 ГК) была обучена 63 прецедентах и сделала предсказание на последнем незадействованном прецеденте. Результаты вы можете видеть на слайде. Среднеквадратичная ошибка составила 0.06. Ниже изображены оригинальное и предсказанное поля C_P для верхней и нижней поверхностей крыла.

Видно, что предсказание в целом верно. Заметные расхождения наблюдаются в области скачка — суррогатная модель сглаживает скачок в силу линейности применяемого метода (итоговое предсказание является линейной комбинацией полей обучающей выборки).

Для того, чтобы сравнить модели в качестве предсказание интегральных характеристик были составлены следующие диаграммы.

Сначала модель, производящая прямые предсказания, была обучена на всех 64 примерах и сделала предсказания на сетке 100 на 100.

Модель, предсказывающая распределение C_P , также была обучена на 64 примерах, затем на сетке 20 на 20 предсказывала поля и интегрировала их. Из-за того, что сетка более грубая изолинии менее гладкие, но это сделано для экономии времени. Однако качественно поля похожи.

На следующем слайде представлены ошибки каждого метода в задаче предсказания интегральных характеристик. Модели были обучены на 56 прецедентах и совершали предсказания на оставшихся восьми. Ошибка прямого метода по метрике RMSE составила

5.5 каунтов по $C_{\rm X}$ и 6 каунтов по $C_{\rm Y}$. Соответствующие ошибки интегрального метода оказались равны 21 каунту по $C_{\rm X}$ и 9.5 каунтам по $C_{\rm Y}$. Основной причиной неточности интегрального метода является тот факт, что метод учился предсказывать распределение параметра, минимизируя функционал среднеквадратичного отклонения, т.е. решалась принципиально другая задача. Также помимо ошибок предсказания присутствуют ошибки интегрирования.

Моя презентация подходит к концу, и сейчас я хочу подвести итоги. В рамках поставленной задачи были реализованы суррогатные модели, предсказывающие распределенные характеристики крыла и интегральные характеристики. Был проведён анализ полученных результатов. Самой точной моделью в рамках данной работы оказался кригинг. Точность прямого метода оказалась 5.5 каунтов по C_X и 6 каунтов по C_Y . Точность интегрального метода оказалась 21 каунт по C_X и 9.5 каунтов по C_Y .

Следующими шагами в данной работе могут быть: учёт поверхностного трения и реализация отдельных суррогатных моделей для отдельных зон крыла. Оптимизация и распараллеливание вычислительных алгоритмов. И применение обученных моделей в задачах проектирования и оптимизации.

Это всё, что я хотел рассказать. Спасибо за внимание. Теперь я готов ответить на ваши вопросы.