

Суррогатная модель для быстрого расчёта аэродинамических характеристик крыла

Выполнил: Студент 863 группы Штин Руслан Андреевич

Научный руководитель: к.т.н. Савельев Андрей Александрович

МФТИ, Институт аэромеханики и летательной техники

План:

1. Введение
2. Методы решения задач
3. Численные результаты

Введение

Цель

Нужно построить следующую суррогатную модель **SM**:

$$(\alpha, M) \rightarrow \mathbf{SM} \rightarrow M_{IS}, C_P, C_X, C_Y$$

Крыло **W**



$$\mathbf{W} = [\vec{r}_0, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{79024}]$$

$$\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$$

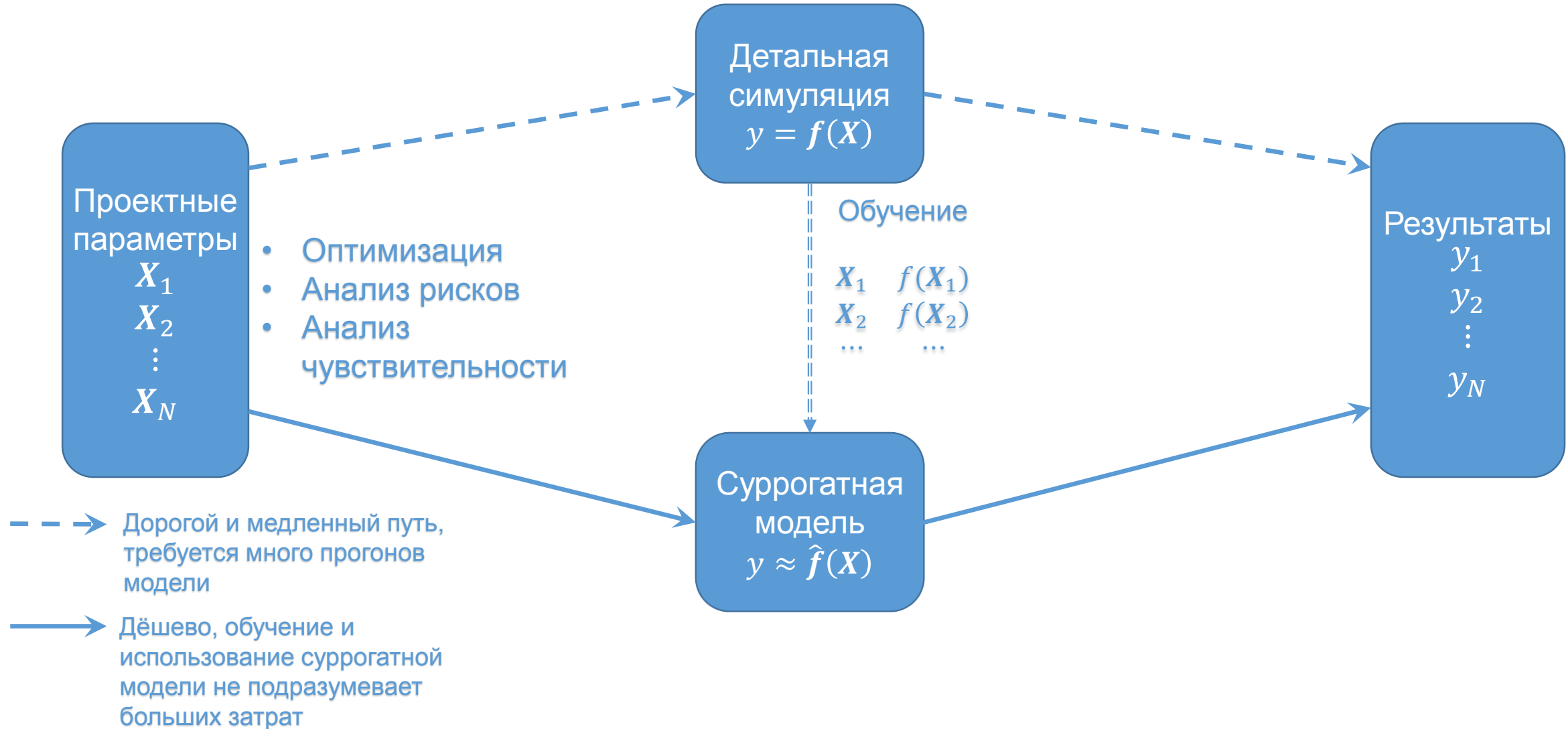
Введение

Задачи

1. освоение Python-библиотеки SMT
2. создание и тестирование интегратора
3. выбор вида подходящей суррогатной модели
4. построение рабочей суррогатной модели и определение её точности

Введение

Актуальность



Методы решения задач

Виды суррогатных моделей

$\mathbf{x} = (\alpha, M) \in D \subset \mathbb{R}^{n_x}$, $n_x = 2$ – точка для предсказания

$\tilde{\mathbf{x}}_i = (\alpha_i, M_i) \in D \subset \mathbb{R}^{n_x}$, $i = \overline{1..n}$ – точка из обучающей выборки

$y = \mathbf{SM}(\mathbf{x})$ - предсказание

- Линейная регрессия (**LS**): $y = \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{x}$, $\boldsymbol{\beta} = (b_1, b_2, \dots)$
- Метод радиальных базисных функций (**RBF**): $y = \sum_{i=1}^n \phi_i(\mathbf{x}) \cdot b_i$, $\phi_i = f(\|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}_i\|_2)$
- Кригинг (**KRG**): $y = \sum_{i=1}^n \psi_i(\mathbf{x}) \cdot b_i$, $\psi_i = \sigma^2 \cdot \exp\left(-\sum_{k=1}^{n_x} \frac{\|\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_{i,k}\|^{p_k}}{l_k}\right)$

$$y = \sum_{i=1}^{n_p} p_i(\mathbf{x}) \cdot a_i + \sum_{i=1}^n \psi_i(\mathbf{x}) \cdot b_i - \text{учёт полиномиального тренда}$$

Методы решения задач

SMT – Surrogate Modeling Toolbox

SMT 1.2.0 documentation » SMT: Surrogate Modeling Toolbox

[next](#) | [index](#)



Table of Contents

[SMT: Surrogate Modeling Toolbox](#)

[Cite us](#)

SMT: Surrogate Modeling Toolbox

The surrogate modeling toolbox (SMT) is an open-source Python package consisting of libraries of surrogate modeling methods (e.g., radial basis functions, kriging), sampling methods, and benchmarking problems. SMT is designed to make it easy for developers to implement new surrogate models in a well-tested and well-documented platform, and for users to have a library of surrogate modeling methods with which to use and compare methods.

The code is available open-source on [GitHub](#).

Cite us

To cite SMT: M. A. Bouhlel and J. T. Hwang and N. Bartoli and R. Lafage and J. Morlier and J. R. R. A. Martins.

[A Python surrogate modeling framework with derivatives. Advances in Engineering Software, 2019.](#)

Методы решения задач

Предсказание интегральных характеристик

Прямой метод

$$\alpha, M \rightarrow \mathbf{SM} \rightarrow C_X, C_Y$$

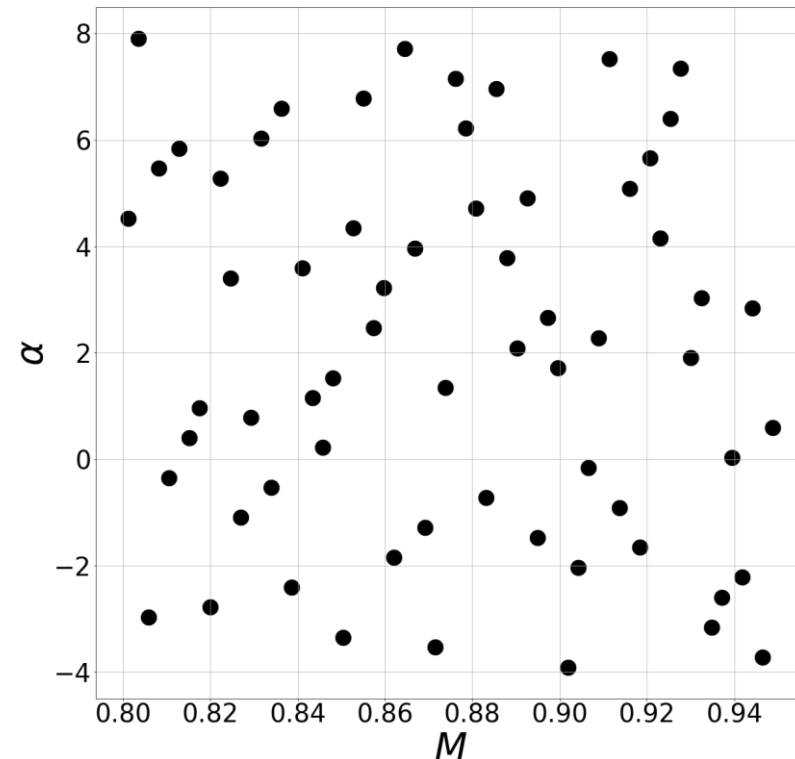
Методы решения задач

Предсказание интегральных характеристик. Прямой метод

Обучающая выборка

$$\{(\alpha_i, M_i); (C_{X_i}, C_{Y_i})\}_{i=1}^{64}$$

$$\alpha \in [-4^\circ, 8^\circ], M \in [0.80, 0.95]$$



получена из CFD-расчётов с помощью
программы ZEUS (EWT – ЦАГИ)
система уравнений RANS + SST

Методы решения задач

Предсказание интегральных характеристик. Прямой метод

Метод суррогатного моделирования	Ошибка (RMSE) в каунтах	
	C_X	C_Y
LS	5.120	12.480
RBF	4.369	5.732
KRG	1.380	2.068

Методы решения задач

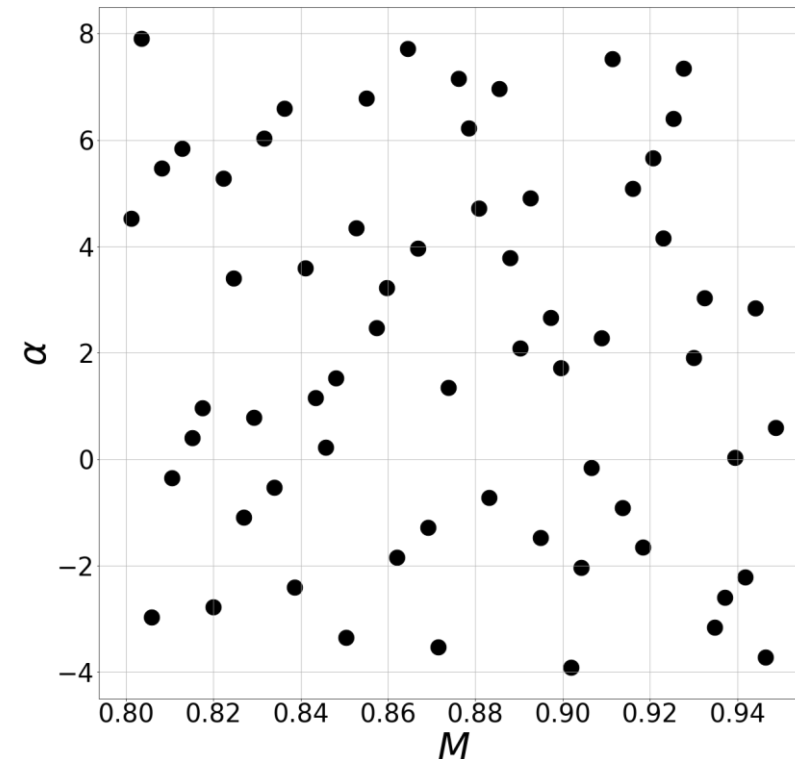
Предсказание распределённых характеристик

Обучающая выборка

$$\{(\alpha_i, M_i); (C_{P_i})\}_{i=1}^{64}$$

$$C_{P_i} = [C_P^1, C_P^2, \dots, C_P^{79024}]$$

$$\alpha \in [-4^\circ, 8^\circ], M \in [0.80, 0.95]$$



получена из CFD-расчётов с помощью
программы ZEUS (EWT – ЦАГИ)
система уравнений RANS + SST

Методы решения задач

Предсказание распределённых характеристик

$C_{P_i} = [C_{P_1}^1, C_{P_1}^2, \dots, C_{P_1}^{79024}]_i, i = \overline{1, 64}$ – поле коэффициента давления на крыле

$$[C_{P_i}^j] = \begin{pmatrix} C_{P_1}^1 & C_{P_2}^1 & \dots & C_{P_{64}}^1 \\ C_{P_1}^2 & C_{P_2}^2 & \dots & C_{P_{64}}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{P_1}^{79024} & C_{P_2}^{79024} & \dots & C_{P_{64}}^{79024} \end{pmatrix} \quad \text{– матрица полей коэффициента давления на крыле}$$

Методы решения задач

Предсказание распределённых характеристик

$$\text{SVD} : [C_P^j] = \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{V}^T$$

$\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\sigma} = (U_1, U_2, \dots, U_{64}), \|U_i\|_{79024 \times 1}$ – вектор главных компонент

$$\mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} k_1^1 & k_2^1 & \dots & k_{64}^1 \\ k_1^2 & k_2^2 & \dots & k_{64}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_1^{64} & k_2^{64} & \dots & k_{64}^{64} \end{bmatrix}$$

Верхний индекс – номер главной компоненты

Нижний индекс – номер режима, которому соответствует данный набор коэффициентов

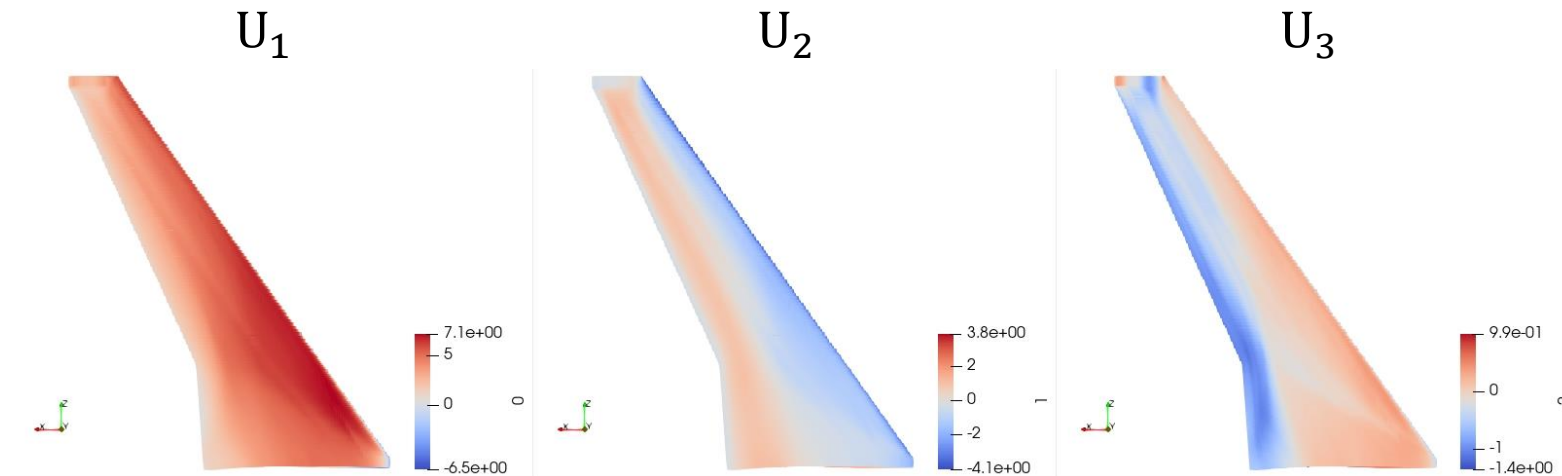
Методы решения задач

Предсказание распределённых характеристик

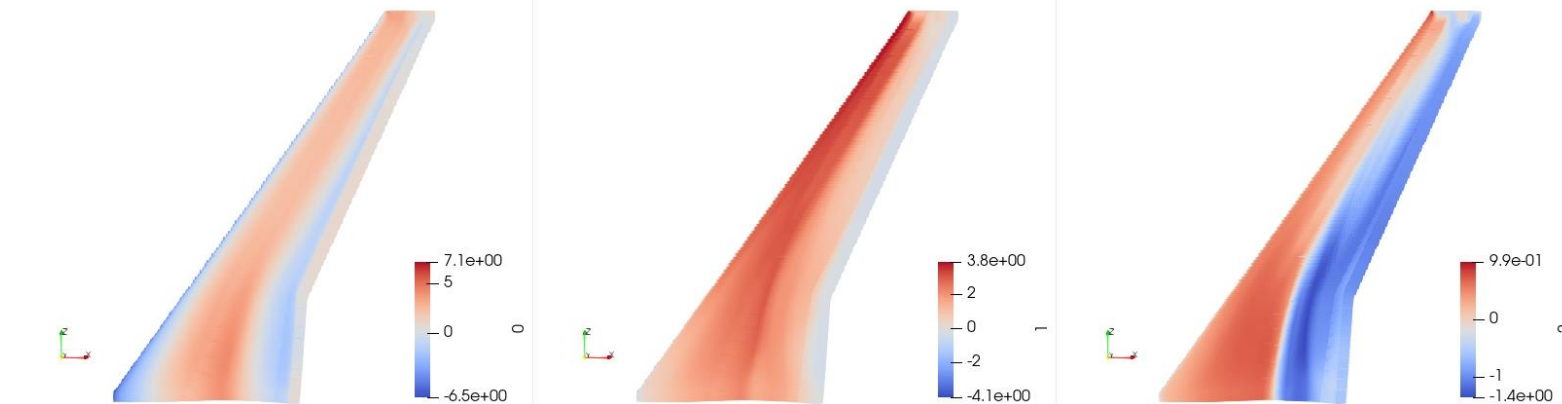
$$\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\sigma} = (U_1, U_2, \dots, U_{64}), \|U_i\|_{79024 \times 1}$$

$$\hat{C}_P \approx \sum_{i=1}^n U_i \cdot k^i, k^i = k^i(\alpha, M)$$

up:



down:



Методы решения задач

Предсказание распределённых характеристик

$$\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\sigma} = (U_1, U_2, \dots, U_{64}), \|U_i\|_{79024 \times 1}$$

$$\hat{C}_P \approx \sum_{i=1}^n U_i \cdot k^i, k^i = k^i(\alpha, M)$$

обучающая выборка: $\left\{ \begin{array}{ll} M_1, \alpha_1 \rightarrow k_1^1, k_1^2, k_1^3 & \text{Верхний индекс – номер главной компоненты} \\ M_2, \alpha_2 \rightarrow k_2^1, k_2^2, k_2^3 & \\ \dots & \\ M_{64}, \alpha_{64} \rightarrow k_{64}^1, k_{64}^2, k_{64}^3 & \text{Нижний индекс – номер режима, которому} \\ & \text{соответствует данный набор коэффициентов} \end{array} \right.$

Методы решения задач

Предсказание распределённых характеристик

Алгоритм предсказания

$$n = 3$$

$$(\alpha, M) \rightarrow \mathbf{SM} \rightarrow k^1, k^2, k^3$$

$$\tilde{C}_P = U_1 \cdot k^1 + U_2 \cdot k^2 + U_3 \cdot k^3, \|\tilde{C}_P\|_{79024 \times 1}$$

Методы решения задач

Предсказание интегральных характеристик

Метод интегрирования

$$\alpha, M \rightarrow \mathbf{SM} \rightarrow C_P$$

$$C_P \rightarrow \int_S \rightarrow C_{X_P}, C_{Y_P}$$

Методы решения задач

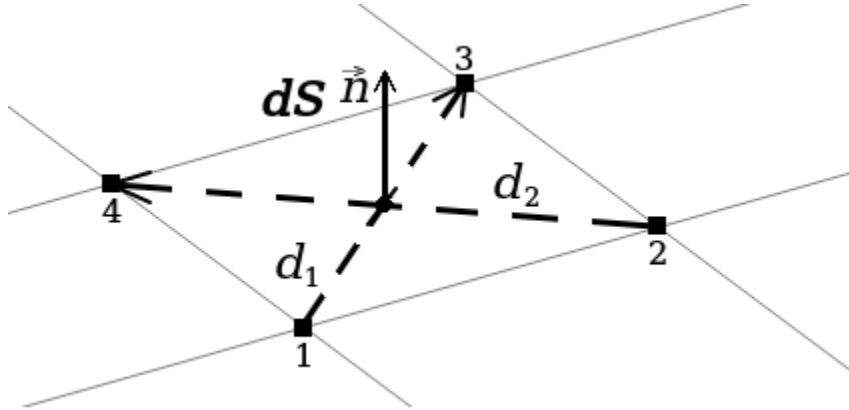
Предсказание интегральных характеристик. Метод интегрирования

$$C_{Y_P} = \iint_{S_{\text{нижн}} \cup S_{\text{верх}}} C_P dS$$

$$\overrightarrow{dC} = \begin{pmatrix} dC_{X_P} \\ dC_{Y_P} \\ dC_{Z_P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_P dS_X \\ C_P dS_Y \\ C_P dS_Z \end{pmatrix} = C_P \cdot dS \cdot \vec{n}$$

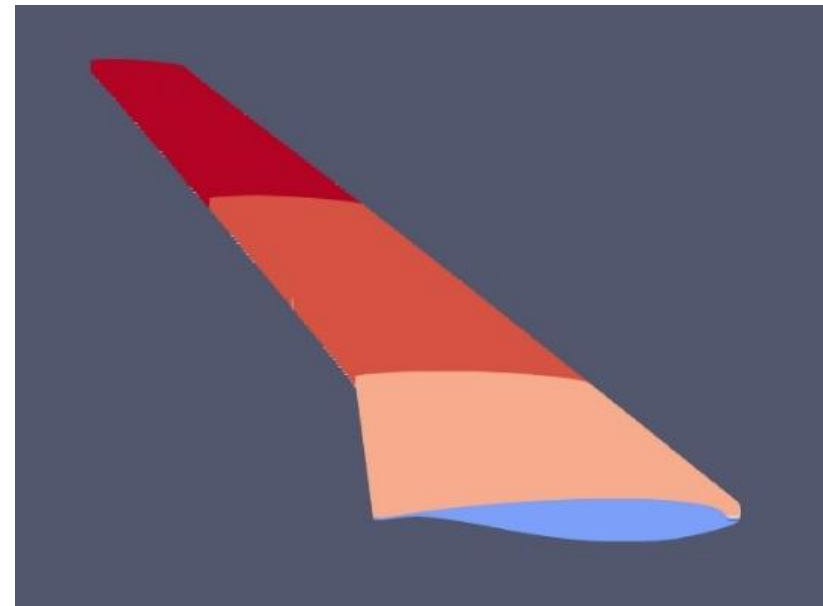
Методы решения задач

Предсказание интегральных характеристик. Метод интегрирования



- $\vec{dS} = \vec{n} \cdot dS = [\vec{d_1} \times \vec{d_2}]$
- $C_P = \frac{1}{4} (C_{P_1} + C_{P_2} + C_{P_3} + C_{P_4})$
- $\vec{dC} = \begin{pmatrix} dC_{XP} \\ dC_{YP} \\ dC_{ZP} \end{pmatrix} = C_P \cdot dS \cdot \vec{n}$

Метод вычисления ошибки	Значение ошибок интегрирования в каунтах	
	C_{XP}	C_{YP}
RMSE	8.839	6.720
Максимальное отклонение	17.808	11.822



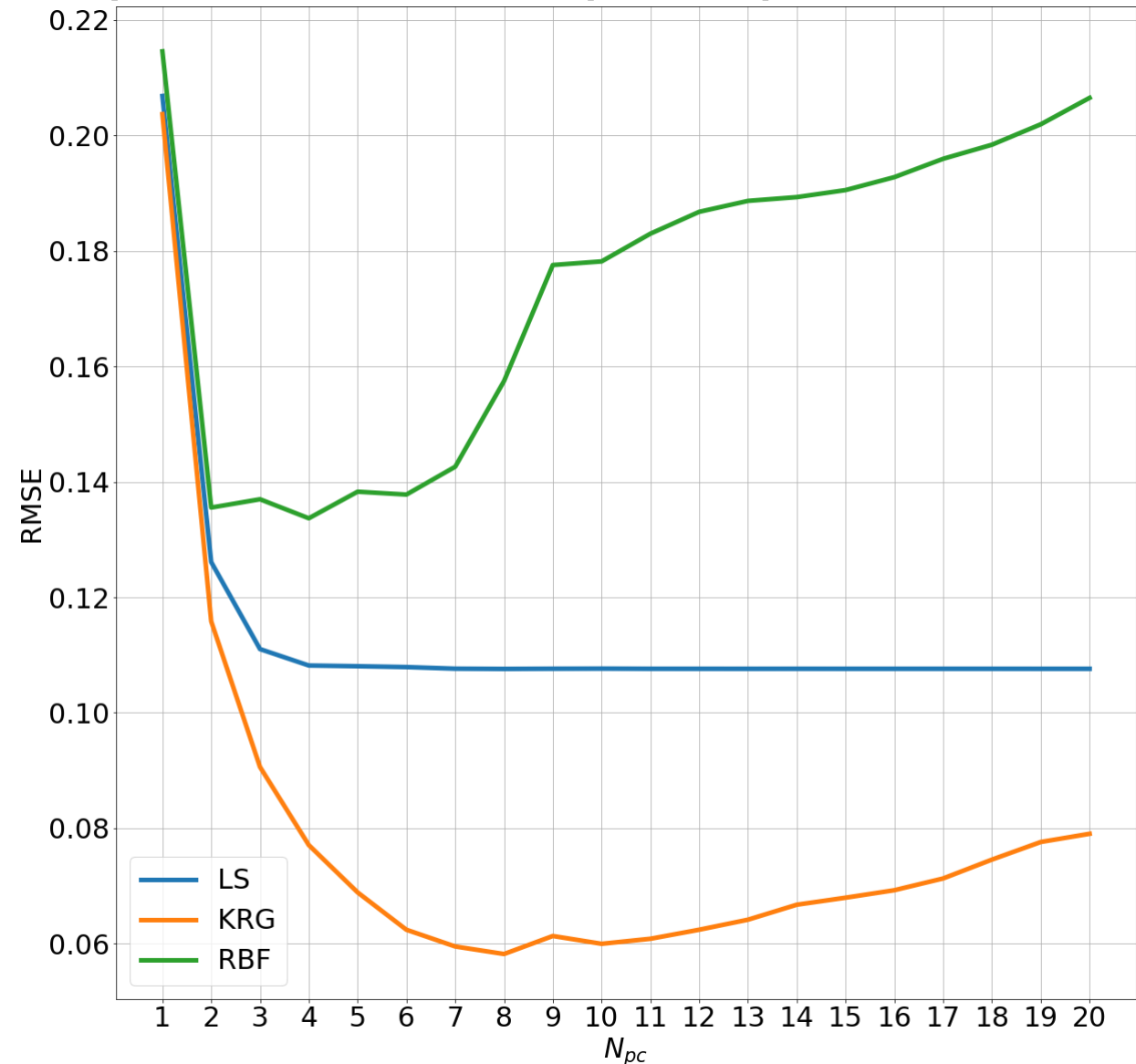
Разделение крыла на зоны

Численные результаты

Предсказание распределённых характеристик

RMSE — корень из средней квадратичной ошибки

N_{PC} - количество главных компонент (principal components)



Численные результаты

Предсказание распределённых характеристик

Train / Test = 63 / 1

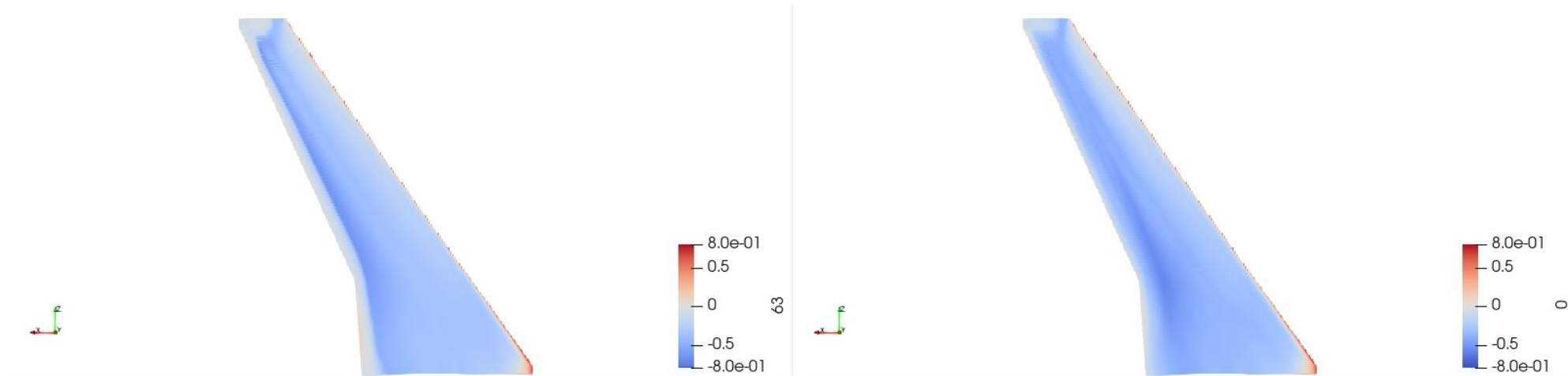
$\alpha = -1.656^\circ, M = 0.918$

$\text{RMSE}_{C_p} = 0.0618$

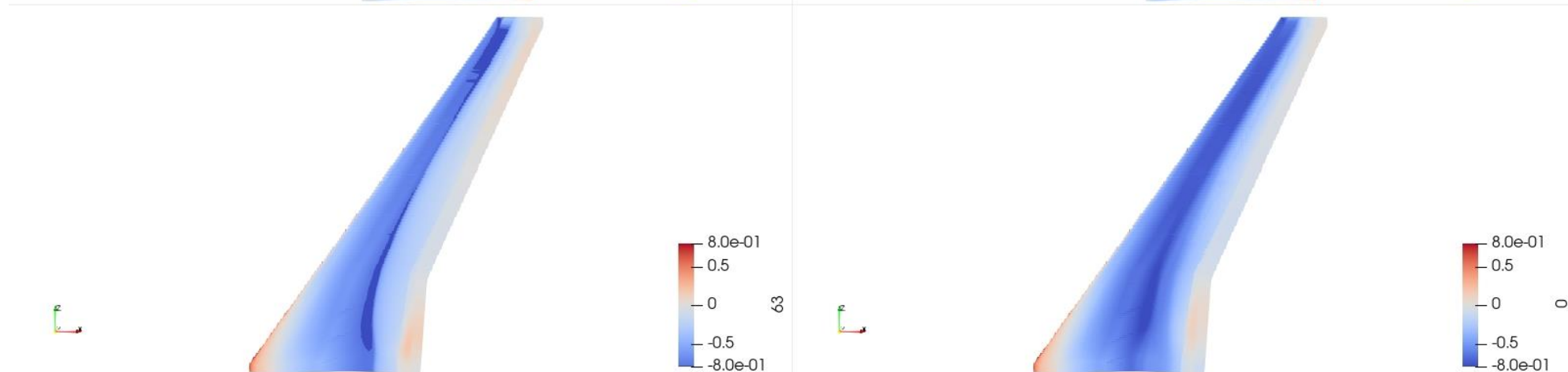
original C_p

predicted C_p

up:



down:



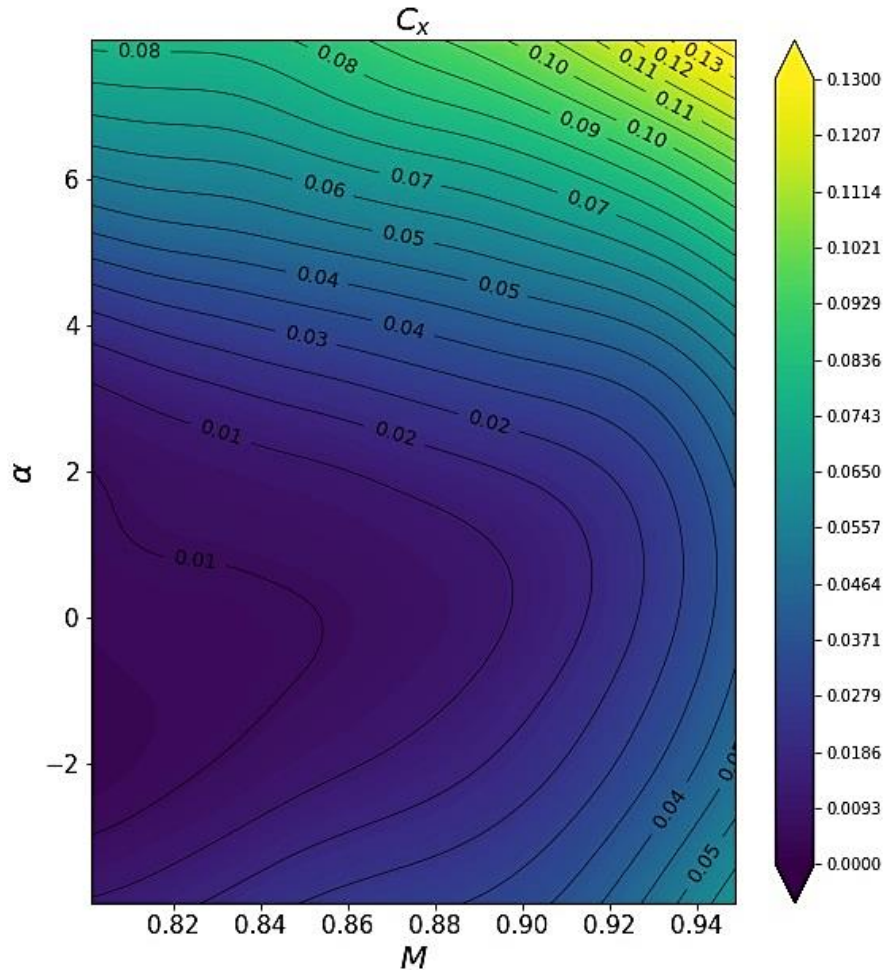
Численные результаты

Предсказание интегральных характеристик

Прямой метод

Модель : Кригинг + квадратичный тренд

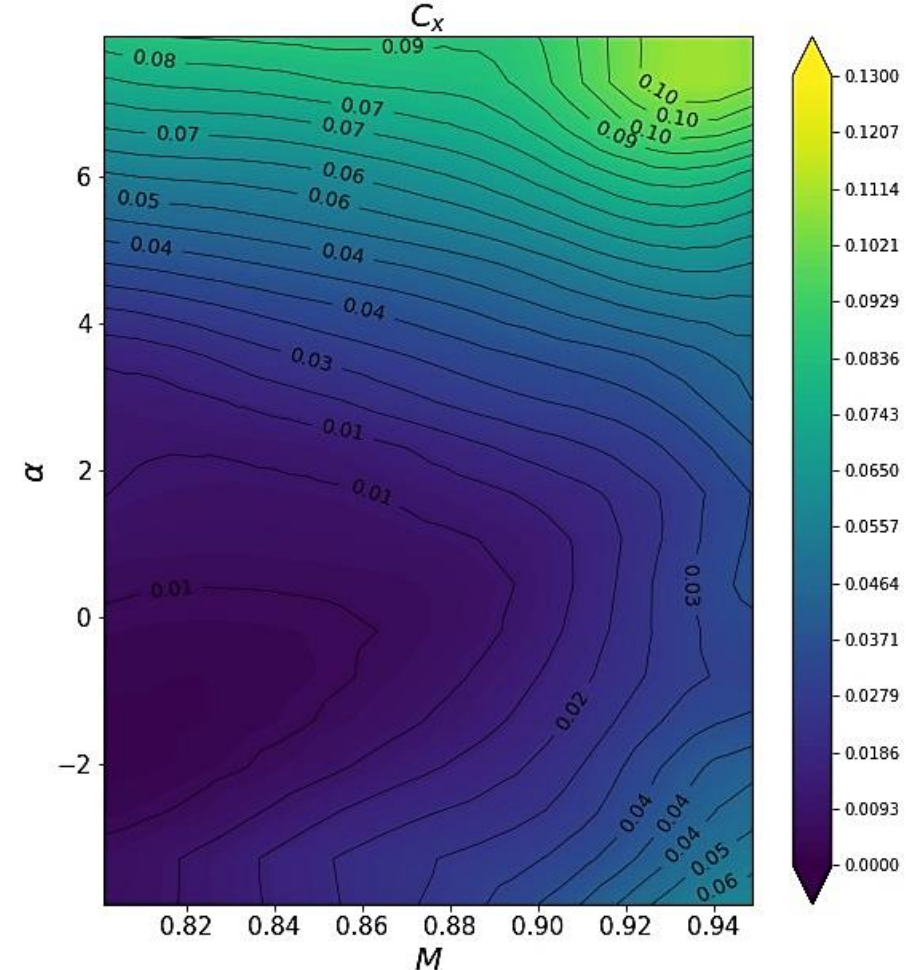
Сетка: 100 × 100



Метод интегрирования

Модель : Кригинг + 8 главных компонент

Сетка: 20 × 20



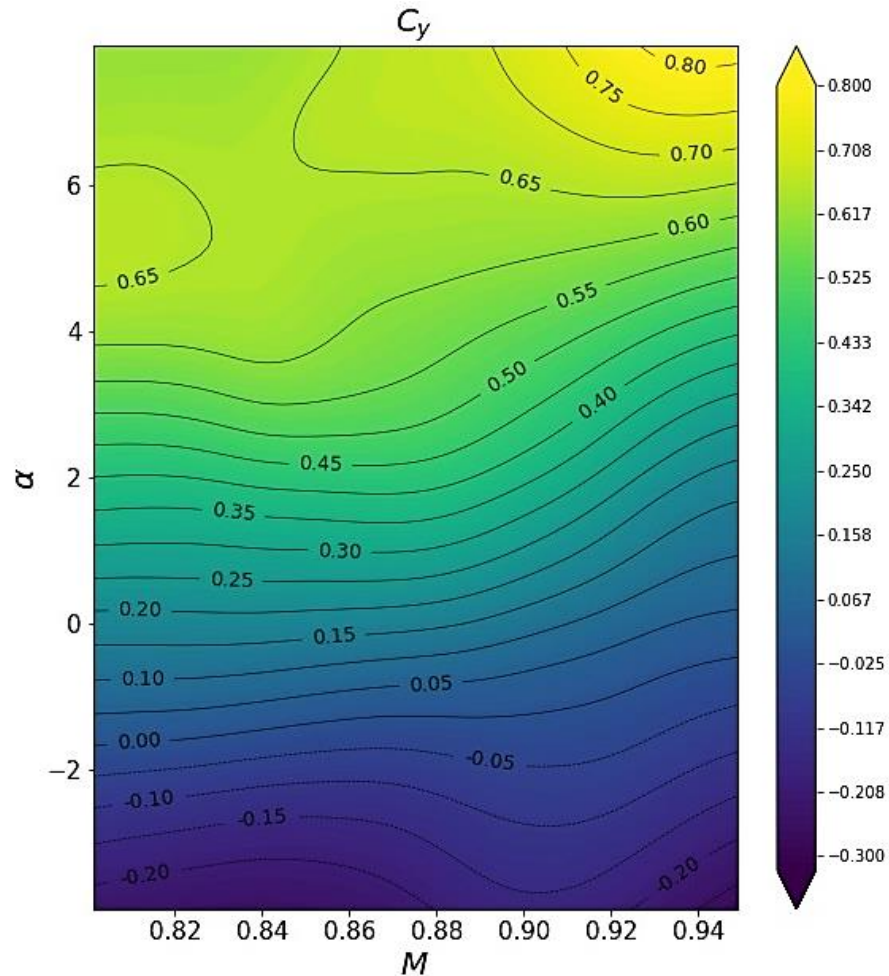
Численные результаты

Предсказание интегральных характеристик

Прямой метод

Модель : Кригинг + квадратичный тренд

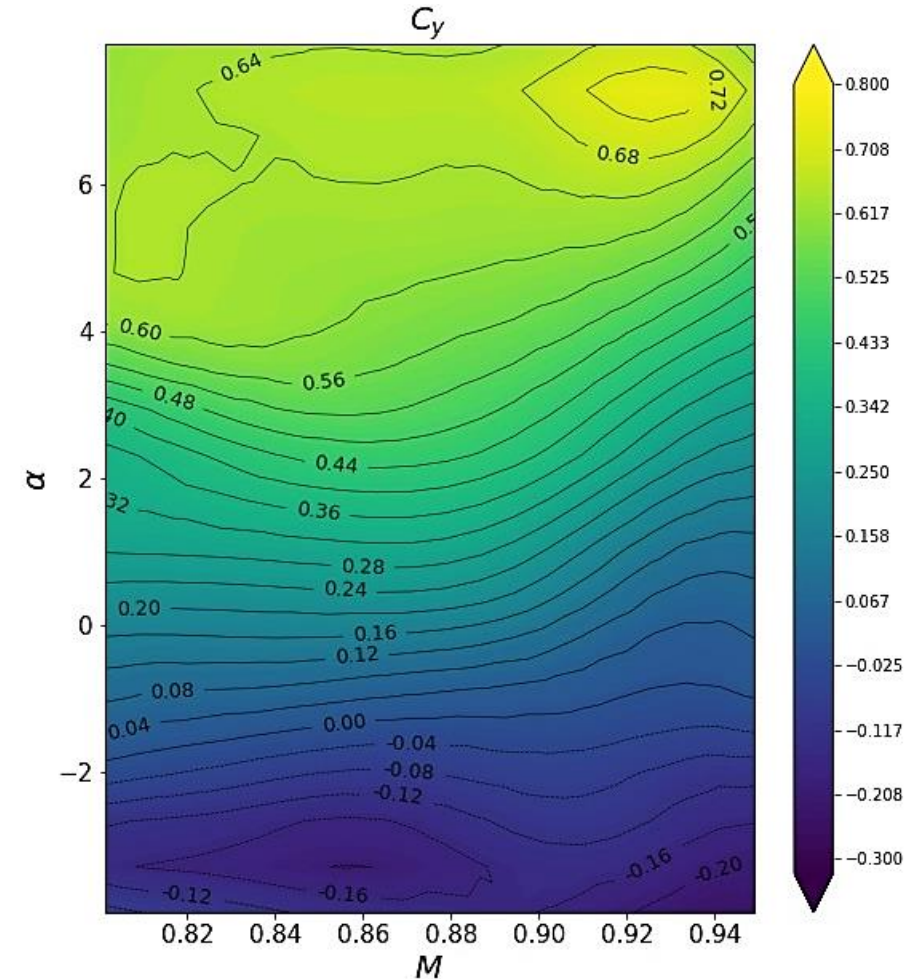
Сетка: 100 × 100



Метод интегрирования

Модель : Кригинг + 8 главных компонент

Сетка: 20 × 20



Численные результаты

Предсказание интегральных характеристик

Train / Test = 56 / 8

Метод предсказания интегральных величин	Ошибка (RMSE) в каунтах	
	C_{XP}	C_{YP}
Прямой метод	5.5	6.1
Метод интегрирования	21.0	9.7

	C_{XP}	C_{YP} по модулю
Диапазон значений в каунтах	65.8 ÷ 836.6	13.7 ÷ 671.9

Заключение

ИТОГИ:

1. Создан и протестирован интегратор
2. В качестве основной модели был выбран Кригинг
3. Построена рабочая модель **SM** : $(\alpha, M) \rightarrow \mathbf{SM} \rightarrow M_{IS}, C_P, C_X, C_Y$
4. Точность модели:
 - 5.5 каунтов по C_{X_P} и 6.1 каунта по C_{Y_P} (прямой метод)
 - 21.0 каунт по C_{X_P} и 9.7 каунтов по C_{Y_P} (метод интегрирования)

Заключение

Перспективы :

- Учёт поверхностного трения C_f
- Учёт пространственной структуры крыла
- Оптимизация и распараллеливание вычислений

Суррогатная модель для быстрого расчёта аэродинамических характеристик крыла

Выполнил: Студент 863 группы Штин Руслан Андреевич

Научный руководитель: к.т.н. Савельев Андрей Александрович

МФТИ, Институт аэромеханики и летательной техники