

Vorlesung Tag 1

Aufg. 2

Trainingsdaten:

Wohnfl. [m ²]	Preis [TEUR]
$x_1^{(1)} = 100$	$400 = y^{(1)}$
$x_1^{(2)} = 150$	$500 = y^{(2)}$

$$X^{(1)} = \begin{pmatrix} x_0^{(1)} \\ x_1^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad X^{(2)} = \begin{pmatrix} x_0^{(2)} \\ x_1^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 150 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y^{(1)} \\ y^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (X^{(1)})^T = (1, 100), \quad (X^{(2)})^T = (1, 150)$$

$$\Rightarrow X = \begin{pmatrix} (X^{(1)})^T \\ (X^{(2)})^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 100 \\ 1 & 150 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow X^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 100 & 150 \end{pmatrix} \Rightarrow X^T X = \begin{pmatrix} 2 & 250 \\ 250 & 100^2 + 150^2 \end{pmatrix}$$

für invertierbare $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ gilt: $M^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

hier: $a=2, b=250, c=250, d=100^2+150^2$

$$\Rightarrow (X^T X)^{-1} = \frac{1}{22500} \begin{pmatrix} 32500 & -250 \\ -250 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{1250} \end{pmatrix}$$

Lösung der Normalglg. nach θ :

$$\begin{aligned} \theta &= (X^T X)^{-1} X^T Y = \begin{pmatrix} 13-10 & 13-15 \\ -\frac{1}{10} + \frac{100}{1250} & -\frac{1}{10} + \frac{150}{1250} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ \frac{10}{125} - \frac{1}{10} & \frac{15}{125} - \frac{1}{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \theta_0 = 200, \quad \theta_1 = 2 \quad \Rightarrow h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1$$