



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»
(ФГБОУ ВО МГТУ «СТАНКИН»)

**Институт
автоматизации
и робототехники**

**Кафедра
робототехники и мехатроники**

Методические указания к лабораторной работе №3
«Управление перевёрнутым маятником
с помощью контроллера на основе принципов нечёткой логики»
Дисциплина: **«Современные методы управления в робототехнике и**
мехатронике»

Р.В. Колесниченко, Ю.В. Илюхин

Москва 2017 г.

Цель: научиться управлять перевёрнутым маятником с помощью систем управления на основе **ПД-регулятора** и **нечёткого** регулятора в пакете прикладных программ *Matlab*. Определить преимущества и недостатки системы управления с нечётким регулятором по сравнению с классическим методом управления на основе ПД-регулятора.

Задачи: на основе полученных уравнений движения перевёрнутого маятника и тележки построить структурную схему системы управления на основе ПД-регулятора и регулятора нечёткой логики в пакете прикладных программ *Matlab* и сравнить получившиеся в обоих случаях переходные процессы.

Пакет Fuzzy Logic Toolbox *MATLAB*.

Fuzzy Logic Toolbox – это пакет расширения *MATLAB*, содержащий инструменты для проектирования систем нечёткой логики. Пакет позволяет создавать и редактировать нечёткие системы логического вывода (**FIS**) с помощью графических средств или функций командной строки, а также с помощью автоматического генерирования, используя либо кластеризацию, либо адаптивные нейро-нечеткие методы. Пакет включает специальные блоки для построения систем нечёткой логики в *Simulink*. Также имеется возможность выполнить свой собственный код программы на языке C или сгенерировать код системы нечеткого вывода благодаря изолированному обработчику (stand-alone fuzzy engine), который считывает нечёткие системы, сохранённые в сессии *MATLAB*. Все функции пакета написаны на открытом языке *MATLAB*, что позволяет анализировать структуру программы, контролировать исполнение алгоритмов, а также создавать свои собственные функции и процедуры.

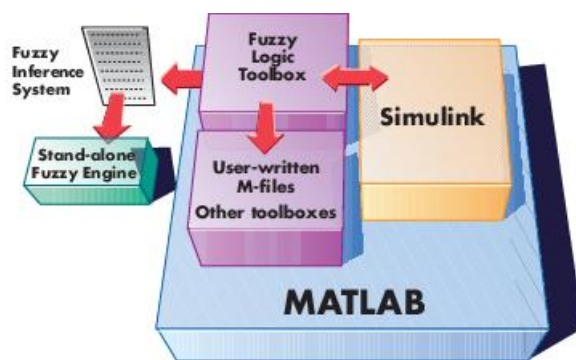


Рисунок 1. Принцип взаимодействия пакета Fuzzy Logic Toolbox с системой Matlab.

Для создания, редактирования, просмотра систем нечеткого вывода используются следующие графические инструменты, представленные на рисунке 2:

- **Fuzzy Logic Designer** - для решения высокоуровневых вопросов системы, таких как количество и имена входных и выходных переменных. Fuzzy Logic Designer при этом не ограничивает количество входных переменных, оно может быть ограничено объемом доступной оперативной памяти машины, используемой для вычисления. Если количество входов слишком велико или число функций принадлежности является слишком большим, может быть трудным проанализировать FIS с помощью других инструментов, представленных далее;
- **Membership Function Editor** - для определения формы всех функций принадлежности, связанных с каждой переменной;
- **Rule Editor** - для редактирования списка правил, определяющего поведение системы;

- **Rule Viewer** - для отображения диаграммы нечеткого вывода. Используется для диагностики, чтобы увидеть, например, какие правила активны, или как отдельные функции принадлежности влияют на результат;
- **Surface Viewer** - для отображения зависимостей одного из выходов FIS от любого (одного или двух) входов в виде графика.

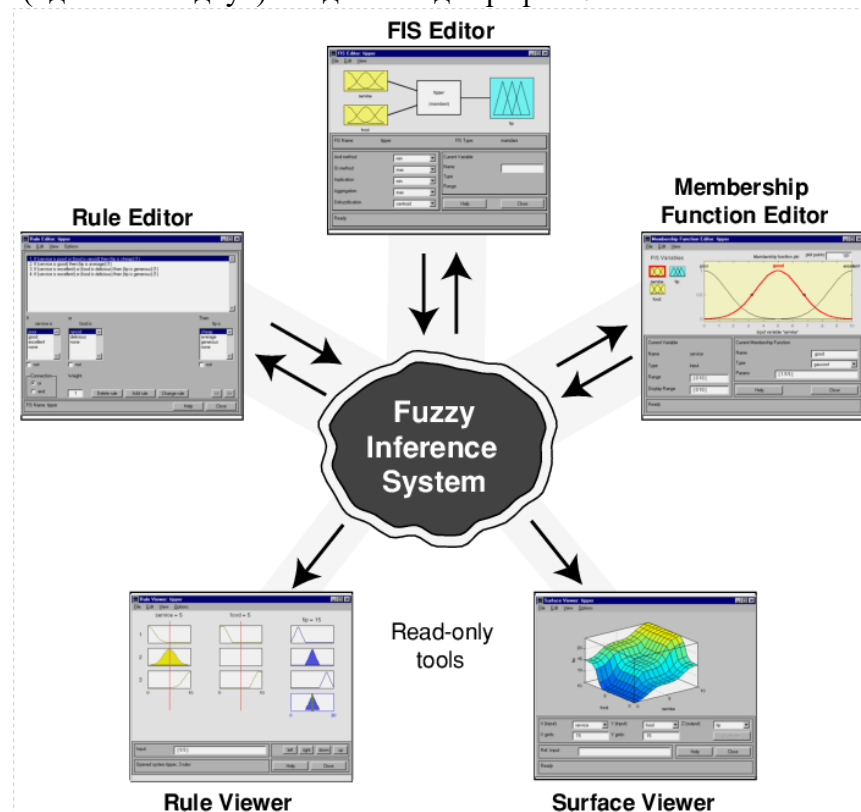


Рисунок 2. Графические пользовательские интерфейсы, используемые для создания, редактирования и просмотра систем нечеткого вывода.

Эти графические интерфейсы являются динамически связанными, то есть изменения, внесенные в FIS с помощью одного из них, влияют на то, что отображается на любых других открытых графических интерфейсах. Например, при изменении имён функций принадлежности в Membership Function Editor, также изменятся имена этих функций, отображаемые в Rule Editor. В любой момент времени может быть открыто любое количество FIS и графических пользовательских интерфейсов.

Графический пользовательский интерфейс можно использовать для чтения и записи FIS как в рабочее пространство системы *Matlab*, так и в файл, что позволяет сохранять созданные FIS при перезапуске *Matlab*. При этом сохранённая FIS представляет собой структуру с 10 полями, как представлено в таблице 1.

Таблица 1. Структура FIS, сохраняемой в *Matlab*.

Имя поля	Обозначение	Возможные принимаемые значения
name	имя, по которому FIS можно вызвать и сохранить в рабочее пространство <i>Matlab</i>	любое, в соответствии с правилами <i>Matlab</i>
type	тип алгоритма нечёткой логики	mamdani / sugeno
and Method	метод обработки логического правила «И» (метод логической конъюнкции)	- min – метод минимального значения; - prod – метод алгебраического произведения; - custom – метод, определённый пользователем.
or Method	метод обработки логического правила «ИЛИ» (метод логической дизъюнкции)	- max – метод максимального значения; - probor – метод алгебраической суммы; - custom – метод, определённый пользователем.

defuzz Method	метод дефаззификации		<p>для алгоритма <i>tamdani</i>:</p> <ul style="list-style-type: none"> - centroid – метод центра тяжести; - bisector – метод медианы; - lom – метод наибольшего из максимумов; - som – метод наименьшего из максимумов; - mom – метод центра максимумов; - custom – метод, определённый пользователем. <p>для алгоритма <i>sugeno</i>:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wtaver – метод взвешенного среднего; - wtsum – метод взвешенной суммы.
imp Method	метод импликации (метод вывода заключения, метод активизации).		<p>только для алгоритма <i>tamdani</i>:</p> <ul style="list-style-type: none"> - min – метод минимального значения; - prod – метод алгебраического произведения; - custom – метод, определённый пользователем.
agg Method	метод агрегирования		<p>только для алгоритма <i>tamdani</i>:</p> <ul style="list-style-type: none"> - max – метод максимального значения; - sum – метод граничной суммы; - probor – метод алгебраической суммы; - custom – метод, определённый пользователем.
input	Структура, в которой для каждой входной переменной содержатся следующие поля:		
	Name	имя входной переменной	любое, в соответствии с правилами Matlab
	Range	диапазон изменения входной переменной	вектор размерностью 1x2. Например, [-150 150]
	mf	структура, в которой для каждой входной переменной содержатся следующие поля:	
		name	имя терма
		type	тип каждой функции принадлежности каждого терма лингвистической переменной. По этому типу вызывается библиотека Matlab с описанием этой функции принадлежности
output	mf	params	параметры каждой функции принадлежности, по которым Matlab вызывает определённую библиотеку. Это координаты графика функции принадлежности, придающие ей тот или иной вид.
			любое, в соответствии с правилами Matlab
			любое, в соответствии с правилами Matlab
	Структура, в которой для каждой выходной переменной содержатся следующие поля:		
	Name	имя выходной переменной	любое, в соответствии с правилами Matlab
	Range	диапазон изменения выходной переменной	вектор размерностью 1x2. Например, [-150 150]
	mf	структура, в которой для каждой выходной переменной содержатся следующие поля:	
		name	имя терма

		type	тип каждой функции принадлежности каждого термина лингвистической переменной. По этому типу вызывается библиотека Matlab с описанием этой функции принадлежности	<ul style="list-style-type: none"> - trimf – треугольная; - trapmf – трапециевидная; - gbellmf – колоколообразная кривая; - gaussmf – кривая Гаусса; - gauss2mf – двухсторонняя кривая Гаусса; - sigmf – сигмоидальная; - dsigmf – разность двух сигмоидальных; - psigmf – произведение двух сигмоидальных; - pimf – П-образная; - smf – S-образная; - zmf – Z-образная.
		params	параметры каждой функции принадлежности, по которым Matlab вызывает определённую библиотеку. Это координаты графика функции принадлежности, придающие ей тот или иной вид.	вектор размерностью 1x2. Например, [-150 150]
rule	Структура правил, в которой для каждого правила содержатся следующие поля:			
	antecedent (посылка)	номер соответствующих для данного правила терм каждой входной лингвистической переменной системы.	Вектор, размерность которого определяется количеством входных лингвистических переменных системы.	
	consequent (следствие)	номер соответствующих для данного правила терм каждой выходной лингвистической переменной системы.	Вектор, размерность которого определяется количеством выходных лингвистических переменных системы.	
	weight	вес каждого правила	от 0 до 1	
	connection	вид связи условий данного правила (метод логической конъюнкции / дизъюнкции)	1 – «AND»; 2 – «OR»	

В целом, процесс нечёткого вывода, согласно алгоритму Мамдани, состоит из следующих пунктов:

1) Фаззификация входных переменных.

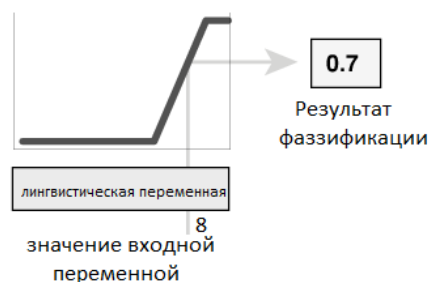


Рисунок 3. Фаззификация входных переменных.

На первом этапе необходимо определить степень соответствия значений входных переменных каждому терму лингвистических входных переменных с помощью функций принадлежности.

2) Применение логических правил и нечёткого оператора обработки этих правил.

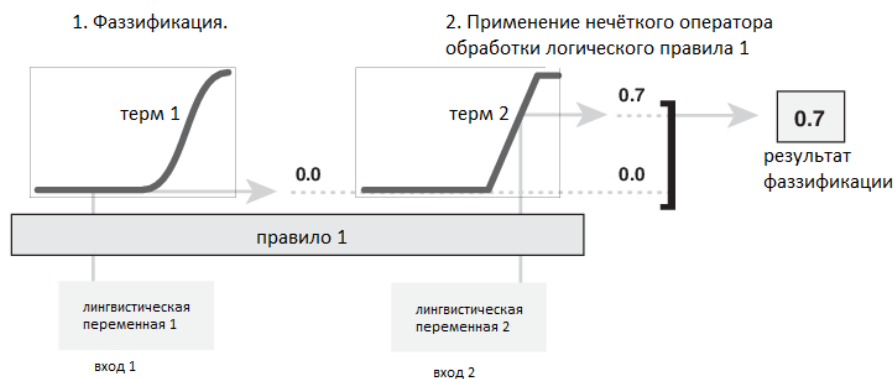


Рисунок 4. Применение логических правил и нечёткого оператора обработки этих правил.

После того как значения входных переменных прошли фаззификацию, мы знаем, в какой степени выполняется каждое правило. Если правило содержит более одного условия, то применяется нечёткий оператор «И» или «ИЛИ». На вход нечёткого оператора поступают 2 или более значения функций принадлежности входных переменных, прошедших фаззификацию. Выходом является число, представляющее степень выполнения каждого правила. При этом каждое правило обрабатывается параллельно (одновременно). Это один из наиболее важных аспектов систем нечёткой логики.

- 3) Применение метода импликации (метод вывода заключения, метод активизации)

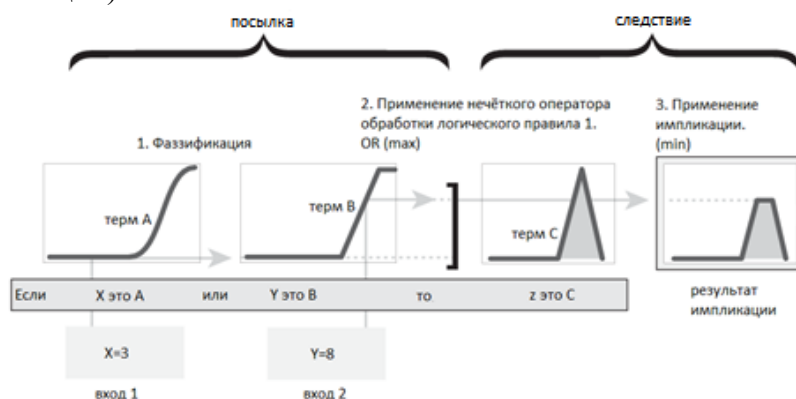


Рисунок 5. Применение метода импликации.

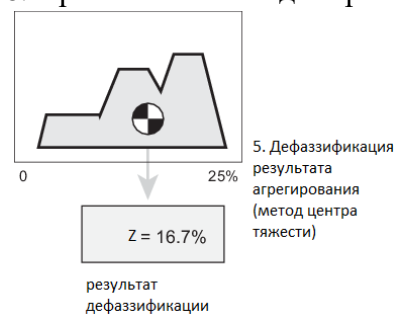
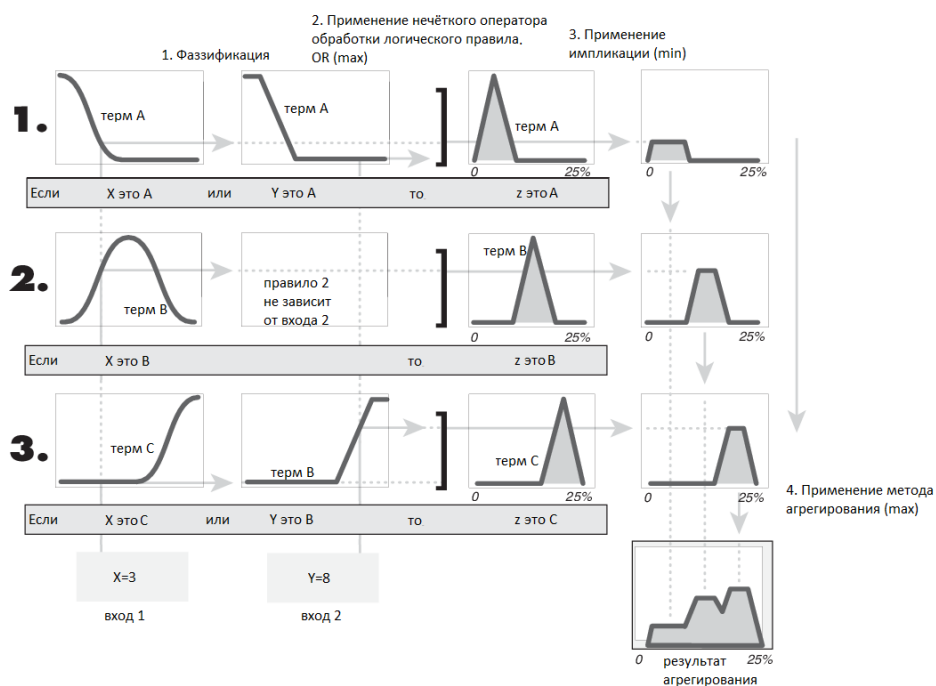
Так как каждое правило имеет свой вес (от 0 до 1), число, представляющее степень выполнения каждого правила, умножается на вес своего правила для получения степени активации. После этого выполняется импликация. Её результатом является функция принадлежности соответствующего терма выходной переменной, скорректированная с учётом полученного значения степени активации.

- 4) Применение метода агрегирования (см. рисунок 6).

Для определения значения нечёткого вывода необходимо объединить все скорректированные функции принадлежности. Для этого все нечёткие множества, представляющие собой результат обработки каждого логического правила, объединяются в одно общее нечеткое множество. Входом процесса агрегирования является список усеченных выходных функций каждого правила после импликации. Выходом процесса агрегирования является одно нечеткое множество для каждой выходной переменной.

- 5) Дефаззификация.

Дефаззификация применяется для того, чтобы получить из совокупности выходных нечетких множеств одно выходное значение для управления.



Математическая модель перевёрнутого маятника на тележке

Несмотря на то, что применение теории нечётких множеств для управления технологическими процессами не предполагает знания моделей этих процессов, для моделирования системы управления и для получения оптимального управления на компьютере необходимо иметь модель объекта управления. Поэтому в первую очередь необходимо построить математическую модель перевёрнутого маятника.

Перевёрнутый маятник расположен на тележке, которая может перемещаться влево или вправо. Маятник и тележка образуют механическую систему с двумя степенями подвижности. Расчётная схема механической системы, состоящей из перевёрнутого маятника на тележке, представлена на рис.1. Считаем, что масса маятника сосредоточена на его конце.

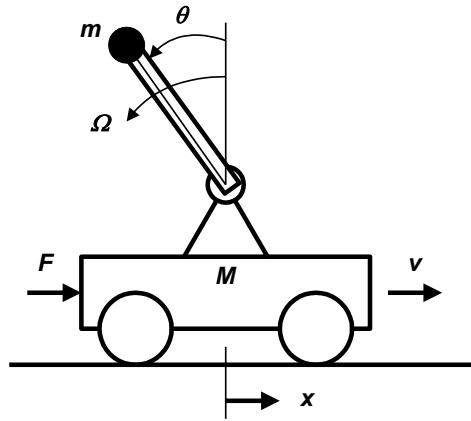


Рисунок 8. Расчётная схема механической системы, состоящей из перевёрнутого маятника на тележке.

Введены следующие переменные и параметры:

θ – угол наклона маятника относительно вертикали, проходящей через шарнир, которым маятник соединён с тележкой (угол положительный при повороте маятника против часовой стрелки);

Ω – угловая скорость движения маятника (угловая скорость положительна при вращении маятника против часовой стрелки);

x – положение тележки (положительное при смещении тележки вправо);

v – скорость движения тележки (положительная при движении тележки вправо);

F – сила, действующая на тележку (положительная сила действует слева направо);

l – длина маятника;

m – масса маятника;

M – масса тележки;

g – ускорение свободного падения.

Лагранжиан, представляющий собой разность кинетической и потенциальной энергий механической системы, состоящей из маятника и тележки, имеет вид

$$L = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} m v_m^2 - mgl \cos \theta ,$$

где v_m – скорость движения сосредоточенной массы маятника. Скорость v_m имеет две составляющие v_{mx} и v_{my} , направленные по двум взаимно перпендикулярным направлениям.

$$v_{mx} = \frac{d}{dt} (x - l \sin \theta) ,$$

$$v_{my} = \frac{d}{dt} (l \cos \theta) .$$

Поэтому

$$v_m^2 = v^2 - 2l \cos \theta v \Omega + l^2 \Omega^2 .$$

Таким образом, Лагранжиан имеет вид

$$L = \frac{1}{2} (M + m) v^2 - ml \cos \theta (v \Omega) + \frac{1}{2} m l^2 \Omega^2 - mgl \cos \theta .$$

Динамические свойства механической системы описываются двумя уравнениями

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v} - \frac{\partial L}{\partial x} = F ,$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \Omega} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0.$$

Произведём преобразования.

$$\frac{\partial L}{\partial v} = (M + m)v - ml \cos \theta \Omega;$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v} = (M + m) \frac{dv}{dt} - ml \cos \theta \frac{d\Omega}{dt} + ml \sin \theta (\Omega^2);$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Omega} = -ml \cos \theta v + ml^2 \Omega;$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \Omega} = -ml \cos \theta \frac{dv}{dt} + ml^2 \frac{d\Omega}{dt} + ml \sin \theta (v\Omega);$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = ml \sin \theta (v\Omega) + mgl \sin \theta.$$

Тогда имеем

$$\begin{aligned} (M + m) \frac{dv}{dt} - ml \cos \theta \frac{d\Omega}{dt} + ml \sin \theta (\Omega^2) &= F, \\ -ml \cos \theta \frac{dv}{dt} + ml^2 \frac{d\Omega}{dt} - mgl \sin \theta &= 0. \end{aligned}$$

Второе уравнение можно упростить, разделив все члены на ml . Тогда получим следующую систему уравнений динамики механической системы

$$\begin{aligned} (M + m) \frac{dv}{dt} - ml \cos \theta \frac{d\Omega}{dt} + ml \sin \theta (\Omega^2) &= F, \\ -\cos \theta \frac{dv}{dt} + l \frac{d\Omega}{dt} - g \sin \theta &= 0. \end{aligned}$$

Особенность этой системы уравнений состоит в том, что производные по времени переменных v и θ находятся в обоих уравнениях. Для решения этой системы представим полученные уравнения в матричной форме

$$A \cdot \begin{bmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F - ml \sin \theta (\Omega^2) \\ g \sin \theta \end{bmatrix},$$

где матрица A имеет вид

$$A = \begin{bmatrix} (M + m) & -ml \cos \theta \\ -\cos \theta & l \end{bmatrix}.$$

Определим условия, при которых определитель матрицы A не равен нулю и, следовательно, система уравнений невырожденная. Определитель матрицы A вычисляется по формуле

$$\det A = D = (M + m)l - ml \cos^2 \theta = Ml + ml \sin^2 \theta.$$

Предположим, что $D = 0$. Тогда должно иметь место равенство

$$\sin^2 \theta = \frac{M}{m}.$$

Будем считать, что $M > m$. Тогда такое равенство невозможно. Таким образом, при указанном условии, наложенном на значения параметров M и m , а также при любом значении угла θ , определитель матрицы A не равен нулю.

Разрешим систему уравнений механической системы относительно производных по времени переменных v и θ .

$$\begin{bmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} F - ml \sin \theta (\Omega^2) \\ g \sin \theta \end{bmatrix},$$

где матрица A^{-1} является обратной по отношению к матрице A . Найдём обратную матрицу A^{-1} . Для этого сначала составим транспонированную матрицу

$$A^T = \begin{bmatrix} (M + m) & -\cos \theta \\ -ml \cos \theta & l \end{bmatrix}.$$

Затем определим матрицу алгебраических дополнений

$$A_{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} l & ml \cos \theta \\ \cos \theta & (M + m) \end{bmatrix}.$$

Матрица A^{-1} определяется уравнением

$$A^{-1} = D^{-1} A_{\mathcal{D}}$$

и имеет вид

$$A^{-1} = D^{-1} \begin{bmatrix} l & ml \cos \theta \\ \cos \theta & (M + m) \end{bmatrix}.$$

В результате механическая система описывается следующей системой уравнений

$$\frac{dv}{dt} = D^{-1} [Fl - ml^2 \sin \theta (\Omega^2) + mgl \sin \theta \cos \theta],$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = D^{-1} [F \cos \theta - ml \sin \theta \cos \theta (\Omega^2) + (M + m)g \sin \theta].$$

Полная система уравнений в нормальной форме Коши, необходимая для компьютерного моделирования механической системы, выглядит так

$$\frac{d\theta}{dt} = \Omega,$$

$$\frac{dx}{dt} = v,$$

$$\frac{dv}{dt} = D^{-1} [Fl - ml^2 \sin \theta (\Omega^2) + mgl \sin \theta \cos \theta],$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = D^{-1} [F \cos \theta - ml \sin \theta \cos \theta (\Omega^2) + (M + m)g \sin \theta],$$

где $D = Ml + ml \sin^2 \theta$.

Линеаризация уравнений механической системы и стабилизация нулевого положения перевёрнутого маятника

Математическая модель, полученная по полной системе уравнений в нормальной форме Коши, является нелинейной. Чтобы избавиться от нелинейности, линеаризуем эти уравнения. Будем считать, что выполняются условия

$$\theta = \theta_0 + \Delta\theta; \quad \Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega; \quad x = x_0 + \Delta x; \quad v = v_0 + \Delta v.$$

Линеаризацию выполним в предположении, что значения величин θ_0 , Ω_0 , x_0 , v_0 , характеризующих точку линеаризации, близки к нулю. Тогда описание механической системы будет состоять из следующих четырёх уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\theta}{dt} &= \Delta\Omega, \\ \frac{d\Delta x}{dt} &= \Delta v, \\ \frac{d\Delta v}{dt} &= M^{-1}(F + mg\Delta\theta), \\ \frac{d\Delta\Omega}{dt} &= (Ml)^{-1}[F + (M + m)g\Delta\theta]. \end{aligned}$$

Стабилизация нулевого положения маятника возможна при введении отрицательных обратных связей по переменным θ и Ω . При этом сила, пропорциональная углу отклонения маятника от вертикали, формируется в соответствии с уравнением

$$F = -k_{\Pi}\Delta\theta - k_{\Delta}\Delta\Omega,$$

где k_{Π} и k_{Δ} – коэффициенты усиления обратных связей по положению и скорости маятника, соответственно.

Преобразуем 1-ое и 4-ое уравнения описания механической системы и уравнение формирования силы по Лапласу.

$$\begin{aligned} s\Delta\theta(s) &= \Delta\Omega(s), \\ s\Delta\Omega(s) &= (Ml)^{-1}[F(s) + (M + m)g\Delta\theta(s)], \\ F(s) &= -k_{\Pi}\Delta\theta(s) - k_{\Delta}\Delta\Omega(s). \end{aligned}$$

Подставляя последнее уравнение во второе, получаем

$$\Delta\theta(s^2 - \frac{(M + m)g}{Ml}) = \frac{1}{Ml}(-k_{\Pi}\Delta\theta - k_{\Delta}\Delta\Omega), \text{ где } \Delta\Omega = s\Delta\theta.$$

Из полученной системы уравнений следует характеристическое уравнение стабилизируемого перевёрнутого маятника

$$\begin{aligned} s^2 + \frac{k_{\Delta}}{Ml}s - \frac{(M + m)g}{Ml} + \frac{k_{\Pi}}{Ml} &= 0, \\ \omega_0^{-2}\lambda^2 + 2\zeta_0\omega_0^{-1}\lambda + 1 &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \omega_0^2 &= (Ml)^{-1}[k_{\Pi} - (M + m)g]; \\ \zeta_0 &= 0,5k_{\Delta}\omega_0^{-1}(Ml)^{-1}. \end{aligned}$$

Задавая желаемые значения ω_0 и ζ_0 , можно найти требуемые значения коэффициентов обратных связей на основании уравнений

$$k_{\Pi} = \omega_0^2 Ml + (M + m)g,$$

Ход выполнения работы.

Система управления с ПД-регулятором.

- 1) Запустите *Matlab* и *Simulink*.
- 2) Загрузите файл “lab1_only_pendulum.mdl”, содержащий нелинейную динамическую модель **перевёрнутого маятника**, полученную выше.
- 3) Постройте систему управления этим маятником на основе ПД-регулятора.

Пояснения:

Обратный маятник имеет значения параметров, представленные в таблице 2.

Таблица 2. Исходные данные.

переменная	параметр	значение	ед. измерения
M	масса тележки	10	кг
m	масса маятника	1	кг
l	длина маятника	1	м
ω_0	частота свободных колебаний системы	10	рад/с
q_0	начальное отклонение маятника от вертикали	0.1	рад

Также принято условие, что сила $F(s)$, действующая на тележку, не может превышать 150 Н.

В соответствии с линеаризованными уравнениями механической системы для стабилизации нулевого положения перевёрнутого маятника коэффициенты обратной связи по углу поворота и по скорости маятника подбираются по следующим формулам:

$$k_{\pi} = \omega_0^2 M l + (M + m)g ,$$

$$k_d = 2\zeta_0 \omega_0 M l .$$

В соответствии с оптимальными значениями коэффициентов передаточной функции колебательного звена второго порядка по критерию ИВМО из теории автоматического управления оптимальным является значение $2\zeta_0 \omega_0 = 1.4\omega_0$. Критерий ИВМО (интеграл от взвешенного модули ошибки):

$$ИВМО = \int_0^T t |e(t)| dt ,$$

где $e(t)$ – ошибка системы. Отсюда оптимальное значение $\xi_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

При частоте свободных колебаний системы, заданной в условии, и при оптимальном значении ξ_0 имеем:

$$k_{\pi} = \omega_0^2 M l + (M + m)g = 10^2 * 10 * 1 + (10 + 1) * 9.81 = 1108 ,$$

$$k_d = 2\xi_0 \omega_0 M l = 2 \frac{\sqrt{2}}{2} * 10 * 10 * 1 = 141 .$$

Таким образом, система управления обратным маятником может иметь вид, представленный на рисунке 12.

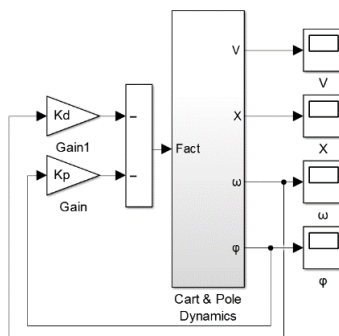


Рисунок 12. Система управления перевёрнутым маятником.

После построения модели получите реакцию системы на отклонение маятника от вертикали на угол q_0 . Для этого в модели маятника в параметрах интегратора сигнала угловой скорости маятника, который представлен на рисунке 9 как Integrator4, измените начальное значение интегратора на значение q_0 , заданное в условии.

Рисунок 13. Параметры интегратора сигнала угловой скорости маятника (Integrator4).

Запустите моделирование системы в течение 5 секунд и наблюдайте процессы изменения угла отклонения маятника от вертикали (φ) и положения тележки (X). Объясните физическое поведение системы. Полученные графики занесите в отчёт, а параметры переходного процесса – в графу “без двигателя” таблицы 3. Для положения тележки укажите характер перемещения тележки (монотонный / колебательный, ограниченный / неограниченный). Если ограничено, т. е. стремится к какому-то значению, укажите значение положения тележки через 5 с после начала моделирования.

Таблица 3. Параметры переходных процессов системы управления с ПД-регулятором.

	Угол отклонения маятника от вертикали			Положение тележки, м	
	Время установления ($\varphi \leq 0.005$ рад), с	Максимальное перерегули- рование, рад	Установи- вшаяся ошибка, рад	Положение тележки через 5 с, м	Характер переме- щения тележки; направление
без двигателя					
$\tau_{aum} =$ 0.001 с					
$\tau_{aum} =$ 0.02 с					
$\tau_{aum} =$ 0.1 с					

- 4) Дополните полученную модель системы управления с помощью ПД-регулятора блоком аperiodического звена, представляющим собой двигатель с постоянной времени τ_{aum} .

Пояснения:

Звено Motor Transfer Function, представленное на рисунке 14, является аperiodическим звеном, представляющим собой двигатель с постоянной времени $\tau_{aum} = 0.02$ с.

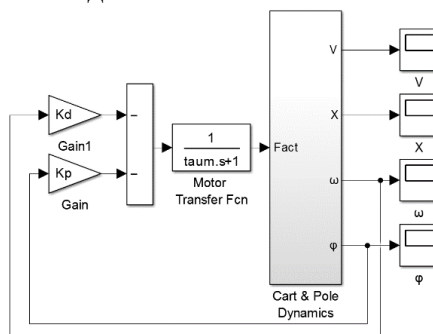


Рисунок 14. Система управления перевёрнутым маятником.

Также получите реакцию системы на отклонение маятника от вертикали на угол q_0 . Запустите моделирование системы в течение 5 секунд и наблюдайте переходные процессы изменения угла отклонения маятника от вертикали (φ) и положения тележки (X). Объясните физическое поведение системы. Полученные графики занесите в отчёт, а параметры переходного процесса – в графу “ $\tau_{aum}=0.02$ с” таблицы 3.

Также смоделируйте систему при значениях $\tau_{aum} = 0.001$ с и $\tau_{aum} = 0.1$ с. Полученные графики занесите в отчёт, а параметры переходного процесса – в таблицу 3.

Система управления с регулятором нечёткой логики.

Ход выполнения.

- 1) Постройте модель системы управления перевёрнутым маятником с помощью **нечёткого регулятора** развиваемой силы, приложенной к тележке маятника, и сравните получившиеся переходные процессы с полученными с помощью ПД-регулятора. Рассмотрите следующие варианты построения регулятора нечёткой логики:
 - С 9 правилами (т. е. на каждую лингвистическую переменную по 3 терма);
 - С 25 правилами (т. е. на каждую лингвистическую переменную по 5 терм);
 - С 49 правилами (т. е. на каждую лингвистическую переменную по 7 терм);Сделайте вывод о том, какая система управления лучше с точки зрения быстродействия.

Пояснения:

Нечёткий регулятор имеет структуру, основанную на алгоритме Мамдани. Управление осуществляется, как и в модели с ПД-регулятором, по 2 переменным (угол отклонения маятника от вертикали и угловая скорость маятника).

Чтобы включить в модель *Simulink* регулятор нечёткой логики с использованием пакета Fuzzy Logic Toolbox, необходимо прежде всего создать систему нечёткого вывода, включающую лингвистические переменные, термы, функции принадлежности и базу правил. Затем необходимо в модели *Simulink* создать контроллер нечёткой логики и указать ему созданную систему нечёткого вывода. Эту систему можно создать, используя GUI (графический пользовательский интерфейс) пакета Fuzzy Logic Toolbox. В рабочем пространстве Matlab **FIS** представляет собой структуру, идентичную представленной в таблице 1. В материалах лабораторной работы уже имеется файл “fuzzy_controller_3_trmf.mdl”, в котором содержится контроллер, построенный по принципам нечёткой логики. Поэтому для построения модели системы управления перевёрнутым маятником с помощью нечёткого регулятора выполните следующую последовательность действий:

1.1) Загрузите файл “fuzzy_controller_3_trmf.mdl”. В этом файле содержится модель нечёткого регулятора с 9 правилами и с треугольным видом функций принадлежности. Проанализируйте структуру этой модели в соответствии с таблицей 1. Найдите в модели блоки, отвечающие за вид функций принадлежности входных и выходной переменных, метод обработки логических правил (andMethod), метод импликации (impMethod), агрегирования (aggMethod) и дефазификации (defuzzMethod).

1.2) Загрузите файл “fuzzy_controller_3_trmf_params.m”. В этом файле содержатся параметры функций принадлежности входных и выходной переменных.

Здесь важно отметить, что переменная **fi** (угол отклонения маятника от вертикали) изменяется в пределах $[-0.786 \ 0.786]$ рад, что соответствует углу $[-\pi/4 \ \pi/4]$ рад. Переменная **omega** изменяется в диапазоне $[-1.57 \ 1.57]$ рад/с, что в 2 раза больше диапазона изменения переменной **fi**, исходя из того, что **omega** является производной от **fi**. А переменная **force** изменяется в диапазоне $[-150 \ 150]$ Н в соответствии с условиями, приведёнными в пояснении к пункту 2.

Функции принадлежности этих переменных представлены на рисунках 15-17. Важно отметить, что треугольная функция принадлежности зависит от трех скалярных параметров a, b и c, которые задаются в модели в настройках блоков “trimf”. Такой вид функции принадлежности описывается следующей функцией:

$$f(x;a,b,c)=\begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases}$$

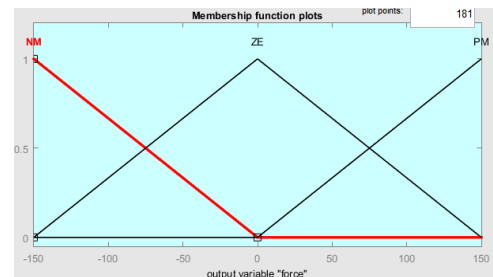


Рисунок 15. Функции принадлежности переменной **force**.

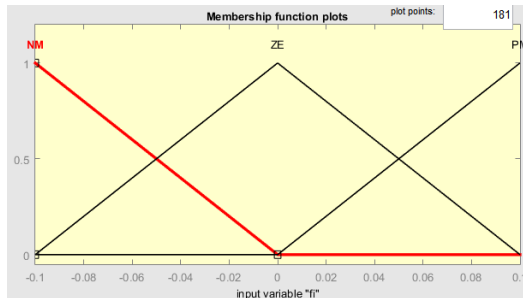


Рисунок 16. Функции принадлежности переменной **fi**.

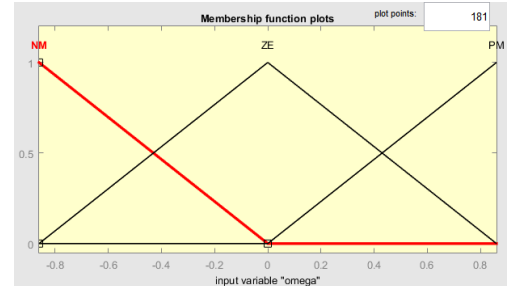


Рисунок 17. Функции принадлежности переменной **omega**.

В файле “fuzzy_controller_3_trimf.mdl” правила заданы в соответствии с таблицей 4 для 3 термов переменных **fi**, **omega** и **force**. Так, например, “Если (**fi** это ZE «И» **omega** это PM) то (**force** это PM)”.

Таблица 4. Таблица правил переменной **force** для 3 термов переменных **fi** и **omega**.

		fi		
		NM	ZE	PM
omega	NM	NM	NM	ZE
	ZE	NM	ZE	PM
	PM	ZE	PM	PM

- 1.3) Скопируйте нечёткий регулятор в модель системы управления перевёрнутым маятником. Для управления перевёрнутым маятником необходимо на вход регулятора нечёткой логики подать сигналы отрицательной обратной связи по положению и угловой скорости маятника. Для большей наглядности и удобства сравнения переходных процессов систем управления с ПД-регулятором и регулятором нечёткой логики разместите 2 системы в одной модели Simulink, как показано на рисунке 19.

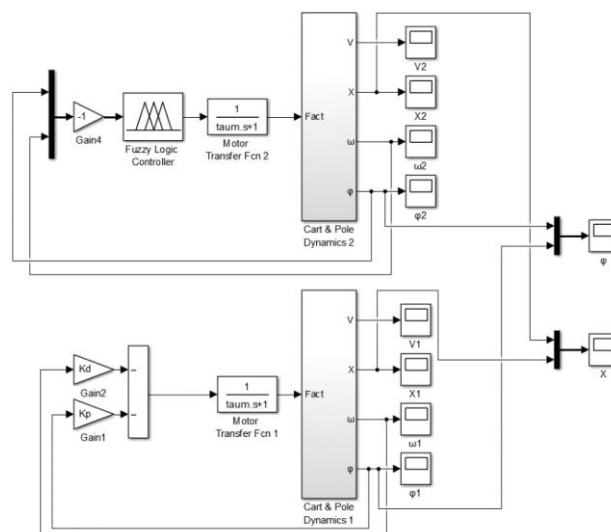


Рисунок 19. Сравнение двух систем управления.

- 1.4) Установите значения переменных в соответствии с таблицей 2. Также установите значение переменной $\tau_{aim} = 0.001$ с и запустите моделирование системы. Сравните переходные процессы обеих систем управления и занесите параметры этих процессов в соответствующие столбцы таблицы 5.

Таблица 5. Сравнение СУ с ПД-регулятором и нечёткими регуляторами с различным количеством правил.

	время переходного процесса, с	максимальное перерегулирование f_i , рад	установившаяся ошибка ($t=5.0$ с), рад	положение тележки через $t=5.0$ с, м
СУ с ПД-регулятором				
СУ с нечётким регулятором (9 правил)				
СУ с нечётким регулятором (25 правил)				
СУ с нечётким регулятором (49 правил)				

- 1.5) Теперь рассмотрите СУ с помощью нечёткого регулятора с 25 правилами. Для этого загрузите файлы “fuzzy_controller_5_trmf.mdl” и “fuzzy_controller_5_trmf_params.m”. Обратите внимание, что подсистемы переменных **fi**, **omega** и **force** содержат по 5 термов, описанных треугольными функциями принадлежности, а общее количество правил, заданных в соответствии с таблицей 6, – 25 правил. Вид функций принадлежности переменных представлен на рисунках 20-22.

Таблица 6. Таблица правил переменной **force** для 5 термов переменных **fi** и **omega**.

		fi				
		NB	NM	ZE	PM	PB
omega	NB	NB	NB	NB	NM	ZE
	NM	NB	NB	NM	ZE	PM
	ZE	NB	NM	ZE	PM	PB
	PM	NM	ZE	PM	PB	PB
	PB	ZE	PM	PB	PB	PB

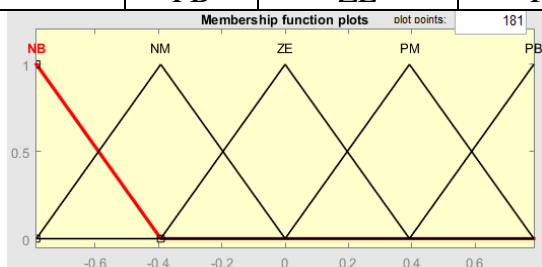


Рисунок 20. Функции принадлежности переменной **fi**.

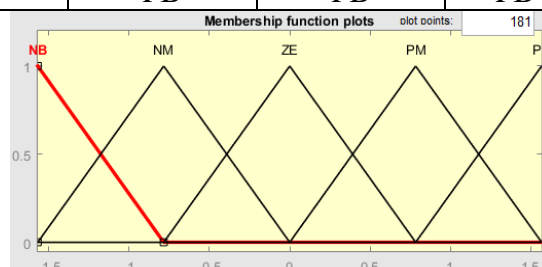


Рисунок 21. Функции принадлежности переменной **omega**.

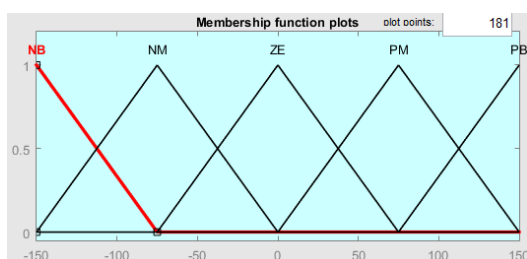


Рисунок 22. Функции принадлежности переменной **force**.

- 1.6) Рассмотрите СУ с помощью нечёткого регулятора с 49 правилами. Загрузите файлы “fuzzy_controller_7_trmf.mdl” и “fuzzy_controller_7_trmf_params”. При этом

подсистемы переменных **fi**, **omega** и **force** содержат по 7 термов, описанных треугольными функциями принадлежности, а общее количество правил, заданных в соответствии с таблицей 7, – 49 правил. Вид функций принадлежности переменных представлен на рисунках 23-25.

Таблица 7. Таблица правил переменной **force** для 7 термов переменных **fi** и **omega**.

		fi						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
omega	NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZE
	NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZE	PS
	NS	NB	NB	NM	NS	ZE	PS	PM
	ZE	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
	PS	NM	NS	ZE	PS	PM	PB	PB
	PM	NS	ZE	PS	PM	PB	PB	PB
	PB	ZE	PS	PM	PB	PB	PB	PB

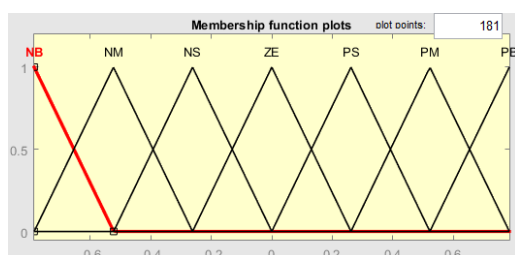


Рисунок 23. Функции принадлежности переменной **fi**.

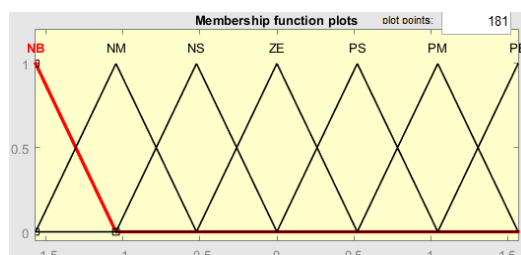


Рисунок 24. Функции принадлежности переменной **omega**.

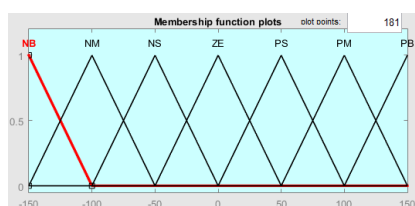


Рисунок 25. Функции принадлежности переменной **force**.

- 1.7) На основе систем управления с разным количеством правил и данных таблицы 5 сделайте вывод о том, какая система управления лучше с точки зрения быстродействия.
- 2) Выберите систему управления на основе нечёткой логики с оптимальным количеством правил и сравните влияние различных типов функций принадлежности на переходные процессы и выберите оптимальные, исходя из следующих:
 - треугольные;
 - гауссовы;
 - колоколообразные.

Сделайте вывод о том, какая система управления лучше с точки зрения быстродействия.

Пояснения:

- 2.1) Исходя из таблицы 5 выберите наиболее оптимальное количество правил для регулятора нечёткой логики. Перенесите параметры переходного процесса из таблицы 5 для данного количества правил в таблицу 8 для треугольного типа функций принадлежности.

Таблица 8. Сравнение СУ с регулятором нечёткой логики с различным типом функций принадлежности.

	время переходного процесса, с	максимальное перерегулирование f_i , рад	установившаяся ошибка ($t=5.0$ с), рад	положение тележки через $t=5.0$ с, м
Треугольный тип (trimf)				
Гауссов тип (gaussmf)				
Колоколообразный тип (gbellmf)				

2.2) Измените тип функций принадлежности всех переменных (**fi**, **omega** и **force**) на гауссов, как представлено на рисунке 26 для переменной **fi**. Для этого загрузите файл “gauss_mf1.mdl” с гауссовыми функциями принадлежности. В файле “fuzzy_controller_5_gauss_params.m” приведены параметры функций принадлежности для 5 термов каждой переменной. Гауссовы функции зависят от параметров σ и c и описываются функцией:

$$f(x; \sigma, c) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

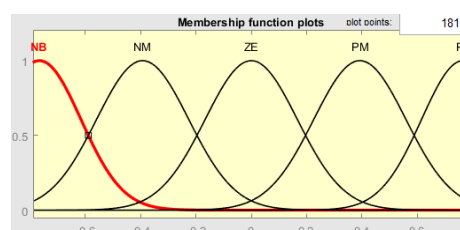


Рисунок 26. Функции принадлежности переменной **fi**.

Параметры гауссовых функций принадлежности для 5 термов лингвистических переменных приведены в следующей таблице:

переменная	имя терма (name)	тип (type)	параметры (params)
fi	'NB'	'gaussmf'	[0.1502 -0.7664]
	'NM'	'gaussmf'	[0.1669 -0.393]
	'ZE'	'gaussmf'	[0.1669 0]
	'PM'	'gaussmf'	[0.1669 0.393]
	'PB'	'gaussmf'	[0.1502 0.7664]
omega	'NB'	'gaussmf'	[0.3 -1.531]
	'NM'	'gaussmf'	[0.3334 -0.785]
	'ZE'	'gaussmf'	[0.3334 0]
	'PM'	'gaussmf'	[0.3334 0.785]
	'PB'	'gaussmf'	[0.3 1.531]
force	'NB'	'gaussmf'	[28.66 -146.3]
	'NM'	'gaussmf'	[31.85 -75]
	'ZE'	'gaussmf'	[31.85 0]
	'PM'	'gaussmf'	[31.85 75]
	'PB'	'gaussmf'	[28.66 146.3]

2.3) Запустите моделирование системы в течение 5 с. Занесите параметры получившегося переходного процесса в соответствующую строку таблицы 8.

2.4) Измените тип функций принадлежности всех переменных (**fi**, **omega** и **force**) на колоколообразный, как представлено на рисунке 27 для переменной **fi**. Для этого загрузите файл “gbell_mf1.mdl” с колоколообразными функциями принадлежности. В файле “fuzzy_controller_5_gbell_params.m” приведены параметры функций принадлежности для 5 термов каждой переменной. Колоколообразные функции зависят от параметров a, b и c и описываются функцией:

$$f(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}},$$

где b обычно положительно,
 c определяет центр кривой

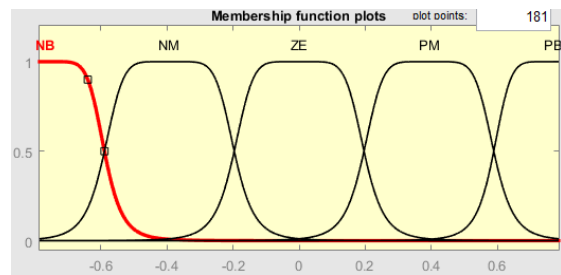


Рисунок 27. Функции принадлежности переменной **fi**.

Параметры колоколообразных функций принадлежности для 5 термов лингвистических переменных приведены в следующей таблице:

переменная	имя термина (name)	тип (type)	параметры (params)
fi	'NB'	'gbellmf'	[0.1768 3.278 -0.7664]
	'NM'	'gbellmf'	[0.1965 3.278 -0.393]
	'ZE'	'gbellmf'	[0.1965 3.278 0]
	'PM'	'gbellmf'	[0.1965 3.278 0.393]
	'PB'	'gbellmf'	[0.1768 3.278 0.7664]
omega	'NB'	'gbellmf'	[0.3532 3.278 -1.531]
	'NM'	'gbellmf'	[0.3925 3.278 -0.785]
	'ZE'	'gbellmf'	[0.3925 3.278 0]
	'PM'	'gbellmf'	[0.3925 3.278 0.785]
	'PB'	'gbellmf'	[0.3532 3.278 1.531]
force	'NB'	'gbellmf'	[33.74 3.278 -146.3]
	'NM'	'gbellmf'	[37.5 3.278 -75]
	'ZE'	'gbellmf'	[37.5 3.278 0]
	'PM'	'gbellmf'	[37.5 3.278 75]
	'PB'	'gbellmf'	[33.74 3.278 146.3]

- 2.5) Запустите моделирование системы в течение 5 с. Занесите параметры получившегося переходного процесса в соответствующую строку таблицы 8.
 - 2.6) На основе систем управления с разным типом функций принадлежности сделайте вывод о том, какая система управления лучше с точки зрения быстродействия.
- 3) Для системы управления на основе нечёткой логики с оптимальным количеством правил и оптимальным типом функций принадлежности сравните влияние различных методов логической конъюнкции (обработки правил), импликации и агрегирования на переходный процесс. Сделайте вывод о том, какие методы целесообразны в данной системе управления.

Пояснения:

Для выбора оптимальных методов логической конъюнкции, импликации и агрегирования в модели нечёткого контроллера измените следующие блоки:

- блок логической конъюнкции (обработки правил) (andorMethod). Поменяйте функцию min на функцию product.
- блок импликации (impMethod). Поменяйте функцию min на функцию product.
- блок агрегирования (AggMethod). Поменяйте функцию max на функцию sum.

С использованием различных комбинаций этих методов найдите такую, при которой время переходного процесса минимально.

Далее приведены результаты применения различных методов дефаззификации. При изменении этих методов переходные процессы резко изменяются. Пример различных методов дефаззификации приведён на рисунке 28. При использовании таких методов дефаззификации, как **lom**, **som**, **mom**, вывести маятник в вертикальное положение так и не удаётся.

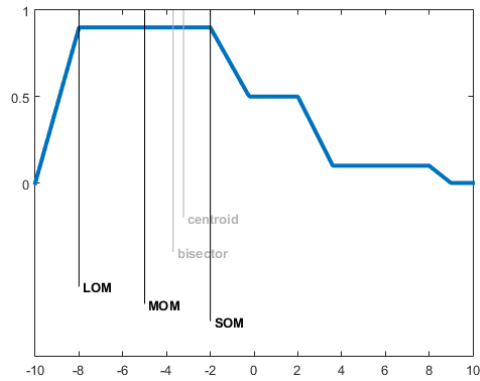


Рисунок 28. Различные методы дефаззификации в *Matlab* (для алгоритма Мамдани).

Метод центра тяжести (centroid) или центроид площади описывается по формуле:

$$y = \frac{\int_{Min}^{Max} x \cdot \mu(x) dx}{\int_{Min}^{Max} \mu(x) dx},$$

где y — результат дефаззификации, x — переменная, соответствующая выходной лингвистической переменной **force**, $\mu(x)$ — функция принадлежности нечёткого множества, соответствующего выходной переменной после импликации, Min и Max — левая и правая точки диапазона изменения выходной переменной. Таким образом, при дефаззификации методом центра тяжести значение выходной переменной равно абсциссе центра тяжести площади, ограниченной графиком кривой функции принадлежности выходной переменной.

Метод центра площади (bisector) определяется из уравнения:

$$\int_{Min}^u \mu(x) dx = \int_u^{Max} \mu(x) dx,$$

где $y = u$ — результат дефаззификации. Таким образом, центр площади равен абсциссе, которая делит площадь, ограниченную графиком кривой функции принадлежности выходной переменной **force** на две равные части.

Сравнение СУ с методами дефаззификации bisector и centroid для управления перевёрнутым маятником представлено в таблице 9.

Таблица 9. Сравнение СУ с методами дефаззификации **bisector** и **centroid**.

	время переходного процесса, с	максимальное перерегулирование \tilde{f}_i , рад	установившаяся ошибка ($t=5.0$ с), рад	положение тележки через $t=5.0$ с, м
метод центра тяжести (centroid)	2.5637	0	0	-8.9152
метод медианы (bisector)	-	0	0.086	-42.9827

Как видно из таблицы, в данной СУ целесообразно применять метод центра тяжести.

- 4) Для системы управления на основе нечёткой логики с оптимальным количеством правил, типом функций принадлежности, методами логической конъюнкции, импликации, агрегирования и дефаззификации измените значение переменной $\tau_{a_{ит}}$. Сравните чувствительность систем управления на основе нечёткой логики и ПД-регулятора к изменению своих параметров.

Пояснения:

- 4.1) По аналогии с пунктами 1.2, 1.3 и таблицей 3 заполните таблицу 10 для системы управления перевёрнутым маятником с нечётким регулятором.

Таблица 10. Параметры переходных процессов системы управления с нечётким регулятором.

	Угол отклонения маятника от вертикали			Положение тележки, м	
	Время установления ($\varphi \leq 0.005$ рад), с	Максимальное перерегули- рование, рад	Установи- вшаяся ошибка, рад	Положение тележки через 5 с, м	Характер переме- щения тележки; направление
без двига- теля					
$\tau_{\text{aum}} = 0.001$ с					
$\tau_{\text{aum}} = 0.02$ с					
$\tau_{\text{aum}} = 0.1$ с					

- 4.2) Сравните таблицы 3 и 10. Сделайте вывод о чувствительности системы управления на основе нечёткой логики к изменению своих параметров по сравнению с системой с ПД-регулятором.

- 5) Попробуйте приблизить переходные процессы системы управления с регулятором нечёткой логики к системе управления с ПД-регулятором путём изменения параметров функций принадлежности переменных \mathbf{fi} и $\mathbf{\omega}$.

Пояснения:

При создании нечёткого регулятора могут понадобиться трапецеидальные функции принадлежности. Блок математической модели, описывающей такую функцию, содержится в файле “trap_mf.mdl”.

- 6) Запустите моделирование системы в течение 5 с при $\tau_{\text{aum}} = 0.001$ с, $\tau_{\text{aum}} = 0.1$ с и при $q_0 = 0.1$ рад и $q_0 = 0.5$ рад. Сравните получившиеся переходные процессы и для наглядности заполните таблицу 11 (параметры переходного процесса для ПД-регулятора можно перенести с таблицы 3).

Таблица 11. Параметры переходных процессов системы управления.

τ_{aum} , с	q_0 , рад	регу- лятор	Угол отклонения маятника от вертикали			Положение тележки, м	
			Время установления ($\varphi \leq 0.005$ рад), с	Максималь- ное перере- гулирование, рад	Установи- вшаяся ошибка, рад	Положение тележки через 5 с, м	Характер перемещения тележки; направление
0.001	0.1	ПД					
		fuzzy					
	0.5	ПД					
		fuzzy					
0.1	0.1	ПД					
		fuzzy					
	0.5	ПД					
		fuzzy					

Сделайте вывод о преимуществах и недостатках применения нечёткой логики для решения данной задачи.

Модель с управлением по 4 переменным.

В итоге выполнения пунктов 1-5 была составлена модель перевёрнутого маятника с управлением по 2 переменным. Теперь рассмотрим модель управления по 4 переменным (угол маятника, его угловая скорость, рассогласование между заданным и текущим положением тележки и скорость тележки) с одной выходной переменной (сила, прикладываемая к тележке). Как известно, в модели управления по 2 переменным отсутствовало управление положением тележки. Этот недостаток отсутствует в модели с управлением по 4 переменным, предлагаемой компанией *MathWorks*. В рамках лабораторной работы предлагается исследовать эту модель и понять основные принципы её работы и отличия от предыдущей модели. В лабораторной работе эта модель запускается в демонстративном режиме.

Структурная схема этой модели содержит звено Switch, которое переключает управление перемещением тележки перевёрнутого маятника между управлением по генератору сигналов с заданной амплитудой, частотой и формой изменения сигнала (прямоугольная, синусоидальная, пилообразная, случайная) и управлением по заданию мышкой в окне анимации при запуске модели (может не работать в некоторых версиях Matlab). Переключение между двумя режимами управления осуществляется с помощью блока Constant.

Нечёткий регулятор данной модели построен на алгоритме Такаги-Сугено. Процесс нечёткого вывода, согласно алгоритму Такаги-Сугено, имеет вид, представленный на рисунке 29.

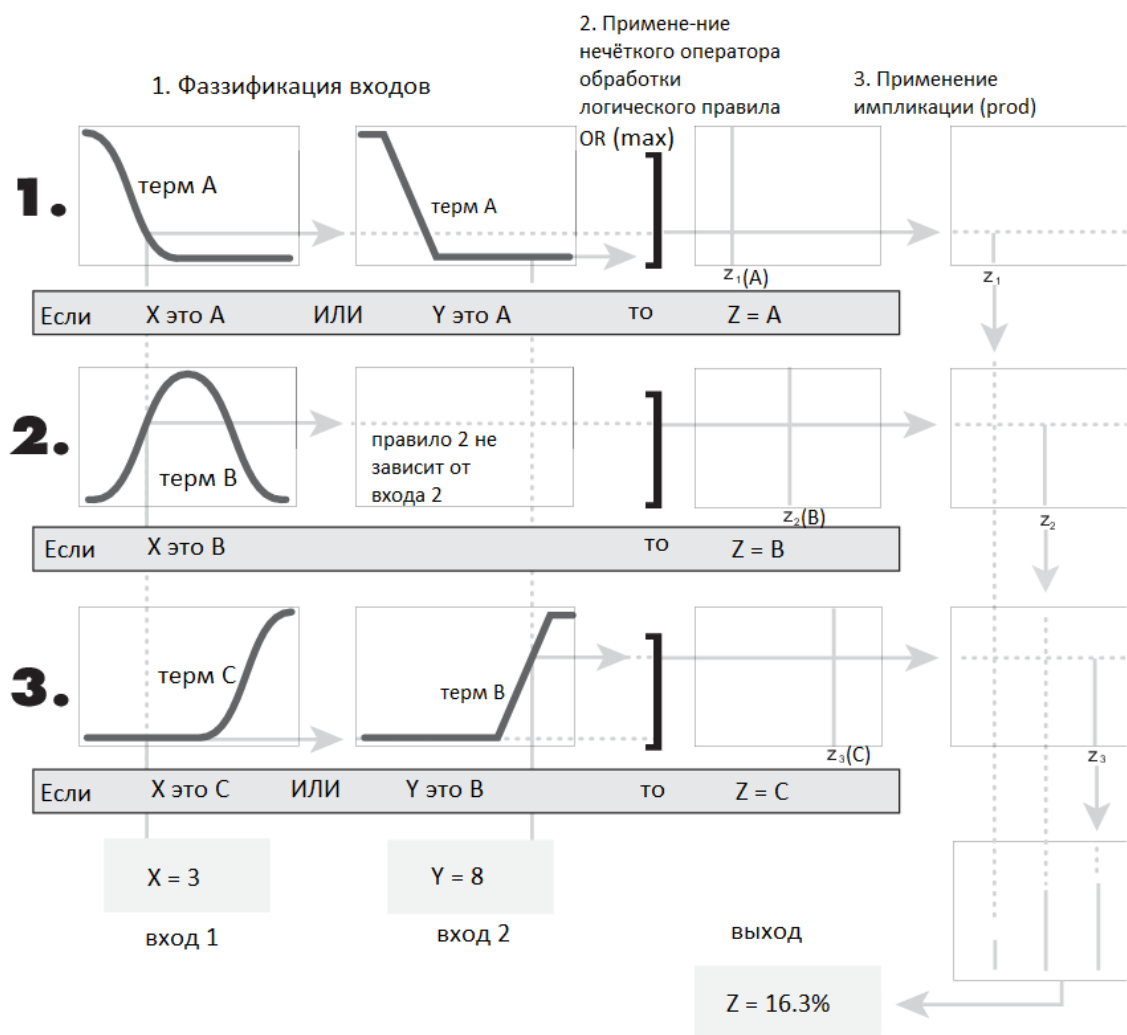


Рисунок 29. Алгоритм Такаги-Сугено.

В системе нечёткого вывода при использовании алгоритма Такаги-Сугено правила обычно записываются в следующем виде:

Если $\{X \text{ это } A\} \text{ И } \{Y \text{ это } B\} \text{ то } \{Z = ax + by + c\}$.

Вес каждого правила определяется коэффициентом w :

$$w_i = \text{AndMethod}(F_1(x), F_2(y)),$$

где $F_1(x), F_2(y)$ - функции принадлежности входных переменных 1 и 2.

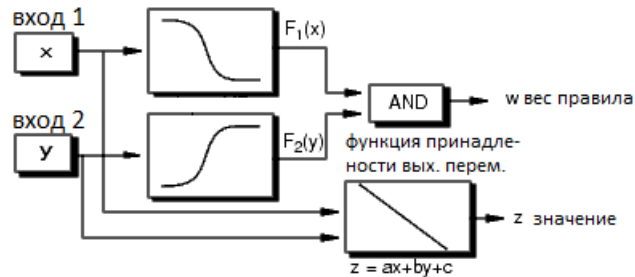


Рисунок 30. Схема работы правила при алгоритме Такаги-Сугено.

FIS (Fuzzy Inference System) данной модели отличается от предыдущей модели значениями полей `type`, `defuzzMethod` и полями, связанными с функциями принадлежности входной переменной.

В поле `type` введено значение **'sugeno'**, а в поле `defuzzMethod` – метод **'wtaver'**. Это модифицированный вариант в форме метода центра тяжести для одноточечных множеств. Рассчитывается по формуле:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^N w_i},$$

где n – общее количество правил.

В поле `"type"` структуры `"mf"` выходной функции принадлежности введены значения **'linear'**, а в поле `"params"` введены значения коэффициентов a_1, a_2, a_3 и a_4 , так как в алгоритме Сугено выходная переменная имеет следующий вид:

$$z = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 + a_5,$$

где x_1 - угол маятника, x_2 - угловая скорость маятника, x_3 - рассогласование между заданным и текущим положением тележки и x_4 - скорость тележки.

На рисунке 29 представлен вид функций принадлежности для первого правила, когда угол и скорость маятника, рассогласование и скорость тележки принимают отрицательное значение. На рисунках 30 и 31 представлены трёхмерные графики зависимости выходной переменной от угла отклонения маятника от вертикали и угловой скорости (рисунок 30), положения и скорости тележки (рисунок 31).

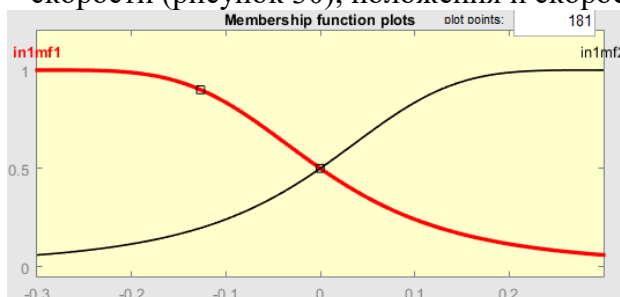


Рисунок 29. Функции принадлежности переменной X .

Таблица 12. Таблица правил нечёткого регулятора на основе алгоритма Такаги-Сугено.

		$x : \dot{x}$			
$\theta : \dot{\theta}$		N:N	N:P	P:N	P:P
	N:N	N1	N2	N3	N4
	N:P	N5	N6	N7	N8
	P:N	P9	P10	P11	P12
	P:P	P13	P14	P15	P16

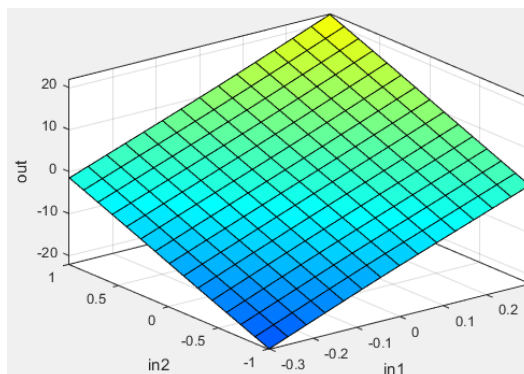


Рисунок 30. График зависимости выходной переменной от угла отклонения маятника от вертикали (in1) и угловой скорости (in2).

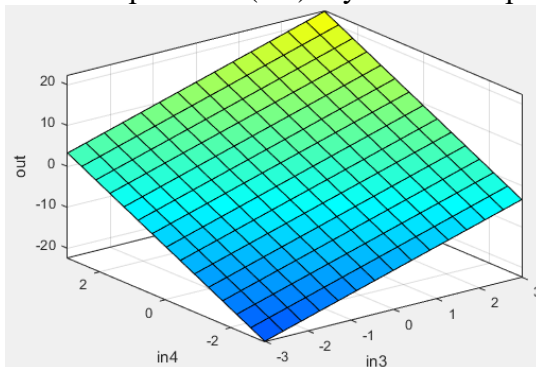


Рисунок 31. График зависимости выходной переменной от положения (in3) и скорости тележки (in4).

Обратите внимание, что вид функций принадлежности входных переменных имеет колоколообразный вид (**gbell**). Коэффициенты a_1 , a_2 , a_3 и a_4 подобраны экспертами так, что функции принадлежности выходной переменной являются линейными. Их оптимальный подбор позволяет снизить общее количество правил до 16, а общее количество термов всех 4 лингвистических переменных – до 8.

Контрольные вопросы.

- 1) Объясните, почему в СУ с управлением по 2 переменным положение тележки не принимает постоянное значение, а изменяется монотонно? Каким способом можно ограничить движение тележки, чтобы её положение принимало постоянные значения?
- 2) Что такое FIS в пакете Fuzzy Logic Toolbox системы Matlab?
- 3) Как поменять тип функции принадлежности в системе нечёткого вывода в пакете Fuzzy Logic Toolbox системы Matlab, не используя графическо-пользовательский интерфейс?
- 4) Как можно изменить параметры переходных процессов в СУ с нечётким регулятором?
- 5) Каким образом можно приблизить параметры переходных процессов СУ с нечётким регулятором к СУ с ПД-регулятором?
- 6) Как влияет на данную СУ с нечётким регулятором изменение методов конъюнкции, импликации, агрегирования и дефаззификации?
- 7) Какая система управления имеет большую чувствительность к изменению своих параметров (параметров двигателя) в рамках данной задачи, система управления на основе ПД-регулятора или на основе нечёткого регулятора?
- 8) Назовите преимущества и недостатки системы управления перевёрнутым маятником на основе алгоритма Такаги-Сугено с управлением по 4 переменным по сравнению с системой управления на основе алгоритма Мамдани с управлением по 2 переменным.