1 Exercise 1.13

$$\sin x = 3\sin\frac{x}{3} - 4\sin^3\frac{x}{3} \tag{1}$$

$x = \dfrac{x}{3} + \dfrac{x}{3} + \dfrac{x}{3}$ であるので，加法定理より

$$\begin{aligned}
\sin x &= \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{x}{3} + \frac{x}{3}\right) && (2)\\
&= \sin\left(\left(\frac{x}{3} + \frac{x}{3}\right) + \frac{x}{3}\right) && (3)\\
&= \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{x}{3}\right)\cos\frac{x}{3} + \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{x}{3}\right)\sin\frac{x}{3} && (4)\\
&= \sin\frac{x}{3}\cos\frac{x}{3}\cos\frac{x}{3} + \cos\frac{x}{3}\sin\frac{x}{3}\cos\frac{x}{3} + \cos^2\frac{x}{3}\sin\frac{x}{3} - \sin^2\frac{x}{3}\sin\frac{x}{3} && (5)\\
&= \sin\frac{x}{3}\cos^2\frac{x}{3} + \sin\frac{x}{3}\cos^2\frac{x}{3} + \sin\frac{x}{3}\cos^2\frac{x}{3} - \sin^3\frac{x}{3} && (6)\\
&= 3\sin\frac{x}{3}\cos^2\frac{x}{3} - 3\sin^3\frac{x}{3} && (7)\\
&= 3\sin\frac{x}{3}(1 - \sin^2\frac{x}{3}) - 3\sin^3\frac{x}{3} && (8)\\
&= 3\sin\frac{x}{3} - 4\sin^3\frac{x}{3} && (9)
\end{aligned}$$

2 加法定理

$$\sin(x \pm y) = \sin x\cos y \pm \cos x\sin y \tag{10}$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x\cos y \mp \sin x\sin y \tag{11}$$