

$$T_{pq} : (a, b) \rightarrow (bq + aq + ap, bp + aq) \quad (1)$$

これを

$$T_{pq}(a, b) = (bq + aq + ap, bp + aq) \quad (2)$$

と書くと

$$T_{pq}(bq + aq + ap, bp + aq) = T_{pq}(a', b') \quad (3)$$

$$= (b'q + a'q + a'p, b'p + a'q) \quad (4)$$

$$= ((bp + aq)q + (bq + aq + ap)q + (bq + aq + ap)p, (bp + aq)p + (bq + aq + ap)q) \quad (5)$$

$$= (bpq + aqq + bq q + aqq + apq + bpq + apq + app, bpp + apq + bq q + aqq + apq) \quad (6)$$

$$= (b(q^2 + 2pq) + a(q^2 + 2pq + p^2 + q^2), b(p^2 + q^2) + a(q^2 + 2pq)) \quad (7)$$

ここで

$$p' = p^2 + q^2 \quad (8)$$

$$q' = q^2 + 2pq \quad (9)$$

とすると

$$T_{pq}(bq + aq + ap, bp + aq) \quad (10)$$

$$= (b(q^2 + 2pq) + a(q^2 + 2pq + p^2 + q^2), b(p^2 + q^2) + a(q^2 + 2pq)) \quad (11)$$

$$= (bq' + aq' + ap', bp' + aq') \quad (12)$$

と書くことができる .