

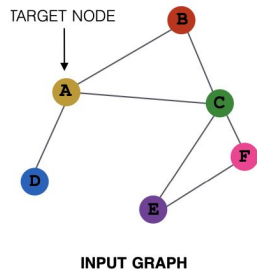


**ІІТМО**

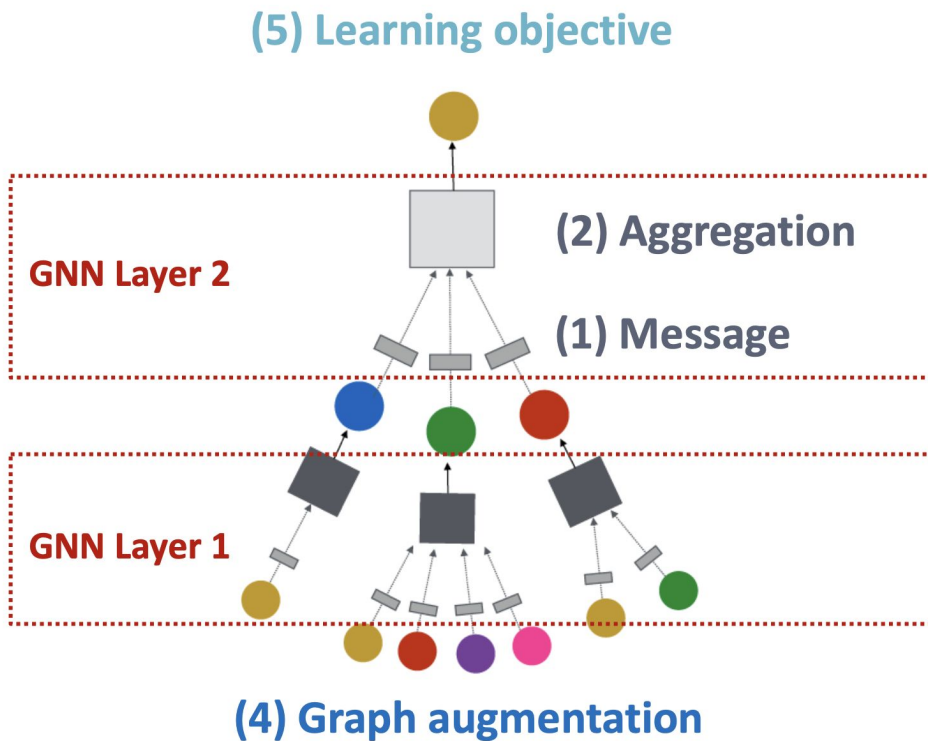
**Анализ графовых  
данных и глубокое  
обучение**

Азимов Рустам  
Высшая школа цифровой культуры

# В предыдущих сериях



(3) Layer connectivity

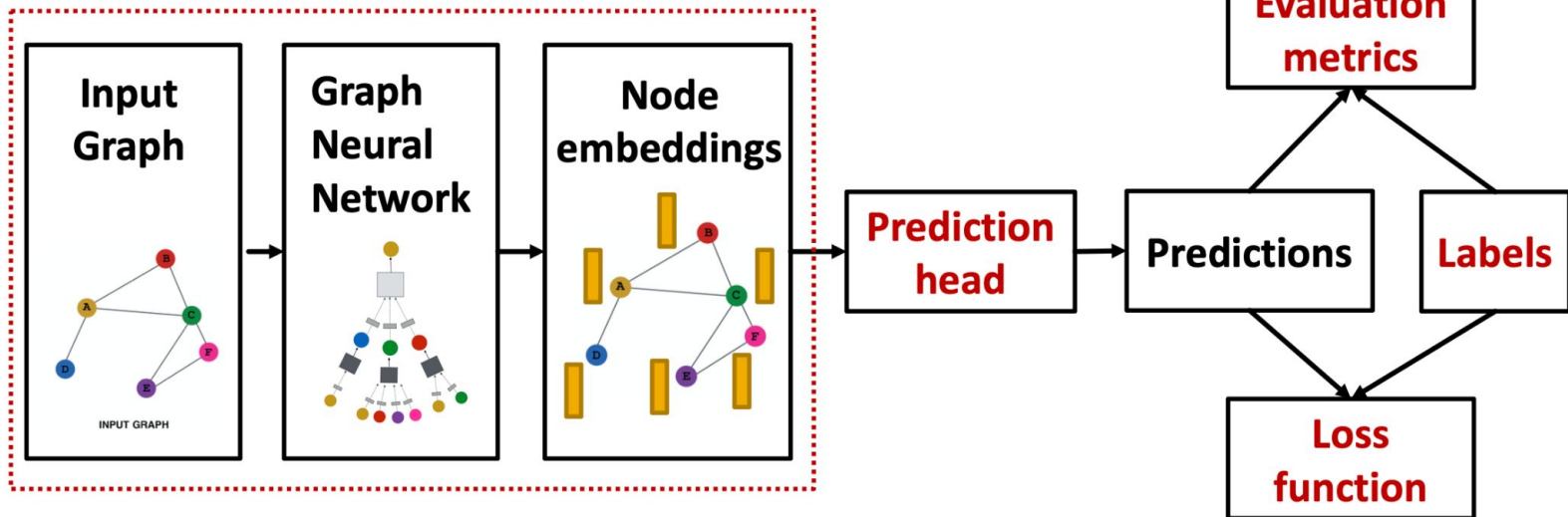




**IITMO**

# **GNN Training Pipeline**

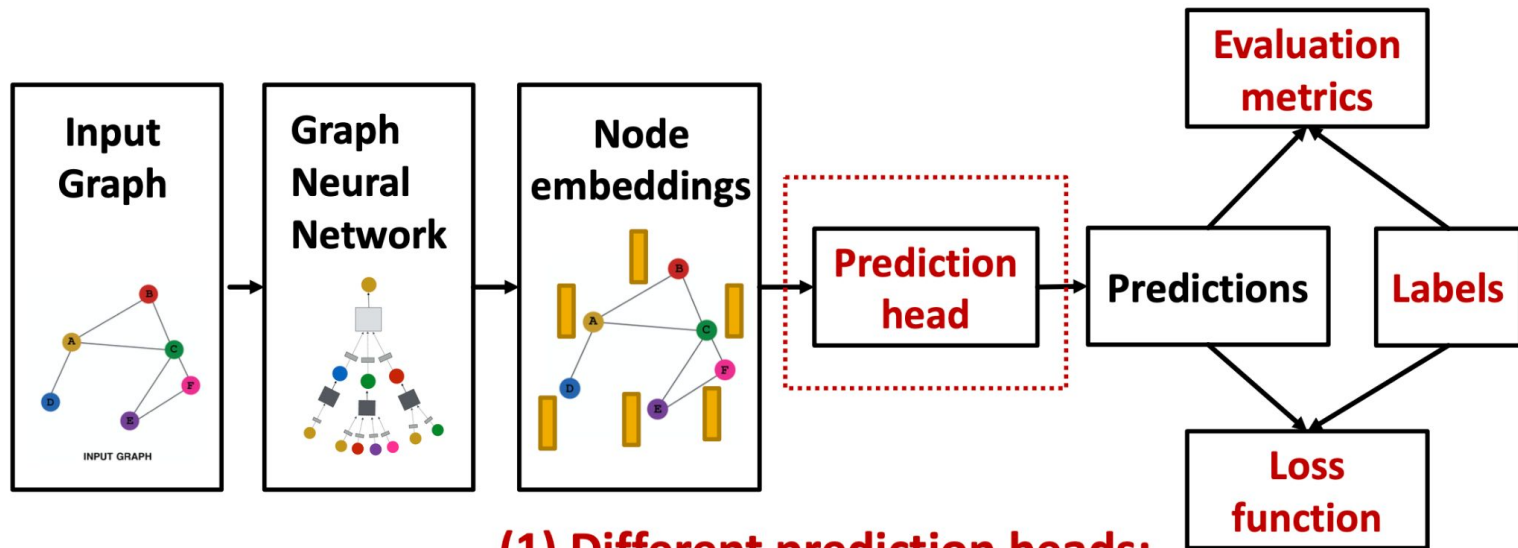
# Training Pipeline



**Output of a GNN: set of node embeddings**

$$\{\mathbf{h}_v^{(L)}, \forall v \in G\}$$

# Prediction head



## (1) Different prediction heads:

- Node-level tasks
- Edge-level tasks
- Graph-level tasks

- Можно использовать линейный слой над обученными эмбедингами

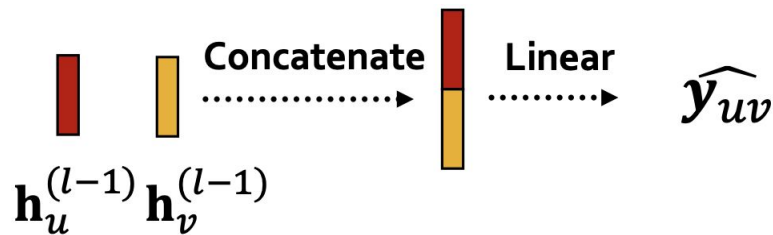


$h_v^{(l)}$

$$\hat{y}_v = \text{Head}_{\text{node}}(\mathbf{h}_v^{(L)}) = \mathbf{W}^{(H)} \mathbf{h}_v^{(L)}$$

- Размер линейного слоя зависит от количества целевых признаков  $y$  для задачи регрессии/классификации

# Edge-level head (1)



$$\hat{y}_{uv} = \text{Linear}(\text{Concat}(\mathbf{h}_u^{(L)}, \mathbf{h}_v^{(L)}))$$

## Edge-level head (2)

- 1-way prediction

$$\hat{\mathbf{y}}_{uv} = (\mathbf{h}_u^{(L)})^T \mathbf{h}_v^{(L)}$$

- $k$ -way prediction (идея, схожая с multi-head attention в GAT)

$$\hat{\mathbf{y}}_{uv}^{(1)} = (\mathbf{h}_u^{(L)})^T \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{h}_v^{(L)}$$

...

$$\hat{\mathbf{y}}_{uv}^{(k)} = (\mathbf{h}_u^{(L)})^T \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{h}_v^{(L)}$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{uv} = \text{Concat}(\hat{\mathbf{y}}_{uv}^{(1)}, \dots, \hat{\mathbf{y}}_{uv}^{(k)}) \in \mathbb{R}^k$$





## (1) Global mean pooling

$$\hat{\mathbf{y}}_G = \text{Mean}(\{\mathbf{h}_v^{(L)} \in \mathbb{R}^d, \forall v \in G\})$$

## (2) Global max pooling

$$\hat{\mathbf{y}}_G = \text{Max}(\{\mathbf{h}_v^{(L)} \in \mathbb{R}^d, \forall v \in G\})$$

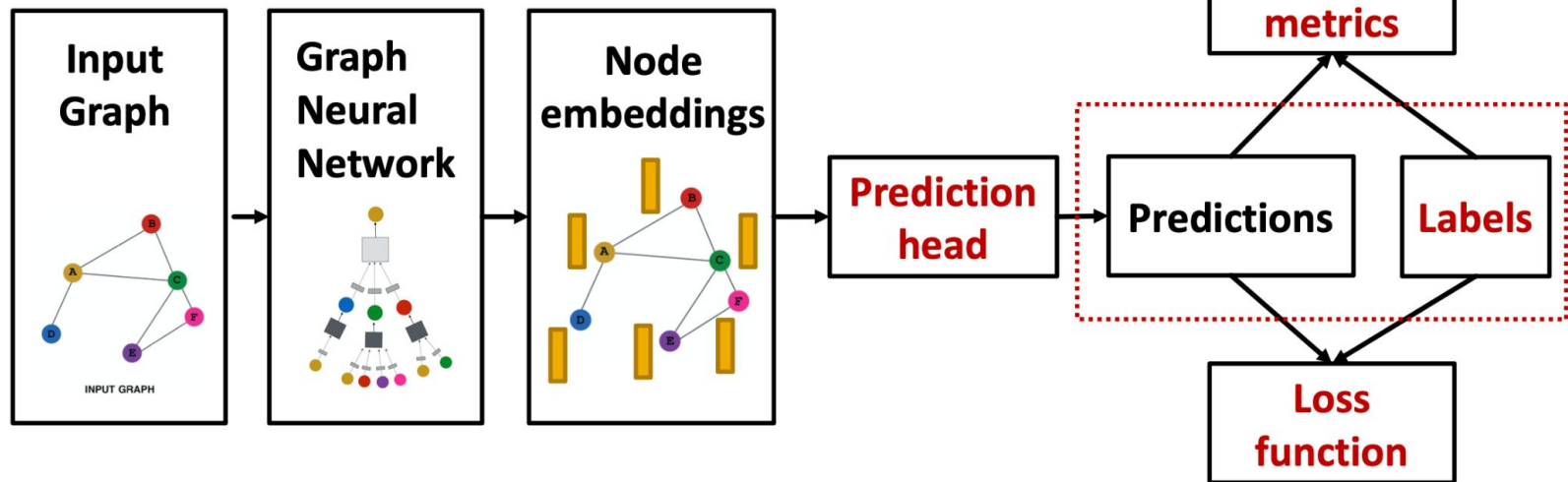
## (3) Global sum pooling

$$\hat{\mathbf{y}}_G = \text{Sum}(\{\mathbf{h}_v^{(L)} \in \mathbb{R}^d, \forall v \in G\})$$

# Training Pipeline

(2) Where does ground-truth come from?

- Supervised labels
- Unsupervised signals



# Supervised Labels

- Метки вершин, рёбер или графов уже даны
- Например, каждый граф — лекарство и известны некоторые токсичные и нетоксичные лекарства

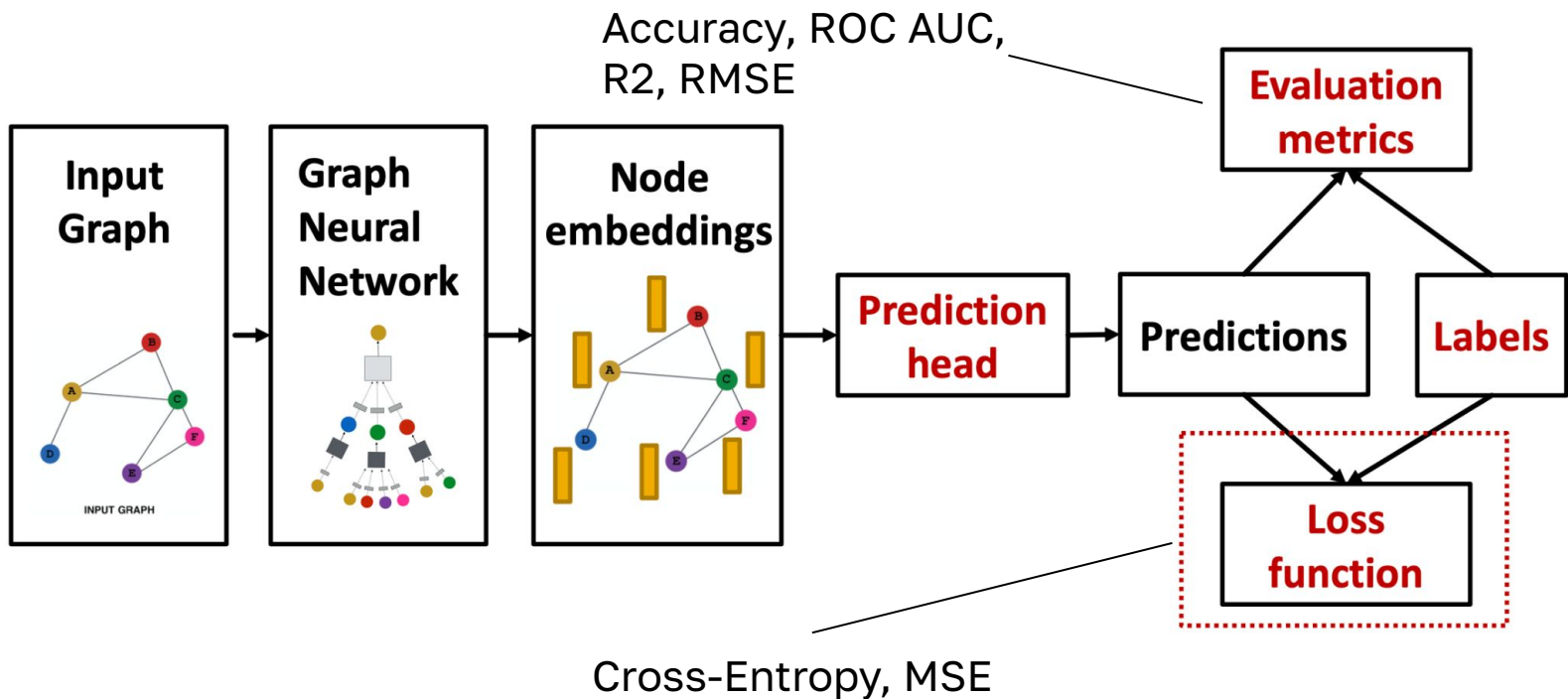


# Unsupervised Signals

- Дан только граф/графы без меток
- Можно самостоятельно выделить метки для предсказания
- Для вершин, например, предсказывать clustering coefficient, PageRank, ...
- Или к какому кластеру принадлежит вершина
- Для рёбер – убрать некоторые из них и научиться предсказывать их наличие
- Для графов, например, предсказывать изоморфны ли два графа



# Training Pipeline



# Dataset Splitting

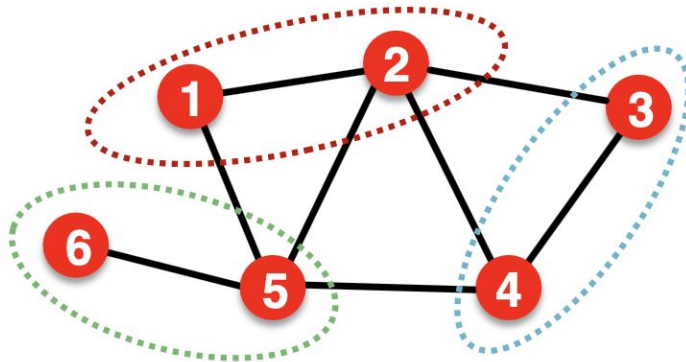
- Как разделить набор графовых данных на train/validation/test?
- Легко, если набором является множество графов
- В чём сложность, когда имеется только один граф?



**Training**

**Validation**

**Test**



# Transductive Setting

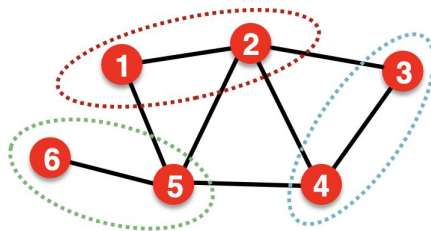
- Позволяем быть влиянию частей набора данных друг на друга
- На каждом этапе доступен весь граф
- При обучении вычисляются эмбединги с использованием всего графа, но loss оптимизируется только для тренировочных данных
- Аналогично при валидации метрику подсчитываем на валидационных данных



Training

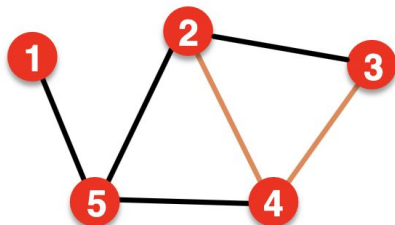
Validation

Test

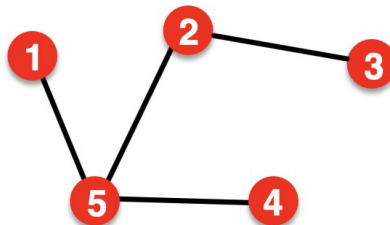


# Пример: Link Prediction

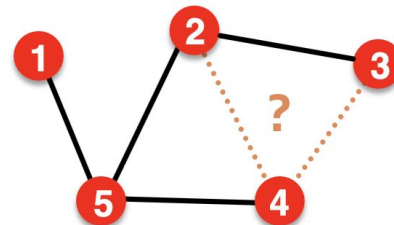
- Отдельного внимания заслуживает задача предсказания связей в графе
- Прячем некоторые рёбра, чтобы на них оптимизировать предсказания



Original graph



Input graph to GNN



Predictions made by GNN

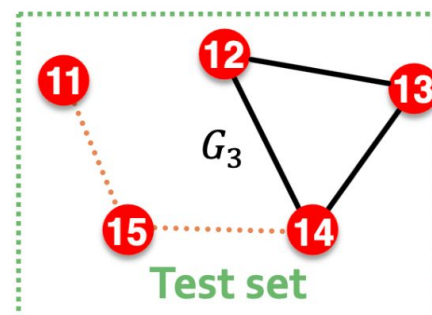
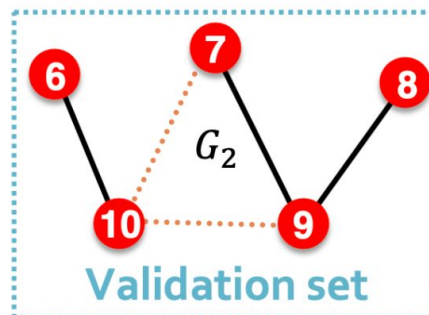
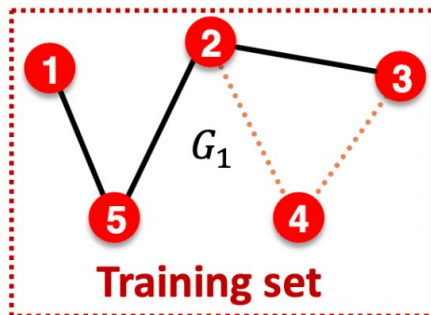


# Inductive Link Prediction

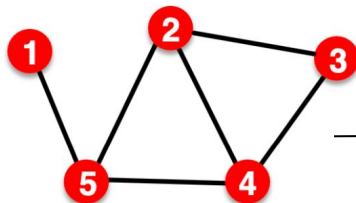


Message  
edge —

Supervision  
edge ·····

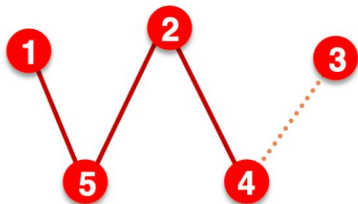


# Transductive Link Prediction

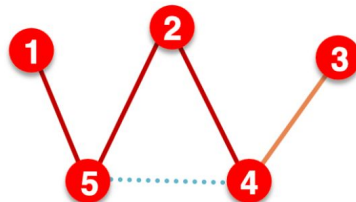


The original graph

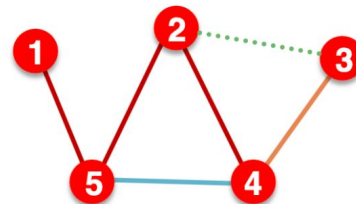
Training message edges  
Training supervision edges  
Validation edges  
Test edges



(1) At training time:  
Use **training message edges** to predict **training supervision edges**



(2) At validation time:  
Use **training message edges** & **training supervision edges** to predict **validation edges**



(3) At test time:  
Use **training message edges** & **training supervision edges** & **validation edges** to predict **test edges**



**IITMO**

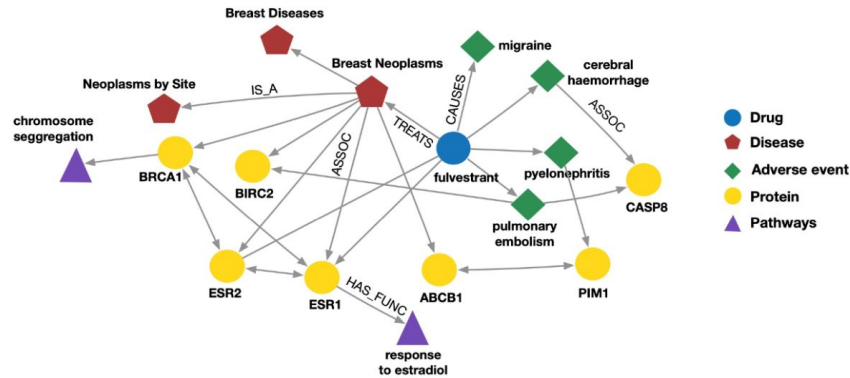
# **Heterogeneous Graphs**

# Гетерогенные графы

- Мы рассмотрели pipeline для однородных графов
- Но часто на практике встречаются гетерогенные графы с несколькими видами вершин и рёбер



# Гетерогенные графы



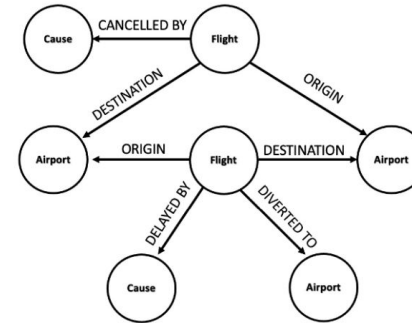
## Biomedical Knowledge Graphs

**Example node: Migraine**

**Example relation: (fulvestrant, Treats, Breast Neoplasms)**

**Example node type: Protein**

**Example edge type: Causes**



## Event Graphs

**Example node: SFO**

**Example relation: (UA689, Origin, LAX)**

**Example node type: Flight**

**Example edge type: Destination**

- Есть много способов сделать гетерогенный граф гомогенным и использовать рассмотренные в предыдущих лекциях методы
- Например, one-hot кодированием добавить информацию о типе вершин в их признаки (вершины-авторы [1, 0], вершины-статьи [0, 1])
- Но иногда нужно использовать именно гетерогенные графы
  - У разного типа вершин/рёбер разная размерность признаков
  - Существенное отличие связей требует обучения разных моделей



$$\mathbf{h}_v^{(l)} = \sigma \left( \sum_{u \in N(v)} \mathbf{w}^{(l)} \frac{\mathbf{h}_u^{(l-1)}}{|N(v)|} \right)$$

Message

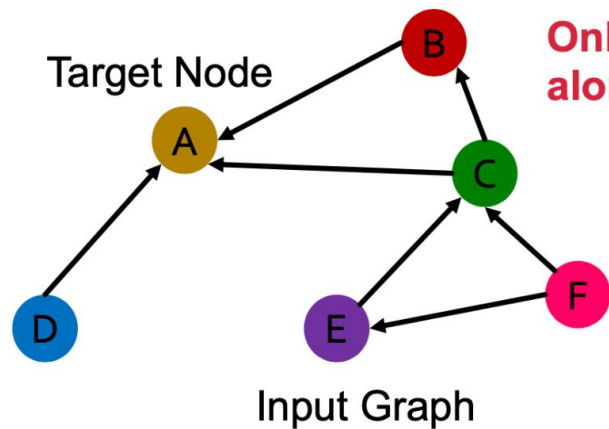
Aggregation

- Сообщения от соседей:  $\mathbf{m}_u^{(l)} = \frac{1}{|N(v)|} \mathbf{w}^{(l)} \mathbf{h}_u^{(l-1)}$

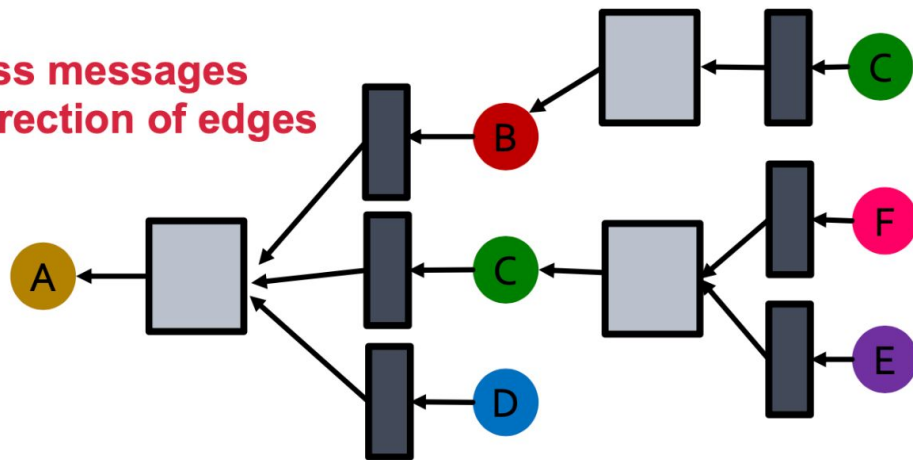
- Агрегация:

$$\mathbf{h}_v^{(l)} = \sigma \left( \text{Sum} \left( \left\{ \mathbf{m}_u^{(l)}, u \in N(v) \right\} \right) \right)$$

- В GCN использовали петли для каждой вершины, чтобы одним из соседей была сама вершина

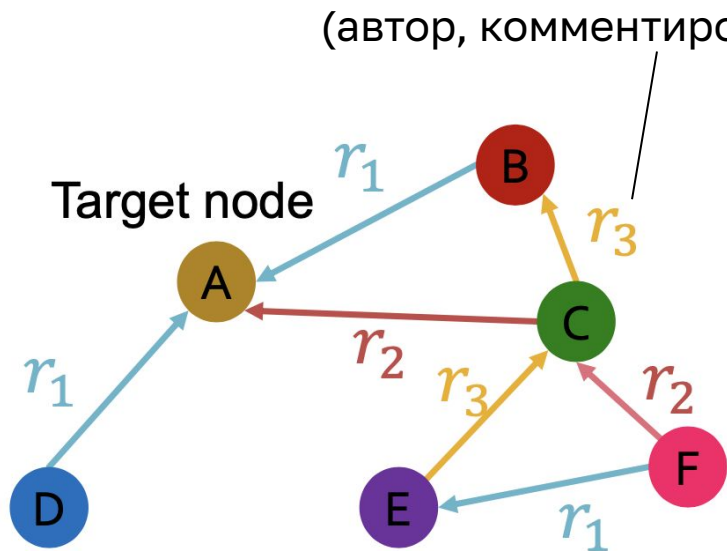


Only pass messages  
along direction of edges





# Relational GCN



Input graph

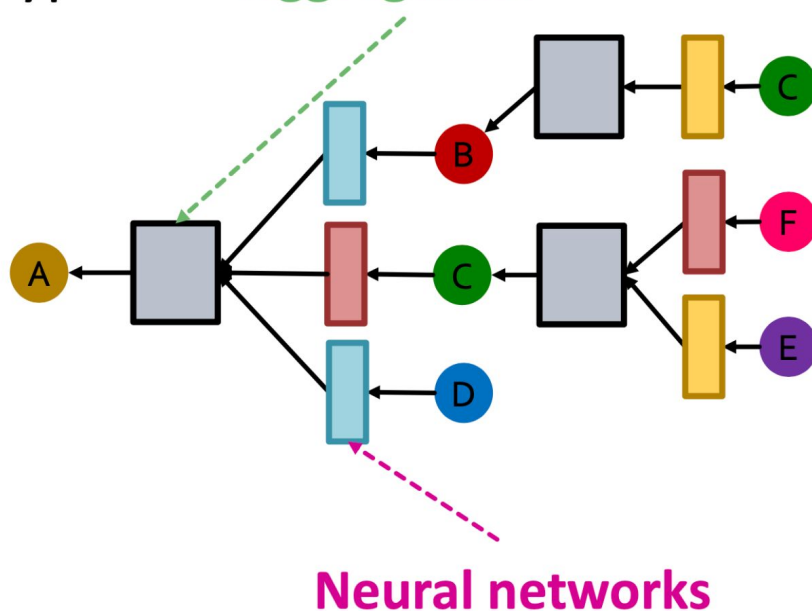
Weights  $W_{r_1}$  for  $r_1$

Weights  $W_{r_2}$  for  $r_2$

Weights  $W_{r_3}$  for  $r_3$



- 



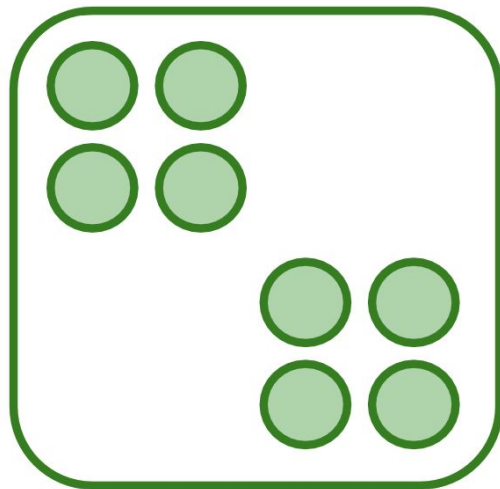
- Relational GCN (RGCN)

$$\mathbf{h}_v^{(l+1)} = \sigma \left( \sum_{\mathbf{r} \in R} \sum_{u \in N_v^{\mathbf{r}}} \frac{1}{c_{v,r}} \mathbf{w}_{\mathbf{r}}^{(l)} \mathbf{h}_u^{(l)} + \mathbf{w}_0^{(l)} \mathbf{h}_v^{(l)} \right)$$

- Сообщения нормализуются отдельно по каждому типу отношений
- Существенно увеличивается количество параметров с ростом числа отношений
- Появляется проблема переобучения
  - Использовать блочно-диагональные матрицы весов
  - Использовать базис весов

# Block Diagonal Weights

$$W_r =$$



**Limitation:** only nearby neurons/dimensions can interact through  $W$



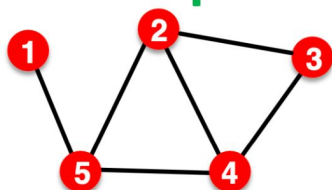
Базисные матрицы весов

$$\mathbf{W}_r = \sum_{b=1}^B a_{rb} \cdot \mathbf{V}_b$$

Обучаемые скаляры для  
каждого отношения

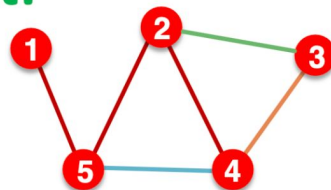
# Пример: Link Prediction

## ■ Link prediction split:



The original graph

Split  
→



Split Graph with 4 categories of edges

Training message edges for  $r_1$   
Training supervision edges for  $r_1$   
Validation edges for  $r_1$   
Test edges for  $r_1$

⋮

Training message edges for  $r_n$   
Training supervision edges for  $r_n$   
Validation edges for  $r_n$   
Test edges for  $r_n$

Training message edges  
Training supervision edges  
Validation edges  
Test edges

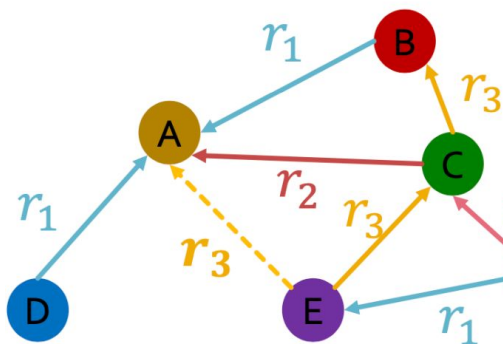
Every edge also has a relation type, this is independent of the 4 categories.

In a heterogeneous graph, the homogeneous graphs formed by every single relation also have the 4 splits.



# Пример: Link Prediction

## ■ Training:



Input Graph

1. Use RGCN to score the **training supervision edge** ( $E, r_3, A$ )
2. Create a **negative edge** by perturbing the **supervision edge** ( $E, r_3, B$ )
3. Use GNN model to score **negative edge**
4. Optimize a standard cross entropy loss

1. **Maximize** the score of **training supervision edge**
2. **Minimize** the score of **negative edge**

$$\ell = -\log \sigma \left( f_{r_3}(h_E, h_A) \right) - \log(1 - \sigma(f_{r_3}(h_E, h_B)))$$

- Идеи RGCN могут быть применены и для создания RGraphSAGE, RGAT, ...
- При вычислении сообщений от соседей можно обучать отдельные функции для каждого отношения  $\mathbf{m}_u^{(l)} = \mathbf{W}_r^{(l)} \mathbf{h}_u^{(l-1)}$
- Агрегировать можно в два этапа

$$\mathbf{h}_v^{(l)} = \text{Concat} \left( \text{Sum} \left( \left\{ \mathbf{m}_u^{(l)}, u \in N_r(v) \right\} \right) \right)$$

- Отдельный (пре)постпроцессинг для каждого типа вершин

$$\mathbf{h}_v^{(l)} = \text{MLP}_{T(v)}(\mathbf{h}_v^{(l)})$$

■  $T(v)$  is the type of node  $v$

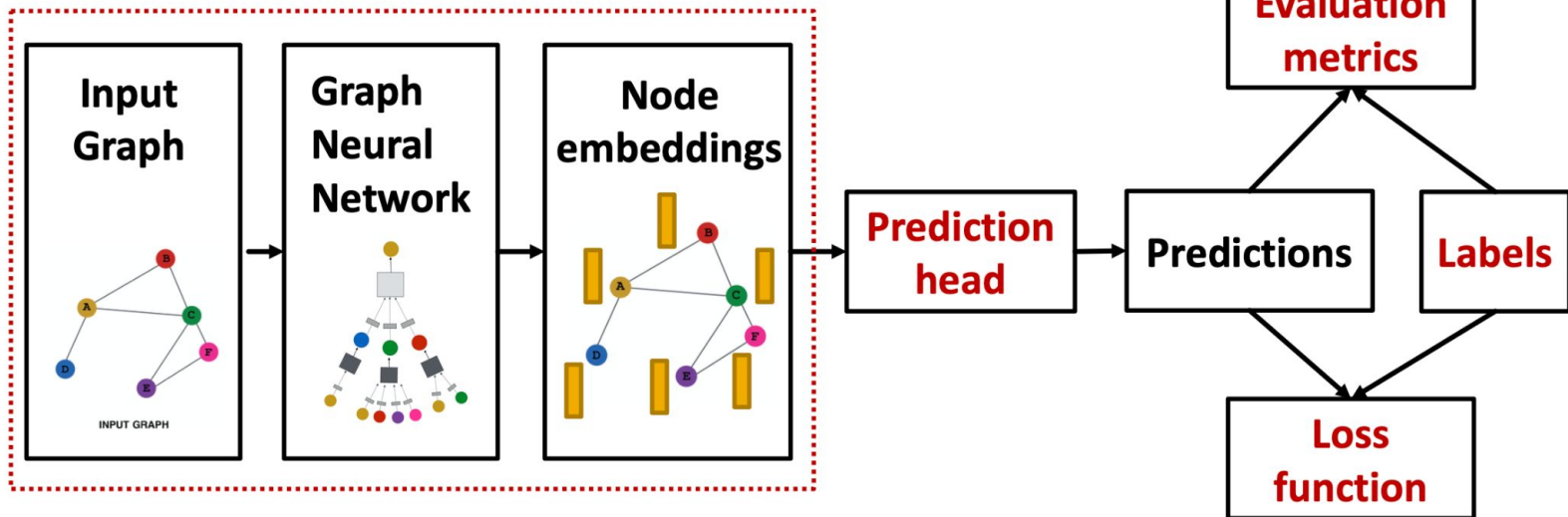




- Feature manipulation
  - Добавлять в признаки различные статистики (clustering coefficient, ...) можно по отдельности для каждого типа отношений или как обычно, используя весь граф
- Graph structure manipulation
  - Сэмплирование соседей/подграфа стратифицировано по каждому отношению или как обычно из всего графа



# Заключение



**Output of a GNN: set of node embeddings**

$$\{\mathbf{h}_v^{(L)}, \forall v \in G\}$$