

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«ИЖЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.Т. КАЛАШНИКОВА»

Институт «Информатика и вычислительная техника»

Кафедра «Программное обеспечение»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4
по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов»
Вариант №4

Выполнил

студент группы Б03-191-3

Гумметов Р. А.

Проверил

к.э.н., доцент

Вахрушева Е. Н.

ИЖЕВСК, 2019

Задание 1

1. Написать формулу числовой функции $f(x_1, x_2)$, вычислимой машиной Тьюринга, если машина задана своей программой.
2. Проверить работу машины Тьюринга с некоторым набором значений аргументов.

Таблица 1 – Машина Тьюринга

A \ Q	1	2	3	4	5	6
λ	1R4	λ L3	λ C0	1L5	1R6	1C0
1	1R2	1R1	λ L3	1R4	1L5	1R6

Решение 1

$$1. \quad \underset{1}{11^{x_1}\lambda 1^{x_2+1}} \rightarrow \underset{2}{111^{x_1-1}\lambda 1^{x_2+1}} \rightarrow \underset{1}{1111^{x_1-2}\lambda 1^{x_2+1}} \rightarrow \dots \rightarrow$$

$$(x_1 - \text{нечетно}) \rightarrow \underset{1}{1^{x_1+1}\lambda 1^{x_2+1}} \rightarrow \underset{4}{1^{x_1+2}11^{x_2}} \rightarrow \dots \rightarrow \underset{4}{1^{x_1+x_2+3}\lambda} \rightarrow \underset{5}{1^{x_1+x_2+2}11} \rightarrow \dots \rightarrow$$

$$\rightarrow \underset{5}{\lambda 1^{x_1+x_2+4}} \rightarrow \underset{6}{111^{x_1+x_2+3}} \rightarrow \dots \rightarrow \underset{6}{1^{x_1+x_2+5}\lambda} \rightarrow \underset{0}{1^{x_1+x_2+5}\lambda} \rightarrow 1^{x_1+x_2+5}$$

$$(x_1 - \text{четно}) \rightarrow \underset{2}{1^{x_1+1}\lambda 1^{x_2+1}} \rightarrow \underset{3}{1^{x_1}1\lambda 1^{x_2+1}} \rightarrow \dots \rightarrow \underset{3}{\lambda\lambda^{x_1+2}1^{x_2+1}} \rightarrow \underset{0}{\lambda\lambda^{x_1+2}1^{x_2+1}} \rightarrow 1^{x_2+1}$$

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1 + x_2 + 4, & x_1 - \text{нечетно} \\ x_2, & x_1 - \text{четно} \end{cases}$$

$$2. \quad f(2, 3) = 3$$

$$\underset{1}{111\lambda 1111} \rightarrow \underset{2}{111\lambda 1111} \rightarrow \underset{1}{111\lambda 1111} \rightarrow \underset{2}{111\lambda 1111} \rightarrow \underset{3}{111\lambda 1111} \rightarrow \underset{3}{11\lambda\lambda 1111} \rightarrow$$

$$\rightarrow \underset{3}{1\lambda\lambda\lambda 1111} \rightarrow \underset{3}{\lambda\lambda\lambda\lambda 1111} \rightarrow \underset{0}{\lambda\lambda\lambda\lambda 1111} \rightarrow 1111 \rightarrow 1^4$$

$$f(3, 2) = 3 + 2 + 4 = 9$$

$$\underset{1}{1111\lambda 111} \rightarrow \underset{2}{1111\lambda 111} \rightarrow \underset{1}{1111\lambda 111} \rightarrow \underset{2}{1111\lambda 111} \rightarrow \underset{1}{1111\lambda 111} \rightarrow \underset{4}{11111111} \rightarrow \underset{4}{11111111} \rightarrow$$

$$\rightarrow \underset{4}{11111111} \rightarrow \underset{4}{11111111} \rightarrow \underset{4}{11111111\lambda} \rightarrow \underset{5}{11111111} \rightarrow \underset{5}{11111111} \rightarrow \underset{5}{11111111} \rightarrow$$

$$\rightarrow \underset{5}{11111111} \rightarrow \underset{5}{11111111} \rightarrow \underset{5}{11111111} \rightarrow \underset{5}{11111111} \rightarrow \underset{5}{11111111} \rightarrow \underset{5}{\lambda 11111111} \rightarrow$$

$$\rightarrow \underset{6}{111111111} \rightarrow \underset{6}{111111111} \rightarrow \underset{6}{111111111} \rightarrow \underset{6}{111111111} \rightarrow \underset{6}{111111111} \rightarrow \underset{6}{111111111} \rightarrow$$

$$\rightarrow \underset{6}{111111111} \rightarrow \underset{6}{111111111} \rightarrow \underset{6}{111111111\lambda} \rightarrow \underset{0}{1111111111} \rightarrow 1111111111 \rightarrow 1^{10}$$

Задание 2

1. Построить машину Тьюринга, применимую ко всем словам $x_1x_2 \dots x_n$ в алфавите $\{a, b\}$ и переводящую их в слово a .
2. Проверить работу построенной машины Тьюринга над некоторыми словами.
3. Воспроизвести работу построенной машины Тьюринга, вывести протокол работы программы. Текст программы написать в приложении.

$$\alpha = \begin{cases} x_1 \lambda x_3 \lambda \dots \lambda x_n, & \text{если } n \text{ нечетно,} \\ x_1 x_2 \dots x_n, & \text{если } n \text{ четно.} \end{cases}$$

Решение 2

1.

Таблица 2 – Построенная машина Тьюринга

A \ Q	1	2	3	4
λ	$\lambda C0$	$\lambda L3$		$\lambda C0$
a	aR2	aR1	aL4	$\lambda L3$
b	bR2	bR1	bL4	$\lambda L3$

2. $abbab \rightarrow abbab \rightarrow abbab \rightarrow abbab \rightarrow abbab \rightarrow abbab\lambda \rightarrow abbab \rightarrow abbab \rightarrow abblb \rightarrow$
 $\begin{matrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ \rightarrow abblb \rightarrow a\lambda b\lambda b \rightarrow \lambda a\lambda b\lambda b \rightarrow \lambda a\lambda b\lambda b \rightarrow a\lambda b\lambda b \\ 4 & 3 & 4 & 0 \\ abba \rightarrow abba \rightarrow abba \rightarrow abba \rightarrow abba\lambda \rightarrow abba\lambda \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{matrix}$

3. Результаты работы программы приведены на рисунке 1

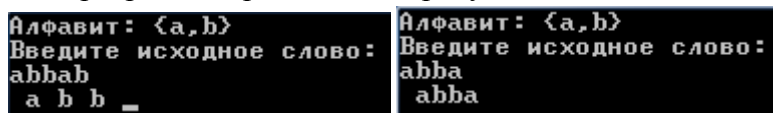


Рис. 1 – Результаты работы программы

Задание 3

1. Построить машину Тьюринга, вычисляющую числовую функцию $f(x, y, z, w) = 4$
2. Проверить работу построенной машины над некоторыми наборами значений переменных.

Решение 3

1.

Таблица 3 – Построенная машина Тьюринга

A \ Q	1	2	3	4	5	6	7	8
λ	$\lambda R2$	$\lambda R3$	$\lambda R4$	$1L5$	$1L6$	$1L7$	$1L8$	$1C0$
1	$\lambda R1$	$\lambda R2$	$\lambda R3$	$\lambda R4$	-	-	-	-

2. $f(3,1,2,4) = 4$

$1111\lambda 11\lambda 111\lambda 1111 \rightarrow 111\lambda 11\lambda 111\lambda 1111 \rightarrow 11\lambda 11\lambda 111\lambda 1111 \rightarrow 1\lambda 11\lambda 111\lambda 1111 \rightarrow$
 $\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \rightarrow \lambda 11\lambda 111\lambda 1111 \rightarrow 11\lambda 111\lambda 1111 \rightarrow 1\lambda 111\lambda 1111 \rightarrow \lambda 111\lambda 1111 \rightarrow 111\lambda 1111 \rightarrow \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ \rightarrow 11\lambda 1111 \rightarrow 1\lambda 1111 \rightarrow \lambda 1111 \rightarrow 1111 \rightarrow 1111 \rightarrow 111 \rightarrow 11 \rightarrow 1 \rightarrow \lambda \rightarrow \lambda 1 \rightarrow \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ \rightarrow \lambda 11 \rightarrow \lambda 111 \rightarrow \lambda 1111 \rightarrow 11111 \rightarrow 1^5 \\ 6 & 7 & 8 & 0 \end{matrix}$

Задание 4

Найти функцию $f(x,y)$, полученную из функций $g(x) = x$ и $h(x,y,z) = \frac{x+z}{2}$ по схеме примитивной рекурсии.

Решение 4

$$f(x,0) = g(x) = x$$

$$f(x,1) = h(x,0,f(x,0)) = h(x,0,x) = \frac{x+x}{2} = x$$

$$f(x,2) = h(x,1,f(x,1)) = h(x,1,x) = \frac{x+x}{2} = x$$

$$f(x,y) = x$$

$$f(x,0) = x$$

$$f(x,y+1) = x$$

$$f(x,y+1) = h(x,y,f(x,y)) = \frac{x+x}{2} = x$$

Задание 5

1. Написать формулу для функции $y = f(x_1, x_2)$, вычисляемой нормальным алгоритмом.
2. Проверить работу алгоритма над некоторым набором значений аргументов.

$$f = \begin{cases} \alpha 1 \rightarrow 11\alpha \\ \alpha * \rightarrow 1\beta \\ \beta 11 \rightarrow \Lambda \\ \beta 1 \rightarrow .1111 \\ \Lambda \rightarrow \alpha \end{cases}$$

Решение 5

$$1. \quad 1^{x_1+1} * 1^{x_2+1} \rightarrow \alpha 1^{x_1+1} * 1^{x_2+1} \rightarrow 11\alpha 1^{x_1} * 1^{x_2+1} \rightarrow \dots \rightarrow \\ \rightarrow 1^{2x_1+2} \alpha * 1^{x_2+1} \rightarrow 1^{2x_1+3} \beta 1^{x_2+1} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{cases} 1^{2x_1+x_2+2}, x \neq 0 \\ 1^{2x_1+7}, x = 0 \end{cases}$$

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 1, x_2 \neq 0 \\ 2x_1 + 6, x_2 = 0 \end{cases}$$

$$f(2, 1) = 2 * 2 + 1 + 1 = 6$$

$$111 * 11 \rightarrow \alpha 111 * 11 \rightarrow 11\alpha 11 * 11 \rightarrow 1111\alpha 1 * 11 \rightarrow 111111\alpha * 11 \rightarrow 1111111\beta 11 \rightarrow 11111111.$$

$$f(2,0) = 2 * 2 + 6 = 10$$

$$111 * 1 \rightarrow \alpha 111 * 1 \rightarrow 11\alpha 11 * 1 \rightarrow 1111\alpha 1 * 1 \rightarrow 111111\alpha * 1 \rightarrow 1111111\beta 1 \rightarrow 111111111111.$$

Приложение

Листинг к заданию 2.2:

```
using System;
namespace A
{ class Program
{ static void Main(string[] args)
{ bool k = true; char[] symbols = new char[1], chars = new char[symbols.Length + 2];
while (k)
{ Console.WriteLine("Алфавит: {a,b}");
Console.WriteLine("Введите исходное слово:");
string word = Console.ReadLine();
symbols = word.ToCharArray();
Array.Resize<char>(ref chars, symbols.Length + 2);
for (int j = 0; j < symbols.Length; j++)
{ chars[j + 1] = symbols[j]; }
chars[0] = ' '; chars[chars.Length - 1] = ' ';
foreach (var symbol in chars)
{ if (symbol != 32 && symbol != 97 && symbol != 98)
{ Console.WriteLine("Введенное значение не соответствует заданному алфавиту.
Введите заново");
break; }
else k = false; }}
int q = 1, i = 1;
while (!k)
{ if ((chars[i] == 'a' || chars[i] == 'b') && q == 1) { i++; q = 2; }
if (chars[i] == ' ' && q == 1) { break; }
if ((chars[i] == 'a' || chars[i] == 'b') && q == 2) { i++; q = 1; }
if (chars[i] == ' ' && q == 2) { i--; q = 3; }
if ((chars[i] == 'a' || chars[i] == 'b') && q == 3) { i--; q = 4; }
if ((chars[i] == 'a' || chars[i] == 'b') && q == 4) { chars[i] = ' '; i--; q = 3; }
if (chars[i] == ' ' && q == 4) { break; }}
foreach (char symbol in chars) Console.Write(symbol);
Console.ReadKey();}}}
```