

Übungsblatt 2

(Logik)

Aufgabe 1

Seien A und B mathematische Aussagen. Füllen Sie nachstehende Wahrheitstafel aus und überlegen Sie anschließend, welche Spalten übereinstimmen. Beachten Sie, dass „ \neg “ stärker bindet als „ \wedge “ bzw. „ \vee “, das heißt, „ $\neg A \wedge \neg B$ “ bedeutet „ $(\neg A) \wedge (\neg B)$ “ und „ $\neg A \vee \neg B$ “ bedeutet „ $(\neg A) \vee (\neg B)$ “.

A	B	$\neg(A \wedge B)$	$\neg(A \vee B)$	$\neg A \wedge \neg B$	$\neg A \vee \neg B$
w	w				
w	f				
f	w				
f	f				

Aufgabe 2

Sei $z \in \mathbb{Z}$. Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr? Schreiben Sie die Aussagen zunächst mit Hilfe von „ \Rightarrow “, „ \Leftarrow “ oder „ \Leftrightarrow “.

- (a) Es gilt genau dann $z^2 \geq 0$, wenn $z \geq 0$ ist.
- (b) Eine hinreichende Bedingung dafür, dass z durch 2 ohne Rest teilbar ist, ist die Teilbarkeit von z durch 4 ohne Rest.
- (c) Eine notwendige Bedingung dafür, dass z durch 2 ohne Rest teilbar ist, ist die Teilbarkeit von z durch 4 ohne Rest.

Aufgabe 3

Welche der nachfolgenden Aussagen sind äquivalent zu der Aussage: „Wenn das Wetter schön ist, dann kommt Maxi Musterfrau mit dem Fahrrad an die Hochschule.“

(Hinweis: Schreiben Sie die Aussagen zunächst mit Hilfe von „ \Rightarrow “, „ \Leftarrow “ oder „ \Leftrightarrow “.)

- (a) Wenn das Wetter nicht schön ist, dann kommt Maxi Musterfrau nicht mit dem Fahrrad an die Hochschule.
- (b) Wenn das Wetter nicht schön ist, dann kommt Maxi Musterfrau mit dem Fahrrad an die Hochschule.
- (c) Das Wetter ist nicht schön oder Maxi Musterfrau ist mit dem Fahrrad an der Hochschule.
- (d) Wenn Maxi Musterfrau ohne Fahrrad an der Hochschule ist, dann ist das Wetter nicht schön.

Aufgabe 4

Beweisen Sie, durch direkten Beweis, den Satz $A(n) \Rightarrow B(n) \forall n$ für die Aussagen:

- $A(n) : n$ ist ungerade
- $B(n) : n^2$ ist ungerade

Hinweise: Sie müssen die Wahrheit von $A \Rightarrow B$ für alle n zeigen so in der letzten Vorlesung besprochen. Benutzen Sie dafür die Wahrheitstabelle des Operators \Rightarrow . Eventuell sind nicht alle Zeilen der Tabelle zu zeigen, begründen Sie dies!

Aufgabe 5

Beweisen Sie den Satz aus der letzten Aufgabe durch Widerspruchsbeweis!

Aufgabe 6

Vereinfachen Sie die folgenden logischen Ausdrücke:

- $A \vee (\neg A \wedge B)$
- $\neg(A \wedge B) \vee \neg(\neg A \vee B)$ (aus der digitalen Schaltungstechnik!)