

Лист заданий №1

(Множества)

Задание 1

(а) Пусть $M = \{1, 2, 3\}$. Определите, какие из следующих записей верны:

- (i) $1 \in M$
- (ii) $\{1\} \in M$
- (iii) $\{1\} \subseteq M$

(б) Пусть $L = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$. Определите, какие из следующих записей верны:

- (i) $2 \in L$
- (ii) $\{2\} \in L$
- (iii) $\{2\} \subseteq L$
- (iv) $\{\{2\}\} \subseteq L$

Задание 2

(а) Даны множества $X = \{1, 3, 5, 7\}$, $Y = \{5, 7, 8\}$, $Z = \{1, 5\}$.

Найти:

- (i) $Z \setminus X$
- (ii) $X \setminus Z$
- (iii) $X \cap Y \cap Z$
- (iv) $X \cup Y \cup Z$
- (v) $X \times Z$

(б) Пусть универсальное множество $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Подмножества:

$$L = \{1, 2, 4, 7\},$$

$$M = \{3, 5, 6, 8, 9\},$$

$$N = \{4, 5, 9\}.$$

Найти:

- (i) $L \cap N$
- (ii) $(L \cap M) \cup (N \cap N)$
- (iii) $L \cap N \cap M$

(c) Даны множества

$$M_1 = \mathbb{Z}, M_2 = \mathbb{N}, M_3 = \{-1, 1, 2\}, M_4 = [-1, 2).$$

Найти:

- (i) $M_4 \cup M_3$
- (ii) $M_4 \cap (M_2 \setminus M_3)$
- (iii) $M_3 \setminus (M_1 \setminus M_2)$

(d) Пусть $A = \{1, 2, 3\}$.

Запишите множество всех подмножеств $P(A)$ (множество всех подмножеств множества A).

Задание 3

(a) На лекции было показано:

- множество чётных натуральных чисел можно записать как $\{2n : n \in \mathbb{N}\}$,
- множество нечётных — как $\{2n + 1 : n \in \mathbb{N}\}$.

По аналогии выразите:

- (i) множество натуральных чисел, делящихся на 7 без остатка;
- (ii) множество натуральных чисел, дающих остаток 3 при делении на 5;
- (iii) множество натуральных чисел, делящихся без остатка и на 2, и на 3.

(b) Укажите первые элементы множеств:

- (i) $\{3n - 2 : n \in \mathbb{N}\}$
- (ii) $\{3n + 2 : n \in \mathbb{N}\}$
- (iii) $\{2n : n \in \mathbb{N}\}$
- (iv) $\{2^{2n} : n \in \mathbb{N}\}$

Задание 4

Пусть A, B, C – множества.

(а) Изобразите с помощью диаграмм Венна множества:

$$(A \cap B) \cup C, \quad (A \cup B) \cap C, \quad (A \cup C) \cap (B \cup C), \quad (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

Что можно заметить?

(б) Изобразите с помощью диаграмм Венна множества:

$$A \cup (B \cap C), \quad (A \cup B) \cap C$$

Что можно заметить?

(с) Пусть X – множество и $A, B \subseteq X$.

Изобразите на диаграммах Венна множества:

$$A \cup B, \quad A \cup \bar{B}, \quad A \cap B, \quad A \cap \bar{B}$$

Что можно заметить?

Задание 5 (если останется время)

Пусть A, B, C – подмножества универсального множества X .

Отметьте, какие из следующих равенств выполняются **всегда** для любых A, B, C, X :

№	Равенство	Всегда выполняется	Не всегда выполняется
(i)	$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$		
(ii)	$A \setminus B = A \cap B$		
(iii)	$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$		
(iv)	$A \cup (A \cap B) = A \cup B$		

Если равенство не выполняется всегда – приведите конкретный контрпример.