UNIKASSEL VERSITÄT

Andreas Bley
Christian Rieck

FB 10, Institut für Mathematik
Wintersemester 2025/26

Übungsblatt 1

Grundlagen der Mathematik

Abgabe bis **Freitag, 31. Oktober 2025, 23:59 Uhr**

Hausaufgaben

Aufgabe 1 (3+3+4 Punkte)
Seien A, B, und C Aussagen.

(a) Entscheiden und beweisen Sie (zum Beispiel mit Hilfe einer Wahrheitstabelle), ob

$$((A \wedge B) \vee B \vee (\neg A \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B \wedge C) \vee \neg(B \Rightarrow C) \vee ((A \vee C) \Rightarrow B))$$

eine Tautologie ist.

(b) Vereinfachen Sie den logischen Ausdruck

$$((B \vee (A \Rightarrow C)) \wedge (\neg B \vee (\neg A \vee C))) \Leftrightarrow (C \vee \neg C)$$

so weit wie möglich.

(c) Entscheiden Sie (zum Beispiel mit Hilfe einer Wahrheitstabelle), ob

$$A \vee (\neg(B \vee C)) \Leftrightarrow (A \vee (\neg B)) \wedge (A \vee (\neg C))$$

eine Tautologie, eine Kontradiktion, oder eine erfüllbare Aussage (aber keine Tautologie) ist.

Aufgabe 2 (2+4+4 Punkte)
Frau Müller kündigt an: „Für heute Abend habe ich Familie Meier zu uns eingeladen.“ Herr Müller fragt bestürzt: „Kommt etwas die gesamte Familie, also Herr und Frau Meier mit ihren Söhnen Andreas, Bernd und Christian?“ Frau Müller möchte ihren Mann zum logischen Denken anregen und antwortet: „Wenn Herr Meier kommt, dann bringt er auch seine Frau mit. Es kommt mindestens einer der Söhne Bernd und Christian. Entweder kommt Frau Meier oder Andreas. Andreas und Christian kommen entweder beide, oder aber beide nicht. Und wenn Bernd kommt, dann kommen auch Christian und Herr Meier.“ Alles klar? Wer genau kommt abends zu Besuch? Begründen Sie Ihre Antwort formal und sauber, d.h.

(a) Formalisieren Sie alle Aussagen zum Erscheinen einzelner Personen (d.h. „Herr Meier kommt“ wird zu Aussage H etc.).

(b) Übersetzen Sie alle von Frau Müller gemachten verbalen Aussagen in Ausdrücke der Aussagenlogik unter Verwendung der im ersten Schritt formalisierten Aussagen.

(c) Zeigen Sie mithilfe einer Wahrheitstabelle oder logischer Umformungen, dass Ihre Lösung korrekt ist.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 3

Seien A und B Aussagen.

(a) Ist die Aussage $((A \Rightarrow B) \vee B) \Rightarrow A$ eine Tautologie?

(b) Ist die Aussage $(A \backslash B) \wedge (B \backslash A) \Rightarrow \neg B$ eine Tautologie?

(c) Sind die Aussagen $A \Leftrightarrow B$ und $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ äquivalent?

(d) Sind die Aussagen $\neg(A \vee B)$ und $\neg A \vee \neg B$ äquivalent?

Aufgabe 4

Track hat Geburtstag. Tick und Trick wollen ihn mit einem selbstgemachten Kuchen überraschen und überlegen, welchen sie backen sollen. Zur Auswahl stehen Schokoladenkuchen und Guglhupf. Das Rezept für den Schokoladenkuchen sieht als Zutaten Mehl, Eier, Milch, Kakao, und Marmelade vor. Für den Guglhupf benötigt man Eier, Milch, Mehl, und Kakao.

Tick sagt: „Track isst nur Kuchen in dem Kakao enthalten ist.“ Trick entgegnet: „Ich weiß, dass Track den Kuchen nicht essen wird, wenn er Marmelade enthält.“ Tick sagt: „Alle anderen Zutaten des Kuchens sind Track jedenfalls egal.“

(a) Formulieren Sie die beschriebene Situation inklusive der Einschränkungen durch aussagenlogische Formeln aus. Geben Sie dabei zu jeder Elementaraussage an, was sie bedeuten soll. Wählen Sie möglichst atomare Elementaraussagen.

(b) Welchen Kuchen werden Tick und Trick für Track backen? Begründen Sie ihre Aussage.

Aufgabe 5

(a) Stellen Sie für die Formulierungen „weder …noch…“, „entweder …oder…“, „zwar gilt …, jedoch nicht…“ und „es gilt…, aber nicht…“ die Wahrheitstafeln auf.

(b) Versuchen Sie, diese Formulierungen mit $\vee, \wedge, \neg$ auszudrücken.

Aufgabe 6

Welche der folgenden Sätze sind Aussagen? Welche der Aussagen sind wahr, welche falsch? Wie lauten jeweils die korrekten Negationen der Aussagen? Welche der Implikationen sind Äquivalenzen, welche nicht?

(a) Das Geodreieck ist rechtwinklig oder gleichschenklig.

(b) 5+8

(c) Es gibt unendliche viele Primzahlen.

(d) Wenn eine 100g Tafel Schokolade 87 Cent kostet, dann kostet eine 250g Tafel der gleichen Sorte 2,20 Euro.

(e) Diese Aussage ist falsch.

(f) Jede gerade natürliche Zahl $n > 2$ kann als Summe zweier Primzahlen geschrieben werden.

(g) In jedem n-Eck mit $n \leq 3$ existiert ein spitzer Winkel.