Hochschule Fulda
Fachbereich Angewandte Informatik
Prof. Dr. A. Radl

Wintersemester 2024/2025
Mathematische Grundlagen – AI1004
Besprechung: 11.11.–15.11.2024

Übungsblatt 3

(Summenzeichen, Binomialkoeffizienten, binomischer Lehrsatz, vollständige Induktion)

Aufgabe 1

Schreiben Sie folgende Ausdrücke mit Hilfe des Summenzeichens:

(a) $1^2 + 2^3 + 3^4 + 4^5 + 5^6$,

(b) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}$,

(c) $4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}^*$ folgende Identitäten mit Hilfe des Binomischen Lehrsatzes:

(a) $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$,

(b) $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$.

Aufgabe 3

Zeigen Sie nachfolgende Behauptungen jeweils mit vollständiger Induktion.

(a) Für jedes $n \in \mathbb{N}^*$ gilt

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

(b) Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$2^n \geq n + 1.$$

(c) Für jedes $n \in \mathbb{N}^*$ ist die Zahl $3^n - 3$ ohne Rest durch 6 teilbar.

Aufgabe 4

Betrachten Sie die Menge $M := \{3, 6, 9\}$.

(a) Sei $A(x)$ der Ausdruck: „x ist ungerade und x ist durch 3 teilbar.“

Formulieren Sie

$$(\star) \qquad \forall x \in M : A(x)$$

in Worten.

Ist $(\star)$ wahr oder falsch? Formulieren Sie die Negation von $(\star)$ in Symbolen und in Worten.

(b) Formulieren Sie

$$(\star\star) \qquad \exists x \in M \ \forall y \in M : x \geq y$$

in Worten.

Ist $(\star\star)$ wahr oder falsch? Formulieren Sie die Negation von $(\star\star)$ in Symbolen und Worten.

Aufgabe 5

Verneinen Sie folgende Aussagen:

(a) „In jeder Stadt gibt es einen Einwohner, der raucht.“

(b) „Es gibt eine Stadt, in der alle Einwohner rauchen.“

(c) „In jeder Stadt rauchen alle Einwohner.“