

Prüfungsklausur Digitaltechnik und Rechnersysteme

für die Bachelor-Prüfung im Wintersemester 2019/2020

.....

.....

.....

 letzter Prüfungsversuch**Hinweise für alle Aufgaben**

Lassen Sie bitte die Aufgabenblätter zusammengeheftet und führen Sie die Rechnungen auf dem dafür vorgesehenen Platz im Aufgabentext durch. Falls dieser Platz nicht ausreicht, können Sie zusätzliche Blätter erhalten (bitte dann entsprechend referenzieren).

Zugelassene Hilfsmittel

- Handgeschriebene Formelsammlung max. ein DIN A4 Blatt, beidseitig
- Referenzblatt »MIPS32 Befehlssatz (Auszug) und Register«
- nicht-programmierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit: 90 Minuten**Maximalpunktzahl:** 90**Erreichte Punkte:**

1	2	3	4	5	6	7	Σ

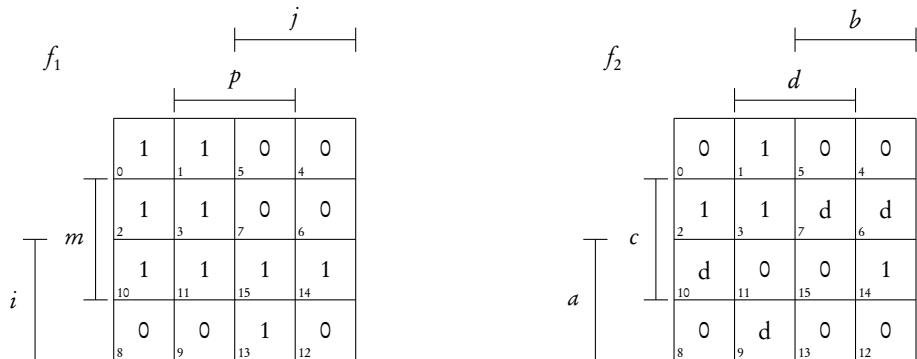
Aufgabe 1: Verständnisfragen (10 Punkte)

Alle Aufgabenteile können unabhängig voneinander gelöst werden!

- a) Bestimmen Sie die Hexadezimaldarstellung der Dezimalzahl 291. Geben Sie einen nachvollziehbaren Rechenweg an:

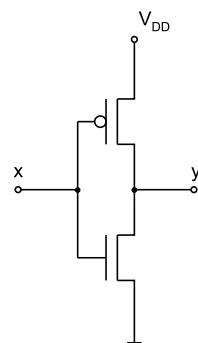
$$291_{10} = \dots \dots \dots \dots$$

- b) Bestimmen Sie alle Primterme und deren Typ in den folgenden KV-Diagrammen der Funktionen f_1 und f_2 !



c) Führen Sie die Multiplikation der beiden Zahlen $42_{10} = 101010_2$ und $7_{10} = 111_2$ im Binärsystem durch.

d) Geben Sie die Boolesche Funktion der folgenden MOSFET-Schaltung an.



$$y = \dots$$

e) Nennen Sie ein Basissystem für Schaltfunktionen.

.....

Aufgabe 2: Boolesche Algebra und Schaltungsanalyse (15 Punkte)

Alle Aufgabenteile können unabhängig voneinander gelöst werden!

- a) Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck so weit wie möglich und geben Sie diesen in Disjunktiver Normalform (DNF) an:

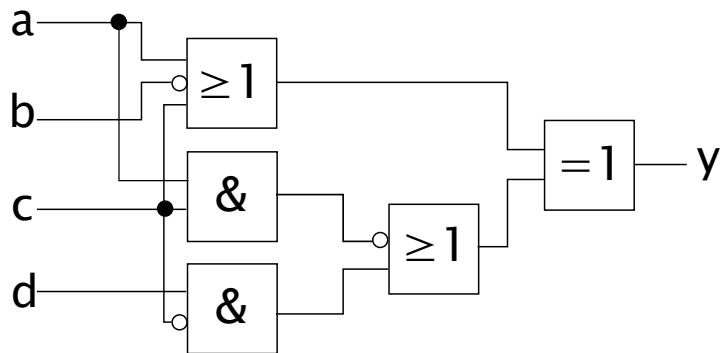
$$c\overline{a}\overline{b} + \overline{a}\overline{d} + \overline{b}\overline{b} + \overline{d} =$$

- b) Sind die folgenden Funktionen identisch? Verwenden Sie zur Überprüfung ausschließlich die Boolesche Algebra.

$$f_1 = b(\overline{a}c + \overline{d}) + \overline{b}(\overline{a} + \overline{d}) + \overline{\overline{a} + b}$$

$$f_2 = (\overline{a} + \overline{b} + \overline{d})(\overline{b} + c + \overline{d})$$

c) Stellen Sie die boolsche Funktion $y(a, b, c, d)$ auf. Vereinfachen Sie y so weit wie möglich und zeichnen Sie das Schaltbild der vereinfachten Funktion. Verwenden Sie zur Vereinfachung ausschließlich die Boolesche Algebra.



d) Bestimmen Sie die Kofaktoren $f_a, f_{\bar{a}}$ der Funktion $f(a, b, c, d) = \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + abc + \bar{a}\bar{b}c$

$$f_a = \dots$$

$$f_{\bar{a}} = \dots$$

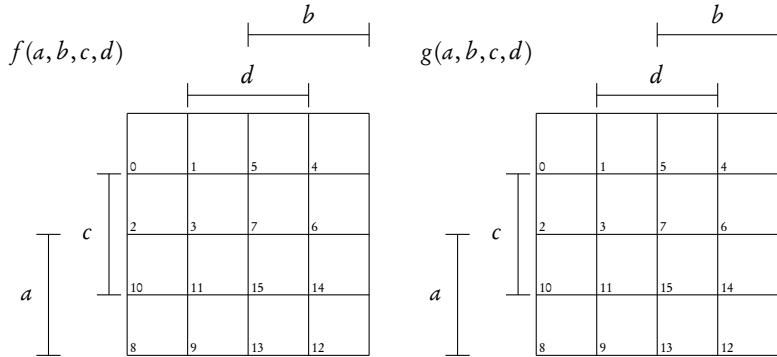
Aufgabe 3: Vereinfachung kombinatorischer Schaltungen (10 Punkte)

Eine kombinatorische Schaltung implementiert die beiden nachfolgenden Booleschen Funktionen:

$$f(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c}d$$

$$g(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{b}cd + \bar{a}\bar{b}d + a\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}\bar{d}$$

a) Geben Sie die KV-Diagramme der beiden Funktionen an:

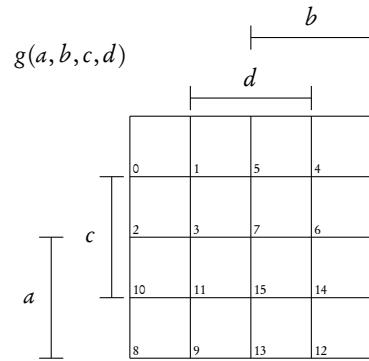
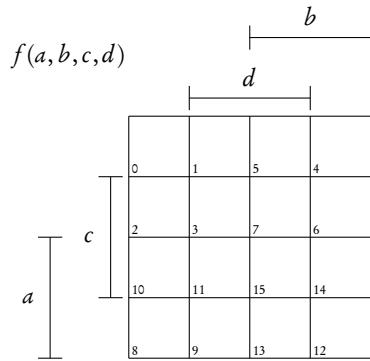


b) Geben Sie die minimierten Funktionen in disjunktiver Normalform (DNF) an:

$$f(a, b, c, d) = \dots$$

$$g(a, b, c, d) = \dots$$

c) Es stellt sich heraus, dass die Eingangskonfiguration $a = b = c = d = 0$ niemals auftritt. Finden Sie unter dieser Bedingung einen vereinfachten Ausdruck für diese Funktionen, indem Sie die resultierenden *don't care* Bedingungen in Betracht ziehen!



$$f(a, b, c, d) = \dots$$

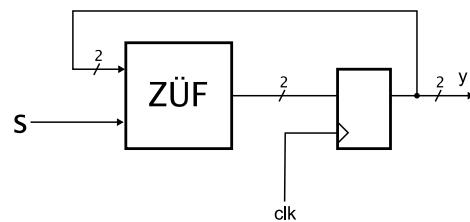
$$g(a, b, c, d) = \dots$$

Aufgabe 4: Up/Down Counter (15 Punkte)

Ein »N-Bit Up/Down Counter« ist eine sequentielle Schaltung mit einem Takteingang, einem Up/Down-Steuereingang (s) und einem N -Bit Ausgang $Y = (y_{N-1}, \dots, y_1, y_0)$. Der Ausgangswert Y soll als positive Binärzahl interpretiert werden, welche mit jeder steigenden Taktflanke bei $s = 1$ aufwärts und bei $s = 0$ abwärts gezählt werden soll. Beim Überschreiten des Maximalwertes $2^N - 1$ wird diese auf 0 zurückgesetzt, bei unterschreiten des Minimalwertes 0 wird sie auf den Maximalwert $2^N - 1$ gesetzt.

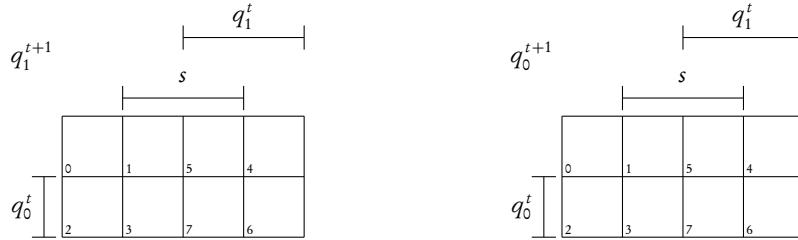
- a) Zeichnen Sie das Zustandsübergangsdiagramm für einen 2-Bit Up/Down-Counter. Geben Sie die von Ihnen verwendete Notation an.

Der Automat soll als synchroner Automat der folgenden Form realisiert werden, welche ausschließlich eine Zustandsübergangsfunktion (ZÜF) sowie ein Register enthält:



b) Erstellen Sie die Wahrheitstabelle der kombinatorischen Logik, welche die Zustandsübergangsfunktionen $q_0^{t+1} = y_0$ und $q_1^{t+1} = y_1$ in Abhängigkeit des aktuellen Zustands q_0^t und q_1^t und des Steuereingangs s angibt.

c) Zeichnen Sie die KV-Diagramme der Funktionen q_0^{t+1} und q_1^{t+1} und geben Sie deren minimierte Booleschen Funktionen in disjunktiver Normalform (DNF) an.



$$q_1^{t+1} = \dots$$

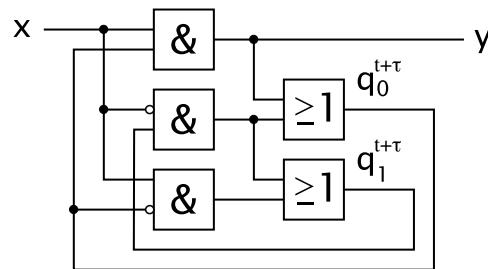
$$q_0^{t+1} = \dots$$

d) Wie lässt sich die Funktion q_1^{t+1} als nicht-DNF einfacher schreiben?

$$q_1^{t+1} = \dots$$

Aufgabe 5: Asynchrones Schaltwerk (15 Punkte)

Das folgende asynchrone Schaltwerk soll analysiert werden:



- a) Trennen Sie die beiden Rückkopplungen an geeigneter Stelle auf und ermitteln Sie die Zustandsübergangsfunktionen für $q_0^{t+\tau}$ und $q_1^{t+\tau}$ sowie die Ausgangsfunktion y .

$$q_1^{t+\tau} = \dots$$

$$q_0^{t+\tau} = \dots$$

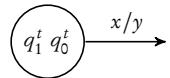
$$y = \dots$$

- b) Stellen Sie die Zustandsübergangs- und Ausgangstabelle auf und markieren Sie alle stabilen Transitionen.

q_1^t	q_0^t	x	$q_1^{t+\tau}$	$q_0^{t+\tau}$	y	stabil?
0	0	0				
0	0	1				
0	1	0				
0	1	1				
1	0	0				
1	0	1				
1	1	0				
1	1	1				

c) Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm.

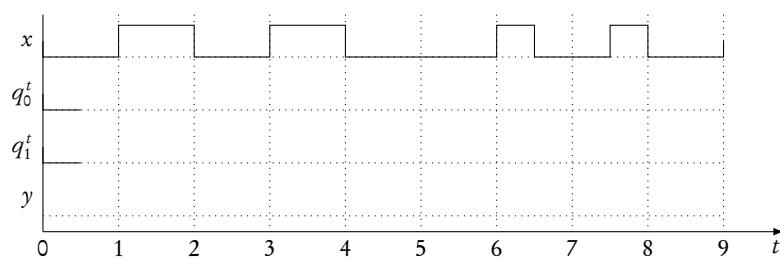
Notation:



d) Um welchen Automatentyp handelt es sich. Begründen Sie Ihre Antwort.

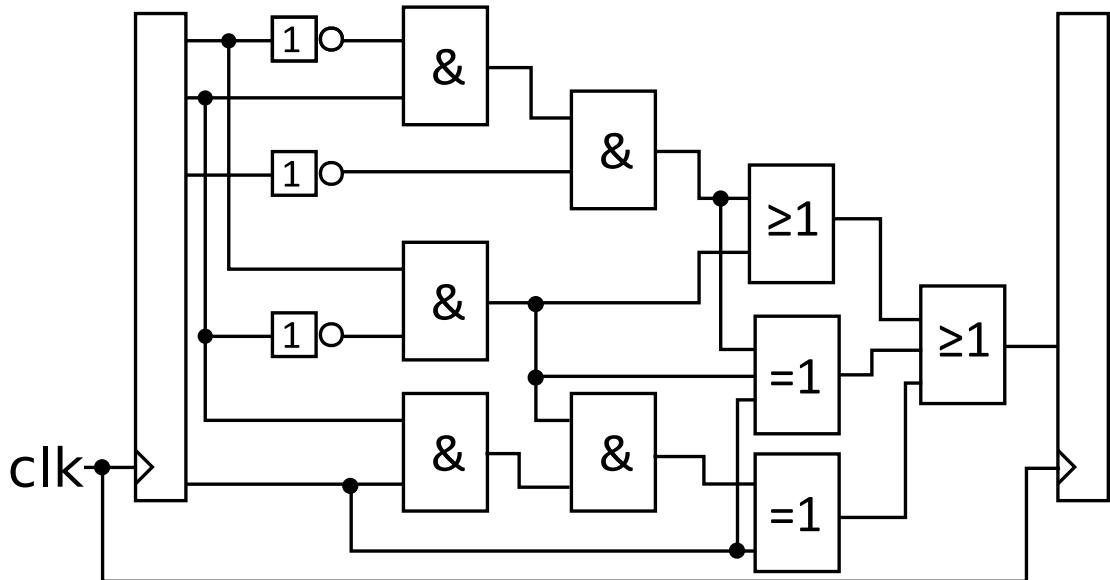
.....
.....

e) Vervollständigen Sie das Timing-Diagramm unten. Die Laufzeiten der Gatter können hierbei vernachlässigt werden.



Aufgabe 6: Kritischer Pfad und Maximalfrequenz (10 Punkte)

Gegeben ist folgende Schaltung sowie Gatterlaufzeiten:



Gatter	Laufzeit
Inverter	3 ns
UND, 2 Eingänge	6 ns
UND, 3 Eingänge	7 ns
ODER, 2 Eingänge	4 ns
ODER, 3 Eingänge	8 ns
XOR, 2 Eingänge	9 ns
XOR, 3 Eingänge	15 ns

- Ermitteln Sie die kombinatorischen Durchlaufzeiten der Schaltung und tragen Sie alle Zeiten in die Zeichnung ein.
- Markieren Sie den kritischen Pfad.
- Es gelte zusätzlich für alle verwendeten Register eine Clock-to-Q-Zeit von $t_{tp,CQ} = 4$ ns und eine Setup-Zeit von $t_{su} = 3$ ns. Mit welcher Taktfrequenz kann die Schaltung maximal betrieben werden?

$$f_{\max} = \dots$$

d) Geben Sie eine Möglichkeit an, den kritischen Pfad mit den gegebenen Gattern so zu verkürzen, dass die Schaltung mit einer Taktfrequenz von $f = 25 \text{ MHz}$ fehlerfrei betrieben werden kann. Beschreiben Sie, welche Änderung in der Schaltung vorgenommen werden muss. Geben Sie die verbesserte maximale Taktfrequenz an.

$$f_{\max} = \dots$$

Aufgabe 7: MIPS Assembler (15 Punkte)

a) Geben Sie den Assemblerausdruck des folgenden MIPS32 Maschinencodes an:

001100100101000100000000000010100

b) Simulieren Sie das unten angegebene MIPS32 Programm und geben Sie für jede Zeile den Registerinhalt **nach** Ausführung der Instruktion an. Gehen Sie weiterhin davon aus, dass die Register **vor** der Ausführung des Programms alle zu 0 initialisiert wurden.

Programm	Registerinhalt		
	\$a0	\$v0	\$t0
addi \$a0,\$zero,3			
mul \$v0,\$a0,\$a0			
addi \$t0,\$zero,2			
mul \$t0,\$t0,\$a0			
add \$v0,\$v0,\$t0			
addi \$v0,\$v0,3			

c) Welche mathematische Funktion berechnet das oben angegebene Programm in Bezug auf das Argument $x = \$a0$ und dem Ergebnis $y = \$v0$?

$y = \dots$