



## Musterlösung Prüfungsklausur Digitaltechnik und Rechnersysteme

für die Bachelorprüfung im Wintersemester 2019/2020

### Aufgabe 1: Verständnisfragen

a)

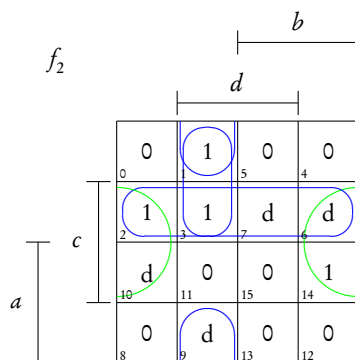
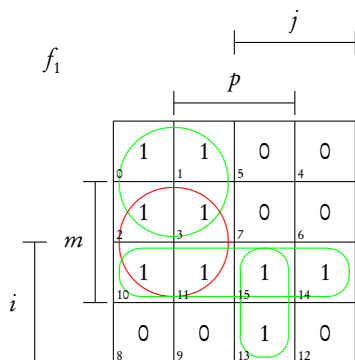
$$291 : 16 = 18 \text{ Rest } 3$$

$$18 : 16 = 1 \text{ Rest } 2$$

$$1 : 16 = 0 \text{ Rest } 1$$

$$\Rightarrow 291_{10} = 123_{16}$$

b)



KPI: grün

API: rot

REPI: blau

c)

$$\begin{array}{r}
 1 \cdot 2^0 \cdot 42_{10} \quad 101010_2 \\
 1 \cdot 2^1 \cdot 42_{10} \quad + 1010100_2 \\
 1 \cdot 2^2 \cdot 42_{10} \quad + 10101000_2 \\
 \hline
 = 100100110_2 = 294_{10}
 \end{array}$$

d)  $y = \bar{x}$

e) z.B. {NOR} oder {NAND} oder {NOT,AND}, ...

## Aufgabe 2: Boolesche Algebra

a)

$$\begin{aligned}
 & \overline{c\bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{d} + \bar{b}b + d} \\
 &= c(\overline{\bar{a}\bar{b}} \cdot \overline{\bar{a}\bar{d}} \cdot \overline{\bar{b}b + d}) \\
 &= c((a+b) \cdot (a+d) \cdot (b+b+d)) \\
 &= c((a+b)d \cdot (b+d)) \\
 &= c(ab + ad + bd) \\
 &= abc + acd + bcd
 \end{aligned}$$

b) Lösung über Minimierung:

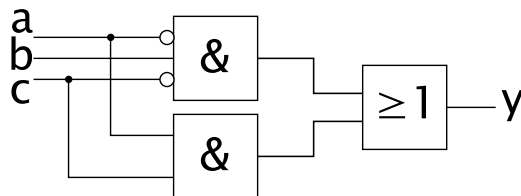
$$\begin{aligned}
 f_1 &= b(\bar{a}c + \bar{d}) + \bar{b}(\bar{a} + \bar{d}) + \overline{\bar{a} + b} \\
 &= \bar{a}bc + b\bar{d} + \bar{a}\bar{b} + \bar{b}\bar{d} + a\bar{b} \\
 &= \bar{a}(\bar{b} + bc) + \bar{d}(b + \bar{b}) + a\bar{b} \\
 &= \bar{a}(\bar{b} + c) + \bar{d} + a\bar{b} \\
 &= \bar{a}\bar{b} + \bar{a}c + \bar{d} + a\bar{b} \\
 &= \bar{b}(\bar{a} + a) + \bar{a}c + \bar{d} \\
 &= \bar{b} + \bar{a}c + \bar{d}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_2 &= (\bar{a} + \bar{b} + \bar{d})(\bar{b} + c + \bar{d}) \\
 &= \bar{a}\bar{b} + \bar{a}c + \bar{a}\bar{d} + \bar{b}\bar{b} + \bar{b}c + \bar{b}\bar{d} + \bar{b}\bar{d} + c\bar{d} + \bar{d}\bar{d} \\
 &= \bar{a}c + \bar{b} + \bar{d} = f_1
 \end{aligned}$$

Alternativer Lösungsweg über eine Normalform (gleiche KDNF oder KKNF).

c)

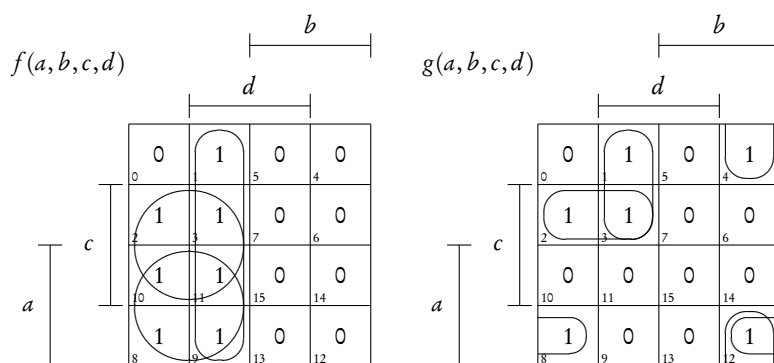
$$\begin{aligned}
 y &= (a + \bar{b} + c) \oplus (\bar{a}c + \bar{c}d) \\
 &= (a + \bar{b} + c) \oplus (\bar{a} + \bar{c} + \bar{c}d) \\
 &= (a + \bar{b} + c) \oplus (\bar{a} + \bar{c}) \\
 &= \overline{a + \bar{b} + c} \cdot (\bar{a} + \bar{c}) + (a + \bar{b} + c) \cdot \overline{\bar{a} + \bar{c}} \\
 &= \bar{a}b\bar{c} \cdot (\bar{a} + \bar{c}) + (a + \bar{b} + c) \cdot ac \\
 &= \bar{a}b\bar{c} + ac
 \end{aligned}$$



d)  $f_a = \bar{b}\bar{c} + bc$ ,  $f_{\bar{a}} = b\bar{c} + \bar{b}c$

### Aufgabe 3: Vereinfachung kombinatorischer Schaltungen

a)

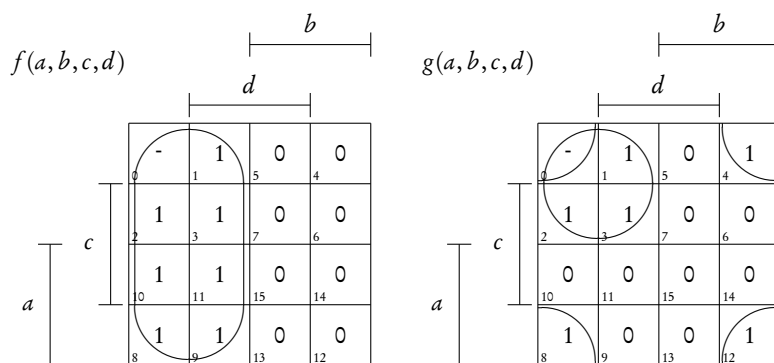


b)

$$f(a,b,c,d) = \overline{a}\overline{b} + \overline{b}c + \overline{b}d$$

$$g(a,b,c,d) = \overline{a}\overline{b}d + \overline{a}\overline{b}c + a\overline{c}\overline{d} + b\overline{c}\overline{d}$$

c)



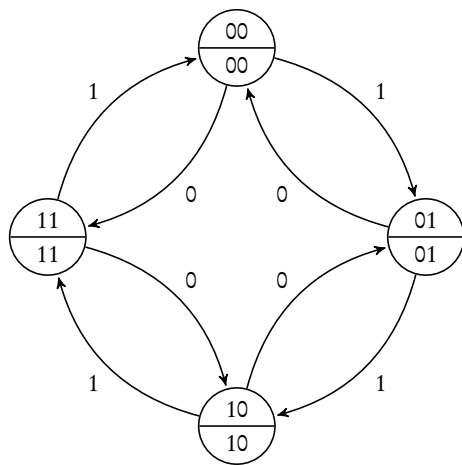
d)

$$f(a,b,c,d) = \overline{b}$$

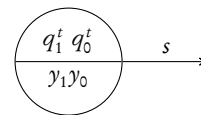
$$g(a,b,c,d) = \overline{a}\overline{b} + \overline{c}\overline{d}$$

#### Aufgabe 4: Up/Down Counter

a)



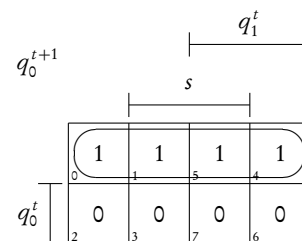
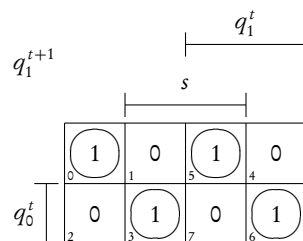
Notation:



b)

$s$	$q_1^t$	$q_0^t$	$q_1^{t+1}$	$q_0^{t+1}$
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

c)



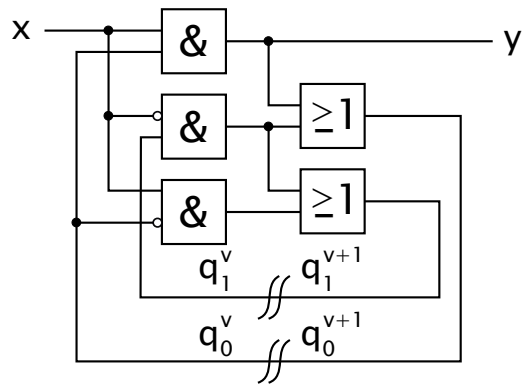
$$q_1^{t+1} = \bar{s} \bar{q}_1^t \bar{q}_0^t + s \bar{q}_1^t q_0^t + s q_1^t \bar{q}_0^t + \bar{s} q_1^t q_0^t$$

$$q_0^{t+1} = \bar{q}_0^t$$

d)  $q_1^{t+1} = s \oplus q_1^t \oplus q_0^t$

# Aufgabe 5: Asynchrones Schaltwerk

a)



$$q_1^{t+\tau} = \bar{x} q_1^t + x \bar{q}_0^t$$

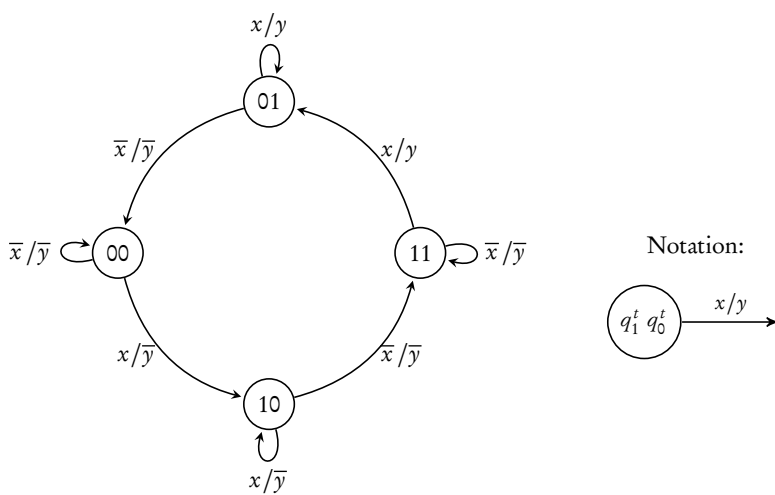
$$q_0^{t+\tau} = x q_0^t + \bar{x} q_1^t$$

$$y = x q_0^t$$

b)

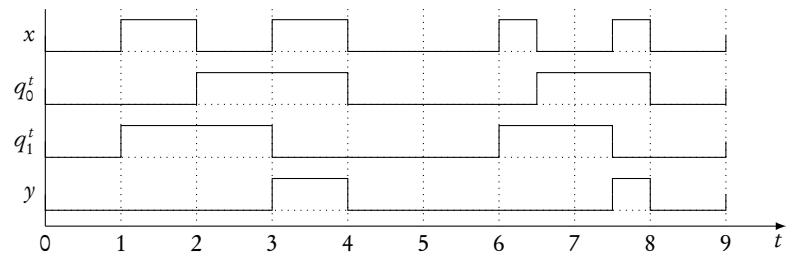
$q_1^t$	$q_0^t$	$x$	$q_1^{t+\tau}$	$q_0^{t+\tau}$	$y$	stabil?
0	0	0	0	0	0	✓
0	0	1	1	0	0	
0	1	0	0	0	0	
0	1	1	0	1	1	✓
1	0	0	1	1	0	
1	0	1	1	0	0	✓
1	1	0	1	1	0	✓
1	1	1	0	1	1	

c)



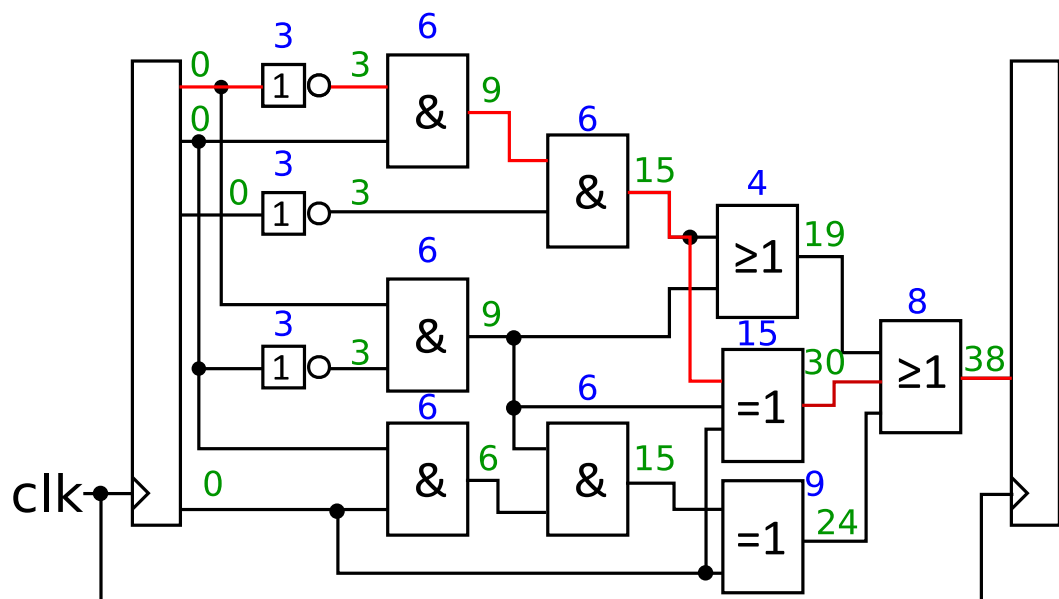
d) Mealy, da Ausgangsfunktion direkt von der Eingabe abhängt.

e)



### Aufgabe 6: Kritischer Pfad und Maximalfrequenz

a) b)



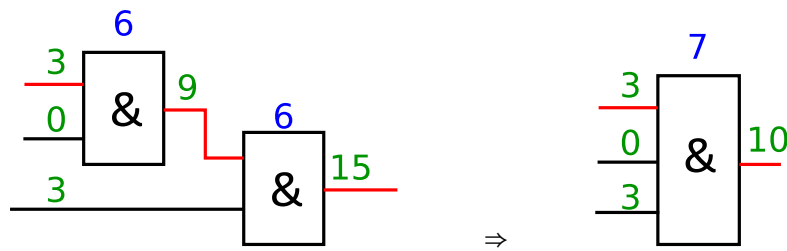
Die Gatterlaufzeiten sind blau eingezeichnet (diese sind optional und gehören nicht zur Lösung), die Signallaufzeiten sind grün eingezeichnet, der kritische Pfad ist rot markiert. Alle Zeiten in ns.

c)

$$T_{\min} = 38 \text{ ns} + 4 \text{ ns} + 3 \text{ ns} = 45 \text{ ns}$$

$$f_{\max} = \frac{1}{45 \text{ ns}} = 22,22 \text{ MHz}$$

d) Durch Austausch der folgenden UND-Gatter mit je 2 Eingängen durch ein UND-Gatter mit 3 Eingängen lässt sich der kritische Pfad um 5 ns reduzieren:



Der kritische Pfad bleibt hierbei der gleiche und es gilt

$$T_{\min} = 33 \text{ ns} + 4 \text{ ns} + 3 \text{ ns} = 40 \text{ ns}$$

$$f_{\max} = \frac{1}{40 \text{ ns}} = 25 \text{ MHz}$$

Es existieren noch weitere Alternativen die Laufzeit zu reduzieren. Z.B. ließe sich das XOR mit 3 Eingängen durch zwei XOR mit je 2 Eingängen realisieren wodurch sich durch geschickte Anordnung die Laufzeit mit 6 ns reduzieren lässt.

### Aufgabe 7: MIPS Assembler

a) `andi $s1,$s2,20`

b)

Programm	Registerinhalt		
	\$a0	\$v0	\$t0
<code>addi \$a0,\$zero,3</code>	3	0	0
<code>mul \$v0,\$a0,\$a0</code>	3	9	0
<code>addi \$t0,\$zero,2</code>	3	9	2
<code>mul \$t0,\$t0,\$a0</code>	3	9	6
<code>add \$v0,\$v0,\$t0</code>	3	15	6
<code>addi \$v0,\$v0,3</code>	3	18	6

c) Es berechnet  $x^2 + 2x + 3$