Angewandte Informatik

Hochschule Fulda
University of Applied Sciences

Prof. Dr.-Ing. Martin Kumm

Musterlösung 4. Gruppenübung

Digitaltechnik und Rechnersysteme • Wintersemester 2025/2026

1 Wahrheitstabellen

1.1 Wahrheitstabelle einer Funktion

a	b	c	$h(a,b,c)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

a	b	$p(a,b)$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

1.2 Funktion aus Wahrheitstabelle entwickeln

1.

f(a,b,c):

Minterme:

$$\mathrm{mn}_2 = \overline{a}\,b\,\overline{c} \qquad \mathrm{mn}_3 = \overline{a}\,b\,c$$

Maxterme:

$$\begin{aligned}
\mathrm{mx}_0 &= \overline{\overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c}} = a+b+c & \mathrm{mx}_5 &= \overline{a\,\overline{b}\,c} = \overline{a}+b+\overline{c}\\
\mathrm{mx}_1 &= \overline{\overline{a}\,\overline{b}\,c} = a+b+\overline{c} & \mathrm{mx}_6 &= \overline{a\,b\,\overline{c}} = \overline{a}+\overline{b}+c\\
\mathrm{mx}_4 &= \overline{a\,\overline{b}\,\overline{c}} = \overline{a}+b+c & \mathrm{mx}_7 &= \overline{a\,b\,c} = \overline{a}+\overline{b}+\overline{c}
\end{aligned}$$

KDNF:

$$f(a,b,c) = \mathrm{mn}_2 + \mathrm{mn}_3 = \overline{a}\,b\,\overline{c} + \overline{a}\,b\,c$$

KKNF:

$$\begin{aligned}
f(a,b,c) &= \mathrm{mx}_0 \cdot \mathrm{mx}_1 \cdot \mathrm{mx}_4 \cdot \mathrm{mx}_5 \cdot \mathrm{mx}_6 \cdot \mathrm{mx}_7\\
&= (a+b+c)\cdot(a+b+\overline{c})\cdot(\overline{a}+b+c)\cdot(\overline{a}+b+\overline{c})\cdot(\overline{a}+\overline{b}+c)\cdot(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c})
\end{aligned}$$

g(a,b,c):

Minterme:

$$\begin{aligned} mn_0 &= \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} \\ mn_1 &= \overline{a}\,\overline{b}\,c \\ mn_3 &= \overline{a}\,bc \end{aligned} \qquad \begin{aligned} mn_4 &= a\overline{b}\,\overline{c} \\ mn_6 &= ab\overline{c} \\ mn_7 &= abc \end{aligned}$$

Maxterme:

$$mx_2 = a + \overline{b} + c \qquad mx_5 = \overline{a} + b + \overline{c}$$

KDNF:

$$\begin{aligned} g(a,b,c) &= mn_0 + mn_1 + mn_3 + mn_4 + mn_6 + mn_7 \\ &= \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} + \overline{a}\,\overline{b}\,c + \overline{a}\,bc + a\overline{b}\,\overline{c} + ab\overline{c} + abc \end{aligned}$$

KKNF:

$$g(a,b,c) = mx_2 \cdot mx_5 = (a + \overline{b} + c) \cdot (\overline{a} + b + \overline{c})$$

⇒ Wie man sieht ist die DNF-Darstellung bei Funktionen mit wenigen Einsen in der Wahrheitstabelle vorteilhaft. Der umgekehrte Fall gilt für die KNF-Darstellung.

1.3 Vereinfachung Boolescher Ausdrücke

Ausdruck:	$x+0$	$x \cdot 1$	$x+1$	$x \cdot 0$	$x+x$	$x \cdot x$	$x+\overline{x}$	$x \cdot \overline{x}$	$\overline{\overline{x}}$
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
Vereinfachung:	x	x	1	0	x	x	1	0	x
(Name:)	Identität		Eins/Null		Idempotenz		Komplement		Involution

1.4 Boolesche Algebra

$$\begin{aligned} f(a,b) &= (a+1) \cdot b + 0 + 1 \cdot a && \textbf{Identität} \\ &= (a+1) \cdot b + 1 \cdot a && \textbf{Identität} \\ &= (a+1) \cdot b + a && \textbf{Eins/Null-Element} \\ &= 1 \cdot b + a && \textbf{Identität} \\ &= b + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(a,b) &= a \cdot 1 + \overline{b + \overline{b}} && \textbf{Komplement} \\ &= a \cdot 1 + \overline{1} && \textbf{Identität} \\ &= a + 0 && \textbf{Identität} \\ &= a \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
h(a,b,c) &= ab + \overline{\overline{a} + b\overline{c}} + a + ba && \textbf{Kommutativität}\\
&= ab + ba + \overline{\overline{a} + a + b\overline{c}} && \textbf{Komplement}\\
&= ab + ba + \overline{1 + b\overline{c}} && \textbf{Eins/Null-Element}\\
&= ab + ba + \overline{1} && \textbf{Identität}\\
&= ab + ba && \textbf{Idempotenz}\\
&= ab
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
i(a,b,c) &= \overline{\overline{a\overline{b} + \overline{a}\,b} \cdot (c + \overline{c})} && \textbf{Komplement}\\
&= \overline{\overline{a\overline{b} + \overline{a}\,b}\,1} && \textbf{Identität}\\
&= \overline{\overline{a\overline{b} + \overline{a}\,b}} && \textbf{Involution}\\
&= a\overline{b} + \overline{a}\,b
\end{aligned}
$$