



Musterlösung 3. Gruppenübung

Digitaltechnik und Rechnersysteme • Wintersemester 2022/2023

1 Wahrheitstabellen

1.1 Gleitkommadarstellung

1. Ermittlung der Festkommadarstellung: $e \approx 10,10111000_2$
2. Normalisierung: $e \approx 1, \underbrace{010111000}_m_2 \cdot 2^1$
3. Bias ermitteln: $\text{bias} = 2^{B_e-1} - 1$ mit $B_e = 3 \Rightarrow \text{bias} = 2^2 - 1 = 3$
4. Ermittlung des Exponenten: $e - \text{bias} = 1 \rightarrow e = 1 + \text{bias} = 4 = 100_2$
5. Ermittlung des Vorzeichen-Bits: $s = 0$ (da Zahl positiv)

Codewort: $\underbrace{0}_{=s} \underbrace{100}_{=e} \underbrace{010111}_m$

1.2 Wahrheitstabelle einer Funktion

a	b	c	$h(a,b,c)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

a	b	$p(a,b)$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

1.3 Funktion aus Wahrheitstabelle entwickeln

1.

f(a,b,c):

Minterme:

$$mn_2 = \bar{a} b \bar{c}$$

$$mn_3 = \bar{a} b c$$

Maxterme:

$$\begin{array}{ll}
\text{mx}_0 = \overline{\overline{a} \overline{b} \overline{c}} = a + b + c & \text{mx}_5 = \overline{\overline{a} \overline{b} c} = \overline{a} + b + \overline{c} \\
\text{mx}_1 = \overline{\overline{a} \overline{b} c} = a + b + \overline{c} & \text{mx}_6 = \overline{\overline{a} b \overline{c}} = \overline{a} + \overline{b} + c \\
\text{mx}_4 = \overline{\overline{a} b \overline{c}} = \overline{a} + b + c & \text{mx}_7 = \overline{\overline{a} b c} = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c}
\end{array}$$

KDNF:

$$f(a, b, c) = \text{mn}_2 + \text{mn}_3 = \overline{a} b \overline{c} + \overline{a} b c$$

KKNF:

$$\begin{aligned}
f(a, b, c) &= \text{mx}_0 \cdot \text{mx}_1 \cdot \text{mx}_4 \cdot \text{mx}_5 \cdot \text{mx}_6 \cdot \text{mx}_7 \\
&= (a + b + c) \cdot (a + b + \overline{c}) \cdot (\overline{a} + b + c) \cdot (\overline{a} + b + \overline{c}) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + c) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + \overline{c})
\end{aligned}$$

g(a,b,c):

Minterme:

$$\begin{array}{ll}
\text{mn}_0 = \overline{a} \overline{b} \overline{c} & \text{mn}_4 = a \overline{b} \overline{c} \\
\text{mn}_1 = \overline{a} \overline{b} c & \text{mn}_6 = a b \overline{c} \\
\text{mn}_3 = \overline{a} b c & \text{mn}_7 = a b c
\end{array}$$

Maxterme:

$$\text{mx}_2 = a + \overline{b} + c \qquad \text{mx}_5 = \overline{a} + b + \overline{c}$$

KDNF:

$$\begin{aligned}
g(a, b, c) &= \text{mn}_0 + \text{mn}_1 + \text{mn}_3 + \text{mn}_4 + \text{mn}_6 + \text{mn}_7 \\
&= \overline{a} \overline{b} \overline{c} + \overline{a} \overline{b} c + \overline{a} b c + a \overline{b} \overline{c} + a b \overline{c} + a b c
\end{aligned}$$

KKNF:

$$g(a, b, c) = \text{mx}_2 \cdot \text{mx}_5 = (a + \overline{b} + c) \cdot (\overline{a} + b + \overline{c})$$

⇒ Wie man sieht ist die DNF-Darstellung bei Funktionen mit wenigen Einsen in der Wahrheitstabelle vorteilhaft. Der umgekehrte Fall gilt für die KNF-Darstellung.

1.4 Vereinfachung Boolescher Ausdrücke

Ausdruck:	$x + 0$	$x \cdot 1$	$x + 1$	$x \cdot 0$	$x + x$	$x \cdot x$	$x + \overline{x}$	$x \cdot \overline{x}$	$\overline{\overline{x}}$
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
Vereinfachung:	x	x	1	0	x	x	1	0	x
(Name:)	Identität		Eins/Null		Idempotenz		Komplement		Involution

1.5 Boolesche Algebra

$$\begin{aligned}
 f(a, b) &= (a + 1) \cdot b + 0 + 1 \cdot a \\
 &= (a + 1) \cdot b + 1 \cdot a \\
 &= (a + 1) \cdot b + a \\
 &= 1 \cdot b + a \\
 &= b + a
 \end{aligned}$$

Identität
 Identität
 Eins/Null-Element
 Identität

$$\begin{aligned}
 g(a, b) &= a \cdot 1 + b + \overline{b} \\
 &= a \cdot 1 + \overline{1} \\
 &= a + 0 \\
 &= a
 \end{aligned}$$

Komplement
 Identität
 Identität

$$\begin{aligned}
 h(a, b, c) &= ab + \overline{a + b\overline{c} + a} + ba \\
 &= ab + ba + \overline{a + a + b\overline{c}} \\
 &= ab + ba + \overline{1 + b\overline{c}} \\
 &= ab + ba + \overline{1} \\
 &= ab + ba \\
 &= ab
 \end{aligned}$$

Kommutativität
 Komplement
 Eins/Null-Element
 Identität
 Idempotenz

$$\begin{aligned}
 i(a, b, c) &= \overline{\overline{a\overline{b} + \overline{a}b} \cdot (c + \overline{c})} \\
 &= \overline{\overline{a\overline{b} + \overline{a}b} \cdot 1} \\
 &= \overline{\overline{a\overline{b} + \overline{a}b}} \\
 &= a\overline{b} + \overline{a}b
 \end{aligned}$$

Komplement
 Identität
 Involution