

Musterlösung 3. Gruppenübung

Digitaltechnik und Rechnersysteme • Wintersemester 2022/2023

1 Wahrheitstabellen

1.1 Gleitkommadarstellung

1. Ermittlung der Festkommadarstellung: $e \approx 10, 10111000_2$
2. Normalisierung: $e \approx 1, \underbrace{010111000}_m \cdot 2^1$
3. Bias ermitteln: bias = $2^{B_e-1} - 1$ mit $B_e = 3 \Rightarrow$ bias = $2^2 - 1 = 3$
4. Ermittlung des Exponenten: $e - \text{bias} = 1 \rightarrow e = 1 + \text{bias} = 4 = 100_2$
5. Ermittlung des Vorzeichen-Bits: $s = 0$ (da Zahl positiv)

Codewort: $\underbrace{0}_{=s} \underbrace{100}_{=e} \underbrace{010111}_{=m}$

1.2 Wahrheitstabelle einer Funktion

a	b	c	$h(a, b, c)$	a	b	$p(a, b)$
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

1.3 Funktion aus Wahrheitstabelle entwickeln

1.

f(a,b,c):

Minterme:

$$mn_2 = \bar{a}b\bar{c}$$

$$mn_3 = \bar{a}bc$$

Maxterme:

$$\begin{array}{ll}
mx_0 &= \overline{\overline{a} \overline{b} \overline{c}} = a + b + c \\
mx_1 &= \overline{\overline{a} \overline{b} c} = a + b + \overline{c} \\
mx_4 &= \overline{a \overline{b} \overline{c}} = \overline{a} + b + c
\end{array}
\quad
\begin{array}{ll}
mx_5 &= \overline{\overline{a} \overline{b} c} = \overline{a} + b + \overline{c} \\
mx_6 &= \overline{a \overline{b} \overline{c}} = \overline{a} + \overline{b} + c \\
mx_7 &= \overline{a b c} = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c}
\end{array}$$

KDNF:

$$f(a, b, c) = mn_2 + mn_3 = \overline{a} b \overline{c} + \overline{a} b c$$

KKNF:

$$\begin{aligned}
f(a, b, c) &= mx_0 \cdot mx_1 \cdot mx_4 \cdot mx_5 \cdot mx_6 \cdot mx_7 \\
&= (a + b + c) \cdot (a + b + \overline{c}) \cdot (\overline{a} + b + c) \cdot (\overline{a} + b + \overline{c}) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + c) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + \overline{c})
\end{aligned}$$

g(a,b,c):

Minterme:

$$\begin{array}{ll}
mn_0 &= \overline{a} \overline{b} \overline{c} \\
mn_1 &= \overline{a} \overline{b} c \\
mn_3 &= \overline{a} b c
\end{array}
\quad
\begin{array}{ll}
mn_4 &= a \overline{b} \overline{c} \\
mn_6 &= a b \overline{c} \\
mn_7 &= a b c
\end{array}$$

Maxterme:

$$mx_2 = a + \overline{b} + c \quad mx_5 = \overline{a} + b + \overline{c}$$

KDNF:

$$\begin{aligned}
g(a, b, c) &= mn_0 + mn_1 + mn_3 + mn_4 + mn_6 + mn_7 \\
&= \overline{a} \overline{b} \overline{c} + \overline{a} \overline{b} c + \overline{a} b c + a \overline{b} \overline{c} + a b \overline{c} + a b c
\end{aligned}$$

KKNF:

$$g(a, b, c) = mx_2 \cdot mx_5 = (a + \overline{b} + c) \cdot (\overline{a} + b + \overline{c})$$

⇒ Wie man sieht ist die DNF-Darstellung bei Funktionen mit wenigen Einsen in der Wahrheitstabelle vorteilhaft. Der umgekehrte Fall gilt für die KNF-Darstellung.

1.4 Vereinfachung Boolescher Ausdrücke

Ausdruck:	$x + 0$	$x \cdot 1$	$x + 1$	$x \cdot 0$	$x + x$	$x \cdot x$	$x + \overline{x}$	$x \cdot \overline{x}$	$\overline{\overline{x}}$
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
Vereinfachung:	x	x	1	0	x	x	1	0	x
(Name:)	Identität	Eins/Null	Idempotenz	Komplement	Involution				

1.5 Boolesche Algebra

$$\begin{aligned}
 f(a, b) &= (a + 1) \cdot b + 0 + 1 \cdot a && \text{Identität} \\
 &= (a + 1) \cdot b + 1 \cdot a && \text{Identität} \\
 &= (a + 1) \cdot b + a && \text{Eins/Null-Element} \\
 &= 1 \cdot b + a && \text{Identität} \\
 &= b + a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g(a, b) &= a \cdot 1 + b + \overline{b} && \text{Komplement} \\
 &= a \cdot 1 + \overline{1} && \text{Identität} \\
 &= a + 0 && \text{Identität} \\
 &= a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h(a, b, c) &= ab + \overline{a} + b\overline{c} + a + ba && \text{Komutativität} \\
 &= ab + ba + \overline{a} + a + b\overline{c} && \text{Komplement} \\
 &= ab + ba + \overline{1 + b\overline{c}} && \text{Eins/Null-Element} \\
 &= ab + ba + \overline{1} && \text{Identität} \\
 &= ab + ba && \text{Idempotenz} \\
 &= ab
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i(a, b, c) &= \overline{\overline{ab} + \overline{a}b} \cdot (c + \overline{c}) && \text{Komplement} \\
 &= \overline{\overline{ab} + \overline{a}b} 1 && \text{Identität} \\
 &= \overline{\overline{ab} + \overline{a}b} && \text{Involution} \\
 &= a\overline{b} + \overline{a}b
 \end{aligned}$$