

## Musterlösung 6. Gruppenübung

Digitaltechnik und Rechnersysteme • Wintersemester 2025/2026

### 1.1 KV-Diagramm

$\bar{a} b \bar{c} d$				$\bar{a} b$			
$\bar{a}$	$b$	$d$		$\bar{a}$	$b$	$d$	
c				c			
a				a			
0	0	1	0	0	0	1	1
2	0	0	0	0	0	1	1
10	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	1	1	1	1	1
	3	7	6	3	7	6	6
	11	15	14	11	15	14	14
	9	13	12	9	13	12	12

$\bar{a}$				$\bar{a} + b$			
$\bar{a}$	$b$	$d$		$\bar{a} + b$	$b$	$d$	
c				c			
a				a			
0	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1
10	0	0	0	0	0	1	1
8	0	0	0	0	0	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	3	7	6	3	7	6	6
	11	15	14	11	15	14	14
	9	13	12	9	13	12	12

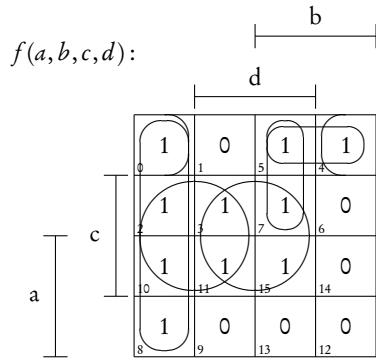
  

$\bar{a} + b + d$				$\bar{a} + b + \bar{c} + d$			
$\bar{a}$	$b$	$d$		$\bar{a} + b + \bar{c} + d$	$b$	$d$	
c				c			
a				a			
0	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1
10	0	1	1	1	1	1	1
8	0	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	3	7	6	3	7	6	6
	11	15	14	11	15	14	14
	9	13	12	9	13	12	12

## 1.2 Synthese einer NAND-Schaltung

$a$	$b$	$c$	$d$	$ $	Dez.	$\parallel$	$f(a, b, c, d)$
0	0	0	0		0		1
0	0	0	1		1		0
0	0	1	0		2		1
0	0	1	1		3		1
0	1	0	0		4		1
0	1	0	1		5		1
0	1	1	0		6		0
a)	0	1	1		7		1
	1	0	0		8		1
	1	0	0		9		0
	1	0	1		10		1
	1	0	1		11		1
	1	1	0		12		0
	1	1	0		13		0
	1	1	1		14		0
	1	1	1		15		1

b)



c)

$\overbrace{b \bar{d}}^{\cong 0;2;8;10} \Rightarrow$  KPI, da Minterm 8 in keinem anderen Primimplikanten enthalten ist.

$\overbrace{cd}^{\cong 3;7;11;15} \Rightarrow$  KPI, da Minterm 15 in keinem anderen Primimplikanten enthalten ist.

$\overbrace{\bar{b} c}^{\cong 2;3;10;11} \Rightarrow$  API, da alle Minterme von KPIs überdeckt werden.

$\overbrace{\bar{a} b \bar{c}}^{\cong 4;5} \Rightarrow$  REPI, da alle Minterme durch andere Primimplikanten überdeckt werden welche keine KPI sind.

$\overbrace{\bar{a} b d}^{\cong 5;7} \Rightarrow$  REPI, da alle Minterme durch andere Primimplikanten überdeckt werden und Minterm 5 nicht von einem KPI überdeckt wird.

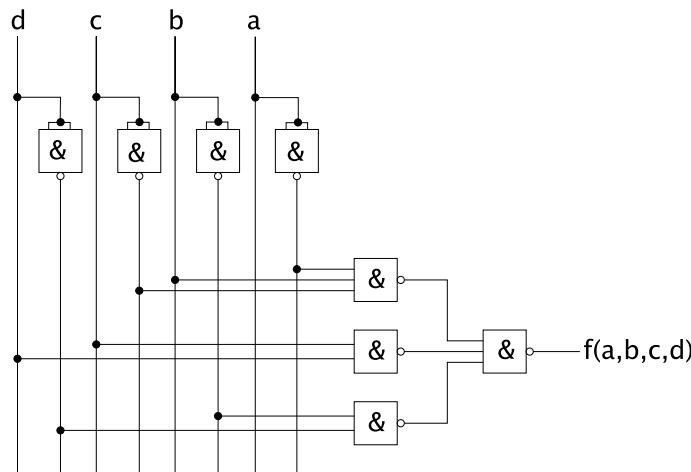
$\overbrace{\bar{a} \bar{c} \bar{d}}^{\cong 0;4} \Rightarrow$  REPI, da alle Minterme durch andere Primimplikanten überdeckt werden und Minterm 4 nicht von einem KPI überdeckt wird.

d) Aus den KPIs und REPIs ergibt sich die minimale Realisierung:

$$f(a, b, c, d) = \overline{a} \overline{b} \overline{c} + cd + \overline{b} \overline{d}$$

e) Durch doppelte Negierung der DNF und einmaliger Anwendung der De Morgan'schen Regel ergibt sich eine NAND-Darstellung:

$$\begin{aligned} f(a, b, c, d) &= \overline{\overline{\overline{a} \overline{b} \overline{c}} + cd + \overline{b} \overline{d}} \\ &= \overline{\overline{\overline{a} \overline{b} \overline{c}} \cdot \overline{cd} \cdot \overline{\overline{b} \overline{d}}} \end{aligned}$$



### 1.3 Synthese einer minimierten Schaltung

a)

$f(abcd)$ :			
		b	d
		c	
0	0	1	5
1	1	4	0
2	0	0	7
3	3	1	6
10	1	1	15
11	11	1	14
8	1	1	13
9	9	0	12

$f(abcd)$ :			
		b	d
		c	
0	0	1	5
1	1	1	4
2	0	0	7
3	3	1	6
10	1	1	15
11	11	1	14
8	1	1	13
9	9	0	12

$f(abcd)$ :			
		b	d
		c	
0	0	1	5
1	0	0	4
2	0	0	7
3	3	1	6
10	1	1	15
11	11	1	14
8	1	1	13
9	9	0	12

KPI:  $\underbrace{a\bar{b}}_{\cong 8;9;10;11}, \underbrace{bc}_{\cong 6;7;14;15}$   
 API:  $\underbrace{ac}_{\cong 10;11;14;15}$   
 REPI:  $\underbrace{\bar{a}\bar{c}d}_{\cong 1;5}, \underbrace{\bar{a}bd}_{\cong 5;7}, \underbrace{\bar{b}\bar{c}d}_{\cong 1;9}$

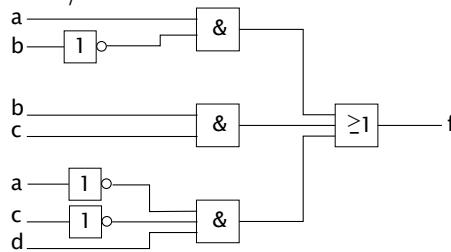
KPI:  $\underbrace{(a+b+\bar{c})}_{\cong 2;3}, \underbrace{(\bar{a}+\bar{b}+c)}_{\cong 12,13}$   
 API: keine  
 REPI:  $\underbrace{(a+b+d)}_{\cong 0;2}, \underbrace{(a+c+d)}_{\cong 0;4}, \underbrace{(\bar{b}+c+d)}_{\cong 4;12}$

c) DNF:  $f(a,b,c,d) = a\bar{b} + bc + \bar{a}\bar{c}d$

KNF:  $f(a,b,c,d) = (a+b+\bar{c})(\bar{a}+\bar{b}+c)(a+c+d)$

d)

AND/OR:



OR/AND:

