

#### К лабораторной работе №4 по КТ при создании РТ

Любитель экстремальных ощущений привязан упругим канатом и прыгает с моста с высоты 80 метров над поверхностью воды. Длина каната 30 метров. В распоряжении прыгуна имеются канаты с тремя различными коэффициентами упругости, приведенными в табл. 1

Упругий канат	Коэффициент упругости $k$ , Н/м
А	5
В	40
С	500

Прыгуну необходимо как можно ближе приблизиться к поверхности воды, не ударяясь о воду. На каком канате следует сделать выбор любителю острых ощущений?

Параметры моделирования

Жесткость каната.

Длина каната.

Масса прыгуна.

Параметры силы сопротивления.

Физическая модель

Падение происходит строго вертикально и маятниковые качания отсутствуют. Отсутствует боковой ветер.

Подъемной силой и силой Архимеда можно пренебречь. Массой каната можно пренебречь.

В точке поворота канат не разрывается.

В точке поворота прыгун не испытывает смертельных перегрузок.

Сопротивление воздуха определяется линейной и квадратичной зависимостью от скорости  $R = av + bv^2$ , где параметры  $a$  и  $b$  равны 1.

Совместим начало координат с точкой, где начинает растягиваться канат - 50 м от поверхности воды (рис. 1). Нулевой уровень показан штриховой линией. Ось  $x$  направлена вниз.

На прыгуна в любой точке траектории действуют сила тяжести  $P = mg$ , направленная вертикально вниз, сила сопротивления воздуха  $R = -av - bv^2$ , направленная всегда противоположно направлению скорости, и сила упругости  $F = -kx$ , возникающая только при растяжении каната (положение прыгуна ниже нулевой точки показано на рис. 1).

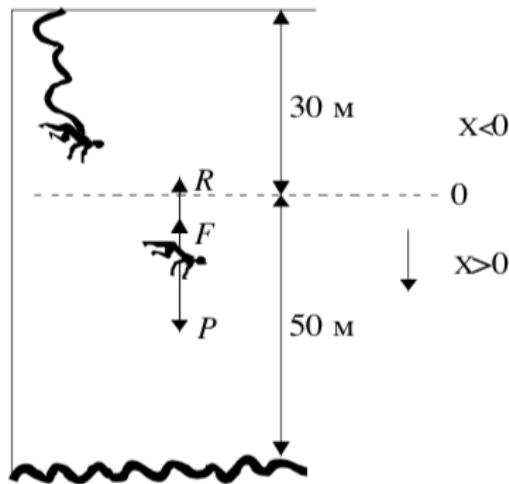


Рисунок 1 - К постановке задачи о прыгуне

Будем считать, что масса прыгуна с экипировкой составляет 90 кг, а ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м с}^2$ .

Математическая модель

Математическая модель (уравнение движения прыгуна) может быть получена на основании второго закона Ньютона применительно к данной системе. По второму закону Ньютона сумма всех сил, действующих на прыгуна, равна произведению его массы на ускорение. С учетом направления движения и сил второй закон Ньютона в данном случае имеет вид

$$ma = P - R - F,$$

$$ma = mg - av - b |v| v - F.$$

Поскольку  $v = dx/dt$  и  $a = dv/dt = d^2x/dt^2$ , получаем уравнение движения в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g - \frac{F}{m} - \frac{a}{m} \frac{dx}{dt} - \frac{b}{m} \left| \frac{dx}{dt} \right| \frac{dx}{dt}.$$

дифференциального уравнения второго порядка:

Алгоритмизация математической модели (Вариант. Поверхность воды взята за 0)

Для решения математической модели воспользуемся стандартной процедурой ODE45 из пакета Matlab.

Далее необходимо создать функцию odefun. Для этого приведем наше дифференциальное уравнение к виду, удобному для интегрирования. Код программы для решения описанной задачи состоит из процедуры решения дифференциального уравнения bungee.m и m-файла bungee\_main.m, обращающегося к этой процедуре.

bungee\_main.m

figure

```
[t,xsol]=ode45(@bungee,[0 50], [-30 0],[],5); plot(t,50-xsol(:,1));
```

figure

```
[t,xsol]=ode45(@bungee,[0 50], [-30 0],[],40); plot(t,50-xsol(:,1));
```

figure

```
[t,xsol]=ode45(@bungee,[0 50], [-30 0],[],500); plot(t,50-xsol(:,1));
```

bungee.m

```
function dxdt=bungee(t,x,k)
```

```
m=90;
```

```
g=10;
```

```
a=1;
```

```

b=1;
P=m*g;
R=a*x(2)+b*abs(x(2))*x(2);
if x(1)>0
    F=k*x(1);
else
F=0;
end
dxdt=[x(2);(P-F-R)/m];

```

#### Программа исследований

1. Предположим, что канатом решил воспользоваться другой прыгун. Рассмотрите случаи более тяжелого (масса 120 кг) и более легкого (40 кг) прыгунов. К чему приводит увеличение массы прыгуна?
2. Постройте график ускорения движения прыгуна. Обратите внимание на вид кривой вблизи максимального растяжения каната. По графику оцените максимальное значение ускорения и сопоставьте его с ускорением свободного падения (помните, что если ускорение превосходит  $5g$ , это может быть опасно для жизни).
3. Оцените максимальную силу, действующую на прыгуна в момент максимального растяжения каната ( $F = ma_{\max}$ ). Как вы думаете, будет прыгун испытывать болезненные ощущения?