

РЕЛЕЙНЫЙ ОПТИМАЛЬНЫЙ ПО ТОЧНОСТИ РЕГУЛЯТОР УГЛОВОЙ СКОРОСТИ СИНХРОННОГО РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ

И.И. Митрофанов

Рассмотрена процедура синтеза оптимального по точности закона управления скоростью вращения синхронного реактивного двигателя, работающего в режиме с постоянным углом тока. Приводятся результаты математического моделирования системы в программе Simulink.

Ключевые слова: синхронный реактивный двигатель, функционал качества, поверхность переключения, скользящий режим.

Отсутствие каких-либо обмоток на роторе, постоянных магнитов или щётчных узлов делает синхронный реактивный двигатель (СРД) весьма привлекательным для создания электропривода с высокой отказоустойчивостью.

Математическая модель современного синхронного реактивного двигателя, лишённого пусковой обмотки, имеет вид

$$\begin{cases} u_d = R \cdot i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - z_p \omega_r \cdot L_q i_q, \\ u_q = R \cdot i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + z_p \omega_r \cdot L_d i_d, \\ J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} = M_{эм} - M_H, \end{cases} \quad (1)$$

$$M_{эм} = \frac{3}{2} z_p (L_d - L_q) \cdot i_d i_q, \quad (2)$$

где u_d, u_q – напряжения питания статорных обмоток по продольной и поперечной оси соответственно; i_d, i_q – токи статорных обмоток по продольной и поперечной оси соответственно; R – сопротивление статорной обмотки; L_d, L_q – индуктивности статорных обмоток по продольной и поперечной оси соответственно; ω_r – угловая скорость ротора; J – приведённый момент инерции; z_p – число пар полюсов; $M_{эм}$ – электромагнитный момент двигателя; M_H – момент нагрузки.

Поскольку первые образцы синхронных реактивных двигателей отличались плохими энергетическими характеристиками, разработчики при синтезе систем управления пытались обеспечить не только достижение задачи управления, но и оптимизировать различные показатели работы, такие, как КПД, коэффициент мощности и т.д. В [2] показано, что оптимизировать энергетические характеристики СРД можно путём рационального выбора величины угла тока α .

Угол тока α представляет собой угол между продольной осью d двигателя и обобщённым вектором тока I_s . При $\operatorname{tg}\alpha = 1$ обеспечивается режим работы с максимальным моментом (и максимальным КПД), при $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{L_d/L_q}$ – режим работы с максимальным коэффициентом мощности, при $\operatorname{tg}\alpha = L_d/L_q$ – режим работы с наибыстрейшим изменением момента.

Из определения угла тока следует, что вышеперечисленные условия сводятся к виду

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{i_q}{i_d} = \operatorname{const},$$

т.е. режим работы с постоянным углом тока обеспечивается, если токи i_d и i_q пропорциональны друг другу. Из уравнения момента (2) следует, что для осуществления реверса двигателя ($M_{\text{эм}} < 0$) только один из токов должен менять свой знак. Таким образом, пропорциональная зависимость должна поддерживаться между модулями токов i_d и i_q , а не их абсолютными значениями:

$$i_d = \left| \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} \cdot i_q \right|, \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{const}. \quad (3)$$

С учётом (3) уравнения динамики синхронного реактивного двигателя (1) упрощаются и принимают вид

$$\begin{cases} u_q = R \cdot i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \frac{z_p L_d}{\operatorname{tg}\alpha} |i_q| \cdot \omega_r, \\ J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3}{2} z_p (L_d - L_q) \cdot i_d i_q - M_H. \end{cases} \quad (4)$$

Задачу расчёта регулятора скорости свведём к задаче синтеза оптимального по точности регулятора [2].

Запишем математическую модель синхронного реактивного двигателя (1) в отклонениях:

$$x_1 = i_q - i_q^*, \quad x_2 = \omega_r - \omega_r^*, \quad u_1 = u_q - u_q^*, \quad (5)$$

где x_1, x_2 – отклонение от задания по току i_q и угловой скорости ω_r соответственно; i_q^*, ω_r^* – задание по току токам i_d, i_q и скорости вращения ω_r соответственно; u_q^* – оптимальное программное управление; u_1 – отклонение от оптимального программного управления, обусловленное действием возмущений.

Подставляя (5) в (4) и относя все слагаемые с символом (*) ко внешним возмущающим воздействиям, получим математическую модель СРД в отклонениях:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}|x_1|x_2 + b_{11}u_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = c \cdot x_1|x_1|, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$a_{11} = -\frac{R}{L_q}, \quad a_{12} = -\frac{L_d}{L_q} \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} z_p, \quad b_{11} = \frac{1}{L_q}, \quad c = \frac{3}{2J} z_p (L_d - L_q) \quad (7)$$

Поскольку уравнения СРД в режиме работы с $\alpha = \text{const}$ (6) содержат координату под знаком модуля, последующие аналитические расчёты будут затруднены. Для решения задачи рассмотрим отдельно работу двигателя с положительным и отрицательным моментом. Это позволяет разбить данную систему уравнений на две:

1) двигатель развивает положительный момент ($i_q > 0, i_d = i_q / \operatorname{tg} \alpha$):

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}x_1x_2 + b_{11}u_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = c \cdot x_1^2, \end{cases} \quad (8)$$

2) двигатель развивает отрицательный момент ($i_q < 0, i_d = -i_q / \operatorname{tg} \alpha$):

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 - a_{12}x_1x_2 + b_{11}u_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = -c \cdot x_1^2. \end{cases} \quad (9)$$

Поскольку при $i_q = 0$ электромагнитный момент двигателя равен нулю, данный случай может быть учтён в одном из вышеуказанных случаев введением нестрогого неравенства, например, $i_q \geq 0$. Полученные законы управления следует объединить в одну формулу.

Рассмотрим работу СРД с **положительным моментом**. На основе системы (8) записываем основное функциональное уравнение [1]:

$$\dot{\psi}_+ = g_1 \dot{x}_1 + g_2 \dot{x}_2.$$

В соответствии со свойствами основного функционального уравнения принимаем $g_2 = 1$ [1]. Тогда

$$\dot{\psi}_+ = g_1 \dot{x}_1 + \dot{x}_2 = [g_1(a_{11}x_1 + a_{12}x_1x_2) + \dot{x}_2] + g_1b_{11} \cdot u_1 = f + \varphi \cdot u_1, \quad (10)$$

где $f = g_1(a_{11}x_1 + a_{12}x_1x_2) + \dot{x}_2, \varphi = g_1b_{11}U_{\max}$.

Таким образом, задача поиска оптимального управления сводится к поиску функции g_1 , при которой выполняется условие управляемости [2]

$$\varphi > |f|, \quad \varphi > 0 \quad (11)$$

и которая позволяет проинтегрировать функцию $\dot{\psi}_+$.

Примем

$$g_1 = -\frac{c}{a_{11}} x_1.$$

С учётом второго уравнения системы (8)

$$\dot{\psi}_+ = [g_1(a_{11}x_1 + a_{12}x_1x_2) + \dot{x}_2] + g_1b_{11} \cdot u_1 = \left[-\frac{ca_{12}}{a_{11}} x_1^2 x_2 \right] - \frac{c}{a_{11}} x_1 b_{11} \cdot u_1.$$

Тогда скорость проникновения поверхности переключения

$$\dot{\psi}_+ = g_1\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = -\frac{c}{a_{11}} x_1 \cdot \dot{x}_1 + \dot{x}_2, \quad (12)$$

условие управляемости

$$\left| -\frac{ca_{12}}{a_{11}} x_1^2 x_2 \right| < -\frac{c}{a_{11}} x_1 b_{11} \cdot U_{max}. \quad (13)$$

Из второго уравнения системы (8), следует, что

$$\ddot{x}_2 = 2c \cdot x_1 \dot{x}_1,$$

тогда выражение (12) можно привести к виду

$$\dot{\psi}_+ = -\frac{c}{a_{11}} x_1 \cdot \dot{x}_1 + \dot{x}_2 = -\frac{1}{2a_{11}} \ddot{x}_2 + \dot{x}_2.$$

Интегрируя данное выражение, получим уравнение поверхности переключения

$$\psi_+ = -\frac{1}{2a_{11}} \dot{x}_2 + x_2. \quad (14)$$

Определим, выполняется ли условие управляемости (13). Умножим правую часть неравенства (13) на $-a_{11}/c > 0$:

$$\left| a_{12} x_1^2 x_2 \right| < x_1 b_{11} U_{max}.$$

Поскольку в рассматриваемом случае двигатель развивает положительный момент ($x_1 > 0$), условие управляемости приобретает вид

$$\left| a_{12} x_1 x_2 \right| < b_{11} U_{max}, \quad (15)$$

которое выполняется всегда, поскольку выражение в левой части неравенства представляет собой противоЭДС вращения, уравнивающую напряжение питания (правая часть неравенства).

Рассмотрим работу СРД с **отрицательным моментом**. На основе системы (9) записываем основное функциональное уравнение [2]:

$$\dot{\psi}_- = g_1\dot{x}_1 + g_2\dot{x}_2.$$

В соответствии со свойствами основного функционального уравнения принимаем $g_2 = 1$ [1]. Тогда

$$\dot{\psi}_- = g_1\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = [g_1(a_{11}x_1 - a_{12}x_1x_2) + \dot{x}_2] + g_2b_{11} \cdot u_1 = f + \varphi \cdot u_1,$$

где $f = g_1(a_{11}x_1 - a_{12}x_1x_2) + \dot{x}_2$, $\varphi = g_1b_{11}U_{max}$.

Принимая

$$g_1 = \frac{c}{a_{11}} x_1$$

и проводя вычисления, аналогичные вышеизложенным, получим уравнение поверхности переключения

$$\psi_- = -\frac{1}{2a_{11}} \dot{x}_2 + x_2, \quad (16)$$

полностью совпадающее с (14), и условие управляемости

$$|a_{12}x_1x_2| < b_{11}U_{max},$$

аналогичное (15).

Таким образом, уравнение поверхности переключения не зависит от знака электромагнитного момента двигателя. Возвращаясь к исходным обозначениям (5), (7), получим искомый закон управления

$$\begin{aligned} u_q &= -U_{max} \cdot \text{sign}[\psi] = -U_{max} \cdot \text{sign}\left[x_3 - \frac{1}{2a_{21}} \dot{x}_3\right] = \\ &= U_{max} \cdot \text{sign}\left[\omega_r^* - \omega_r + \frac{L_q}{2R} \cdot \frac{d(\omega_r^* - \omega_r)}{dt}\right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Управляющее воздействие, вырабатываемое регулятором скорости, не зависит от угла α и является общим для всех вышеперечисленных оптимизационных алгоритмов управления СРД.

Структурная схема системы, реализующей закон (17), представлена на рис. 1. Регуляторы скорости ω_r и тока i_q включаются по принципу подчинённого регулирования.

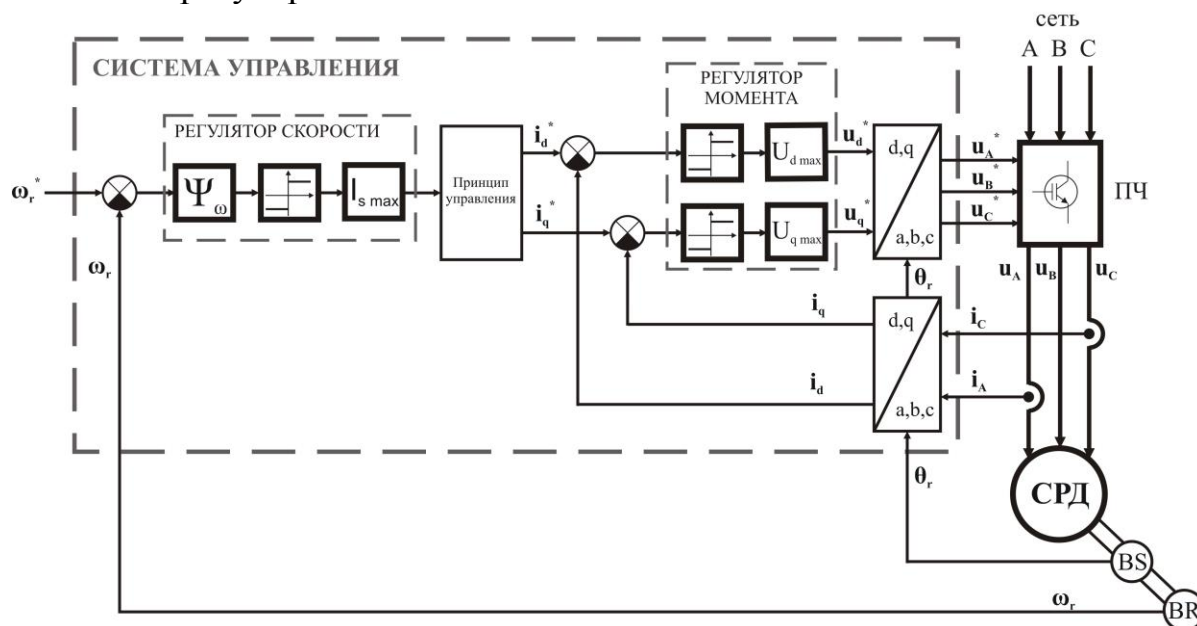


Рис. 1. Структурная схема оптимального по точности синхронного реактивного привода

На рис. 2, 3 представлены графики переходных процессов в данной системе, построенной на базе синхронного реактивного двигателя мощностью 1,1 кВт. Задание по скорости $\omega_r^* = 170$ рад/с.

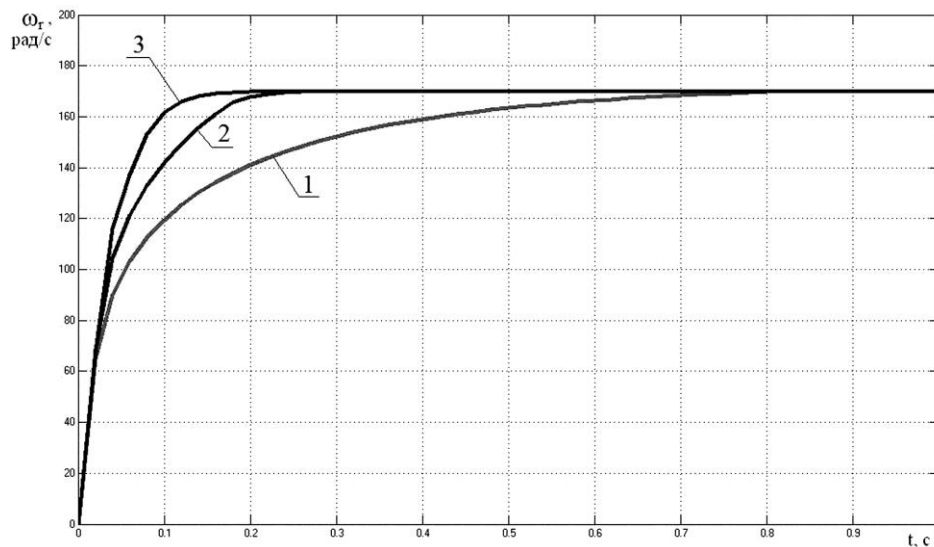


Рис. 2. Переходный процесс по скорости в приводе без ограничений тока:

1 – режим работы с максимальным моментом; 2 – режим работы с максимальным коэффициентом мощности; 3 – режим работы с наибыстрейшим изменением момента

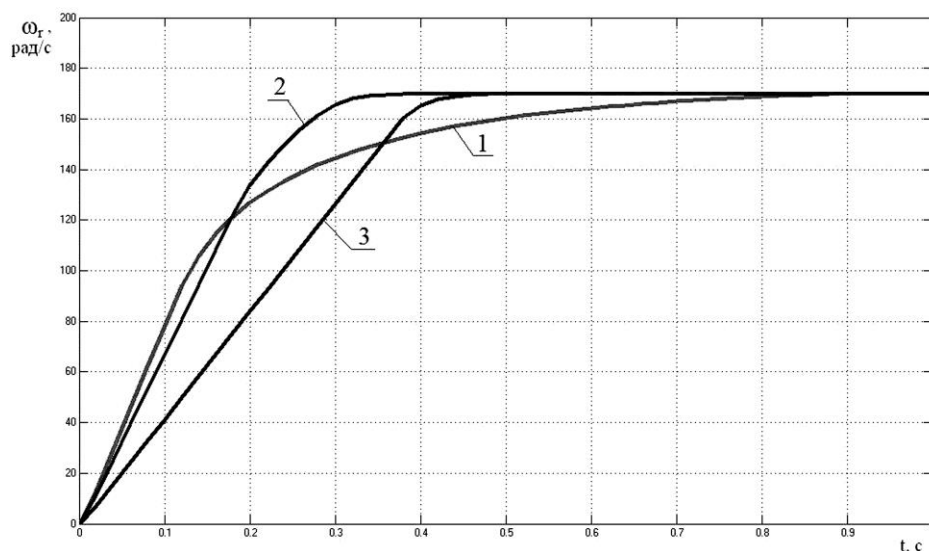


Рис. 3. Переходный процесс по скорости в приводе с ограничением тока:

1 – режим работы с максимальным моментом; 2 – режим работы с максимальным коэффициентом мощности; 3 – режим работы с наибыстрейшим изменением момента

Из приведённых графиков видно, что наибольшее быстродействие в системе без ограничения тока показывает СРД в режиме с наибо́льшей скоростью изменением момента (рис. 2). В системе с ограничением тока (в данном примере – не более двухкратного превышения номинальной величины) наибольшее быстродействие показывает СРД в режиме работы с максимальным коэффициентом мощности (рис. 3). СРД в режиме работы с максимальным моментом (максимальным КПД) показывает наименьшее быстродействие.

Список литературы

1. Аналитическое конструирование регуляторов, оптимальных по точности и быстродействию/ В.В. Сурков [и др.]. Тула: ТулГУ, 2005. 300 с.
2. Kazmierkowski M.P., Krishnan R., Blaabjerg F. Control in power electronics: selected problems. San-Diego: Academic Press, 2002. 544 p.

Митрофанов Игорь Игоревич, аспирант, dr.fatum@yandex.ru, Россия, Тула, Тульский государственный университет

RELAY OPTIMAL ACCURACY CONTROLLER BY ANGULAR SPEED OF SYNCHRONOUS RELUCTANCE MOTOR

I.I. Mitrofanov

The procedure of synthesis optimal accuracy control by angular speed of synchronous reluctance motor with constant current angle is proposed. Results of mathematical modeling in Simulink are presented.

Key words: synchronous reluctance motor, quality functional, sliding surface, sliding mode.

Mitrofanov Igor Igorevich, postgraduate, dr.fatum@yandex.ru, Russia, Tula, Tula State University