

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»
Факультет «Математика и естественные науки»
Кафедра «Прикладная математика и информационные технологии»

К защите
Заведующий кафедрой ПМиИТ

_____ Русяк И.Г.
«___» _____ 2023 г.

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ВОССТАНОВЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ СТРЕЛЬБЫ ПО УЧАСТКУ ТРАЕКТОРИИ

(расчетно-пояснительная записка к выпускной квалификационной работе)

Направление подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»

Профиль – «Применение математических методов и программных средств
для решения инженерных и экономических задач»

Руководитель образовательной
программы, д.т.н., профессор

И.Г. Русяк

Руководитель работы
д.т.н., профессор

С.А. Королев

Выполнил
студент группы Б19-181-1

Г.В. Ренкез

Ижевск – 2023

Техническое задание
на выпускную квалификационную работу
студента группы Б19-181-1 Ренкез Г.В.

1. Тема: «Разработка алгоритма восстановления начальных условий стрельбы по участку траектории».
2. Объект исследования: интеллектуальные алгоритмы определения типа средства поражения и начальных условий стрельбы по результатам анализа траекторных измерений.
3. Предмет исследования: математические модели и алгоритмы решения обратных задач внешней баллистики на основе методов интеллектуального анализа данных.
4. Цель работы: разработка математических моделей, вычислительных алгоритмов и программы для решения обратной задачи внешней баллистики по результатам анализа траекторных измерений.
5. Состав задач:
 - 5.1. Обзор способов обработки данных траекторных измерений.
 - 5.2. Анализ подходов к решению обратной задачи внешней баллистики.
 - 5.3. Разработка математической модели внешней баллистики с учетом баллистических и метеорологических факторов.
 - 5.4. Разработка алгоритма решения обратной задачи внешней баллистики на основе методов интеллектуального анализа данных: искусственные нейронные сети, деревья решений, генетические алгоритмы.
 - 5.5. Решение задачи идентификации средств поражения по результатам анализа траекторных параметров.
 - 5.6. Реализация математических моделей и алгоритмов в виде расчетной программы решения обратной задачи внешней баллистики.
 - 5.7. Исследование устойчивости и точности решения обратной задачи в зависимости от объема зарегистрированных данных по траектории.
6. Программное обеспечение: ОС Windows, Visual Studio, Python.
7. Критерий окончания работы: Разработанные методы и алгоритмы решения задач должны быть реализованы в виде расчетных программ. Результаты работы должны быть оформлены в виде отчета.

УТВЕРЖДАЮ

зав. кафедрой ПМиИТ
д.т.н., профессор

И.Г. Русяк

РУКОВОДИТЕЛЬ РАБОТЫ

д.т.н., профессор

С.А. Королев

ИСПОЛНИТЕЛЬ

студент гр. Б19-181-1

Г.В. Ренкез

Реферат

Объём записки: 61 стр., 38 рис., 13 табл., 32 библ. наим.

Ключевые слова: внешняя баллистика, обратная задача внешней баллистики, математическое моделирование, численное интегрирование дифференциальных уравнений, нейронная сеть, программное обеспечение.

Работа посвящена восстановлению начальных условий стрельбы по участку траектории.

В работе представлена теоретическая основа по математическому моделированию полёта снаряда с постоянной массой, вычислению траекторных параметров. Приведены методы численного решения данных задач.

Представлено решение основной задачи внешней баллистики для 152 мм снаряда, вычисления траекторных параметров, восстановлению начальных условий стрельбы и идентификации средств поражения на основе траекторных параметров. Приведены графики траектории полета снаряда, восстановленной траектории при разных условиях фиксирования траектории полета снаряда.

Общая характеристика работы

Объектом исследования являются интеллектуальные алгоритмы определения типа средства поражения и начальных условий стрельбы по результатам анализа траекторных измерений.

Предметом исследования являются математические модели и алгоритмы решения обратных задач внешней баллистики на основе методов интеллектуального анализа данных.

Цель работы: разработка математических моделей, вычислительных алгоритмов и программы для решения обратной задачи внешней баллистики по результатам анализа траекторных измерений.

На защиту выносятся

1. Построение математической модели полёта снаряда;
2. Реализация модели в виде программного комплекса на языке Python;
3. Алгоритмы вычисления траекторных параметров;
4. Результаты решения задачи восстановления начальных условий стрельбы по участку траектории.

Научная новизна. Разработаны алгоритмы, которые вычисляют траекторные параметры на зафиксированном с погрешностью участке траектории и на основе искусственной нейронной сети определяет тип снаряда и восстанавливает начальные условия стрельбы.

Практическая ценность. Разработанный программный комплекс позволяет определить начальные условия стрельбы по участку траектории.

Оглавление

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ПЕРЕЧЕНЬ ОБОЗНАЧЕНИЙ | 6 |
| Введение | 7 |
| 1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ | 8 |
| 1.1 Литературный обзор | 8 |
| 1.2 История внешней баллистики | 10 |
| 1.3 Основные понятия и определения | 13 |
| 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ | 14 |
| 2.1 Математическая модель внешней баллистики снаряда | 14 |
| 3. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ СТРЕЛБЫ ПО УЧАСТКУ ТРАЕКТОРИИ | 19 |
| 3.1 Общая постановка задачи | 19 |
| 3.2 Определение траекторных параметров | 20 |
| 3.3 Баллистический коэффициент | 22 |
| 3.4 Искусственные нейронные сети | 23 |
| 3.5 Численный метод Рунге-Кутты | 27 |
| 3.6 Преобразование координат | 29 |
| 3.7 Проектирование и реализация программного комплекса | 30 |
| 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ | 33 |
| 4.1 Результаты работы программного комплекса при зафиксированной без погрешностей траектории | 33 |
| 4.2 Результаты работы программного комплекса при зафиксированной с погрешностями траектории | 36 |
| 4.3 Результат работы алгоритма при зафиксированной с погрешностью участка траектории полета снаряда с ограничением на количество зафиксированных точек. | 52 |
| Заключение | 57 |
| Литература | 59 |

ПЕРЕЧЕНЬ ОБОЗНАЧЕНИЙ

x_c – положение центра масс снаряда;

y_c – высота полета снаряда, м;

z_c – боковое отклонение, м;

θ – угол наклона траектории, град;

ψ – угол направления, град;

V_k – скорость центра масс снаряда, м/с.

M – Число маха;

C_x – коэффициент лобового сопротивления 1943 г;

$f_z(M)$ – деривационная функция;

l_u – расстояние от основания головной части до центра масс, м;

l_T – длина головной части, м;

$\Delta C_{x_k}(\varepsilon_w), \Delta C_{y_k}(\varepsilon_w), \Delta C_{z_k}(\varepsilon_w)$ – отклонения коэффициентов составляющих аэродинамической силы, вызываемые ветром;

$w_{x_k}, w_{y_k}, w_{z_k}$ – составляющие скорости ветра по осям траекторной системы координат;

$\alpha_{ц}$ – дирекционный угол (азимут) цели, град;

$w(y)$ – распределение скорости ветра по высоте;

$\varepsilon_{w_1}, \varepsilon_{w_2}$ – составляющие угла сноса ветром;

ω_x – аксиальная угловая скорость вращения снаряда, рад/с;

m_0 – масса снаряда, кг;

l – длина снаряда, м;

I_x – аксиальный момент инерции;

S_M – площадь миделева сечения, м²;

d – калибр, мм;

ρ – плотность воздуха, кг/м³;

V_0 – начальная скорость, м/с;

Введение

На протяжении всей истории, человечество сопровождали войны. И если изучить историю, то станет ясно, что у какой страны было более продвинутое вооружение, та страна и выходила победителем в любой ситуации: будь то нападение или защита. Остаться проигравшей стороной в вооруженном конфликте всегда значило одно: государству предстоит пережить экономический и культурный упадок и забыть на долгое время о планах по развитию. Именно поэтому наиболее развитые страны в нашем мире каждый год инвестируют колоссальные суммы в военные исследования.

Если раньше все действия на поле боя приходилось выполнять людям, то на сегодняшний день существует большое количество методов интеллектуального анализа данных: искусственные нейронные сети, деревья решений, генетические алгоритмы и т.д. Благодаря таким системам некоторые решения, которые требуют быстрого и точного ответа на поставленную задачу, можно переложить на алгоритмы. Одним из примеров служит случай, когда необходимо узнать расположение вражеской артиллерии и единственная информация, которая вам доступна, это по какой траектории движется снаряд.

Целью данной работы является разработка математических моделей, вычислительных алгоритмов и программы для решения обратной задачи внешней баллистики по результатам анализа траекторных измерений.

1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1 Литературный обзор

Внешней баллистикой называется наука о движении снарядов и ракет после вылета их из канала ствола [1]. До этого баллистика изучала только снаряды с постоянной массой. Изучение движения снарядов с переменной массой (ракет) являлось предметом специальных разделов механики (механика тел переменной массы). Но вторая мировая война стала мощным толчком в развитии ракетной техники и с этого момента наука о движении ракет стала неотъемлемой частью баллистики.

Основные задачи внешней баллистики:

- Изучение аэродинамических сил, действующих на снаряд в полете. При этом должна быть найдена форма снаряда, обеспечивающая без существенного ослабления могущества действия его у цели минимальное сопротивление воздуха и, следовательно, максимальную дальность полета [2].
- Изучение траектории движения центра масс снаряда в воздухе – основная задача внешней баллистики. Прямая задача заключается в определении параметров траектории по заданным начальным условиям. Обратная задача – определение начальных условий стрельбы по известным координатам падения снаряда (координаты цели) [3].
- Изучение движения снаряда около центра масс с целью обеспечения устойчивости наряда на траектории.
- Разработка теории поправок, позволяющих учесть влияние на траекторию некоторых известных по величине факторов, меняющихся от выстрела к выстрелу или от стрельбы к стрельбе.
- Изучение рассеивания снарядов под воздействием случайных факторов и влияния этого рассеивания на результаты стрельбы; разработка методики составления таблиц стрельбы.

- Нахождение оптимального решения задач внешней баллистики при заданных тактико-технических требований при проектировании новых видов орудий.

За всю историю становления и развития внешней баллистики как науки было несколько выдающихся ученых, на чьих трудах и построен фундамент этой науки. Одним из таких представителей является русский артиллерист и ученый Н. В. Маиевский. В своей работе [4] он впервые рассмотрел движение в воздухе вращающихся продолговатых снарядов. Аналогичным трудом нашего столетия является книга «Внешняя баллистика», написанная Дмитриевским А.А. и Лысенко Л.Н [5].

В данной работе будет рассматриваться обратная задача внешней баллистики, когда известны координаты цели и необходимо восстановить начальные условия стрельбы. Аналогичная проблема была рассмотрена в работе Королева С.А., Липанова А.М., Русяка И.Г., Тененева В.А. «Разработка подходов к решению обратной задачи внешней баллистики в различных условиях применения» [6].

Для того, чтобы восстановить начальные условия стрельбы по участку траектории, необходимо для начала идентифицировать тип снаряда, чей участок мы зафиксировали. С задачей классификации на сегодняшний день лучше всех справляются искусственные нейронные сети [7]. Они отлично справляются с этим классом задач, но требуют больших затрат по ресурсам и времени на их обучение, ведь чтобы нейронная сеть обучилась, необходимо правильно спроектировать архитектуру, выбрать тип функций активаций и самое главное, необходимо иметь достаточный объем данных, по которому эта нейронная сеть будет обучаться. Как со всем этим справиться описано в трудах Ян Гудфеллоу, Йошуа Бенджио и Аарон Курвилль «Глубокое обучение» [8].

Также необходимо разработать алгоритм, для определения траекторных параметров и из всей доступной информации нам известны координаты полета снаряда. Такой алгоритм требует не только знаний в

области математики и физики, но и достаточных знаний основных структур данных, таких как матрицы и графы, и умения с ними работать [9 - 11].

1.2 История внешней баллистики

Выдающуюся роль в развитии баллистики продолговатых снарядов сыграл русский артиллерист и ученый Н. В. Маиевский (1823—1892), первые научные работы которого были посвящены баллистике сферических снарядов. В 1858—1859 гг. под непосредственным руководством Маиевского проводились сравнительные стрельбы из гладкоствольных и нарезных орудий, выявившие полное преимущество последних. Эти испытания способствовали принятию нарезных орудий на вооружение русской армии. С тех пор вся дальнейшая научная деятельность Маиевского была связана с изучением проблем движения вращающегося артиллерийского. снаряда. Первая его работа по этому вопросу «О влиянии вращательного движения на полет продолговатых снарядов в воздухе», опубликованная в 1865 г., получила широкое признание не только в России, но и за границей. В 1867 г. за эту работу Маиевскому была присуждена большая Михайловская премия (первую такую премию Маиевский получил в 1858 г. за труд «О давлении пороховых газов на стены орудия и о приложении результатов опытов, проведенных на этот предмет в Пруссии, к расчету толщины стен орудий»).

Труды Маиевского были развиты его учеником и преемником по должности профессора кафедры баллистики Михайловской Артиллерийской академии Н. А. Забудским (1853—1917). Забудский первым в мире получил расчетную формулу для определения крутизны нарезов, обеспечивающей устойчивость снаряда в полете, продолжил опыты Маиевского по определению закона сопротивления воздуха, установив этот закон в диапазоне скоростей 700—1000 м/с. В 1895 г. Забудский издал курс «Внешняя баллистика», в котором отразил итоги работ в области баллистики за несколько лет. Большое значение для дальнейшего развития баллистики имела другая его работа «Теория вероятностей и ее применение к стрельбе и пристрелке» (1898), в которой были заложены основы теории поправок.

Опыты по определению силы сопротивления воздуха проводились одновременно во многих странах. В Англии в 1866—1870 гг. велись эксперименты с продолговатыми снарядами калибра 7,62—299 мм в диапазоне скоростей 230—520 м/с. В 1884 г. Хойхель в Голландии производил опыты со снарядами калибра 80—400 мм. В 1879—1896 гг. фирмой Крупп были испытаны снаряды большого удлинения в диапазоне скоростей 150—910 м/с.

В 1896 г. итальянским ученым-артиллеристом Сиаччи были систематизированы все опубликованные к тому времени результаты опытов по определению закона сопротивления воздуха и предложена формула, выражающая этот закон. Функция лобового сопротивления (коэффициент при квадрате скорости) Сиаччи была принята во многих странах, в том числе и в России, и просуществовала без изменений вплоть до 20—30-х годов нашего столетия. Еще раньше, в 1880 г., Сиаччи разработал приближенный аналитический метод решения задачи внешней баллистики для прицельной стрельбы, не потерявший значения до настоящего времени.

Особенно бурное развитие получила внешняя баллистика после Великой Октябрьской Социалистической революции. В 1918 г. решением Советского правительства была создана постоянно действующая комиссия особых артиллерийских опытов (КОСАРТОП). Комиссия обобщала опыт первой мировой войны, определяла перспективы развития артиллерии, изучала физику процессов и уточняла зависимости внешней и внутренней баллистики. В ней плодотворно трудились крупнейшие ученые-артиллеристы В. М. Трофимов (председатель), Н. Ф. Дроздов, Г. П. Киснемский, академики А. Н. Крылов, Н. Е. Жуковский, С. А. Чаплыгин. Руководя работой комиссии, В. М. Трофимов (1865—1926) исследовал и опубликовал актуальные вопросы стрельбы и баллистики, разработал проект пушки для сверхдальней стрельбы

(на дальность более 100 км). Из ранних работ В. М. Трофимова следует отметить труды «О теоретическом определении вероятных отклонений

отдельных траекторий от средней» (1895 г., отмечен малой Михайловской премией) и «Действие шрапнели при стрельбе из трехдюймовой полевой пушки» (1903 г., удостоен премии генерала Рассказова и большой Михайловской премии).

В перечне трудов знаменитого русского теоретика кораблестроения акад. А. Н. Крылова видное место занимают работы по артиллерии. Среди них статья «Об организации управления артиллерийским огнем и опытах для определения меткости судового огня», (1909), исследования по применению индикатора Уатта для записи давления пороховых газов в канале ствола, исследования по колебаниям стволов и др. Однако наиболее значительные работы в области баллистики относятся к периоду деятельности А. Н. Крылова в КОСАРТОПе. В 1920 г. им разработан метод численного решения уравнений внешней и внутренней баллистики, широко применявшийся для составления таблиц стрельбы вплоть до появления быстродействующих ЭВМ. В связи с необходимостью увеличения дальности стрельбы и проектированием сверхдальнобойной артиллерии возникла проблема обеспечения устойчивости

снаряда вблизи вершины траектории, особенно при движении в разреженных слоях атмосферы. При решении этой проблемы А. Н. Крылов применил оригинальный способ составления и интегрирования уравнений движения снаряда около центра масс, впоследствии развитый профессором Б. Н. Окуневым.

Академиками Н. Е. Жуковским и С. А. Чаплыгиным исследовался вопрос о наивыгоднейшей форме снаряда, возникший после первой мировой войны в связи с необходимостью увеличения дальности стрельбы существующих орудий. Он был успешно решен в КОСАРТОПе. Так, дальность стрельбы трехдюймовой полевой пушки благодаря улучшению аэродинамической формы снаряда была увеличена с 8 до 12 км.

Профессор Д. А. Вентцель в основном завершил разработку современной теории поправок. Он же описал движение снаряда около центра

масс с учетом всех составляющих аэродинамических сил и моментов, а также создал теорию движения около центра масс оперенных снарядов. С 1927 г. в Советском Союзе при составлении таблиц стрельбы используют «нормальную атмосферу», предложенную Д. А. Вентцелем на основании статистической обработки метеорологических данных за много лет.

Большой вклад в развитие внешней баллистики внес акад. В. С. Пугачев. Им были решены совместно шесть дифференциальных уравнений, которыми описывается движение снаряда как твердого тела. Были разработаны новые, более совершенные методы численного интегрирования, улучшена методика составления таблиц стрельбы наземной, зенитной артиллерии и стрелкового оружия.

1.3 Основные понятия и определения

Центр масс снаряда описывает в пространстве траекторию в виде параболы. За начальную точку траектории во внешней баллистике принимают точку вылета, под которой понимают положение центра масс снаряда в момент, когда он теряет механическую связь со стволом. В точку вылета помещают начало неподвижной декартовой системы координат $OXYZ$. Горизонтальная плоскость OXZ , проведенная через точку вылета, называется горизонтом орудия, а вертикальная плоскость OXY , проходящая через вектор начальной скорости снаряда, — плоскостью стрельбы. Ось OX называется направлением стрельбы, линия OA , лежащая в плоскости OYX и проходящая через вектор начальной скорости, — линией бросания. Часть траектории от точки вылета O до вершины является восходящей ветвью, часть траектории, лежащая за вершиной, — нисходящей ветвью.

За точку падения C принимают точку пересечения траектории с горизонтом. Величина отклонения снаряда z от плоскости бросания называется деривацией.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ

2.1 Математическая модель внешней баллистики снаряда

Расчет траектории движения снаряда включает решение системы дифференциальных уравнений движения. При этом считается, что снаряд является абсолютно стабилизированным, колебания оси снаряда относительно центра масс отсутствуют. В математической модели также учитывается неоднородность параметров атмосферы по высоте и распределение скорости ветра по степенному закону.

Траектория движения снаряда строится в стартовой системе координат $Ox_c y_c z_c$ связанной с точкой расположения орудия и ориентированной по направлению стрельбы (рисунок 2.1). Координаты центра масс снаряда определяются из решения уравнений [3]:

$$\frac{dx_c}{dt} = V_k \cos \theta \cos \psi, \quad \frac{dy_c}{dt} = V_k \sin \theta, \quad \frac{dz_c}{dt} = -V_k \cos \theta \sin \psi, \quad (2.1)$$

где x_c – дальность в плоскости стрельбы; y_c – высота полета снаряда; z_c – боковое отклонение; θ – угол наклона траектории; ψ – угол направления; V_k – скорость центра масс снаряда.

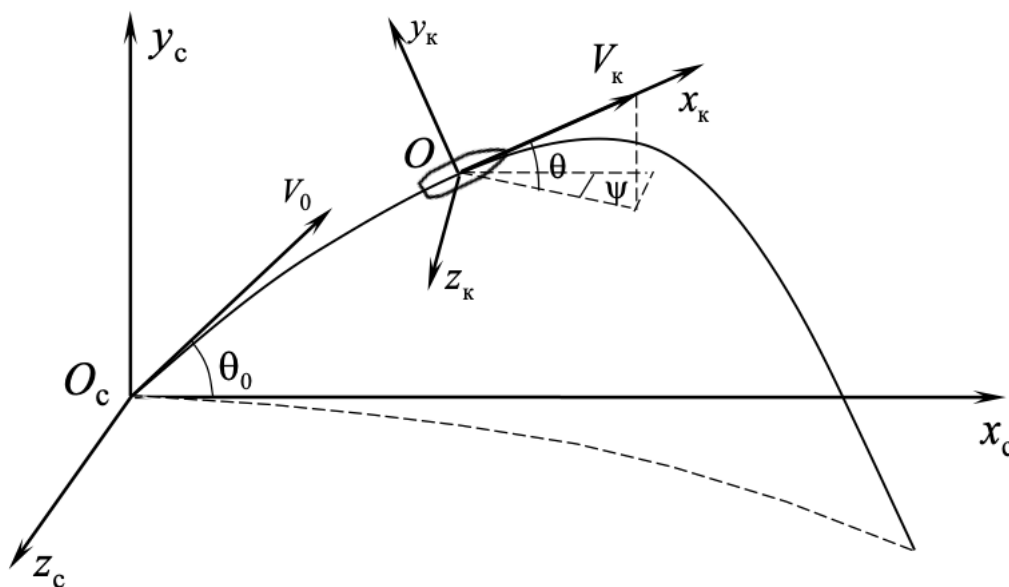


Рисунок. 2.1. Ориентация стартовой ($Ox_c y_c z_c$), и траекторной ($Ox_k y_k z_k$) систем координат

Параметры движения снаряда определяются в траекторной системе координат $Ox_k y_k z_k$, связанной с центром масс снаряда и ориентированной по вектору скорости (рисунок 2.1) [2]:

$$\frac{dV_k}{dt} = -g \sin \theta + \frac{C_{x_k} q S_M}{m} \quad (2.2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{g \cos \theta}{V_k} \quad (2.3)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{f_{z_k}}{m V_k \cos \theta} \quad (2.4)$$

где g – ускорение силы тяжести; C_{x_k} – коэффициент лобового сопротивления; f_{z_k} – коэффициент деривации; q – скоростной напор воздуха;

$S_M = \frac{\pi d^2}{4}$ – площадь миделева сечения снаряда; d – калибр снаряда; m – масса снаряда.

Выражение для скоростного напора воздуха в уравнениях (2.2) - (2.4) имеет вид:

$$q = \frac{a^2 M^2 p(y)}{2RT(y)}, \quad (2.5)$$

где a – скорость звука; M – число Маха; R – удельная газовая постоянная, для воздуха $R = 287,0 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; $p(y)$, $T(y)$ – распределение давления и температуры воздуха по высоте, принимается в виде стандартных распределений для нормальной артиллерийской атмосферы, либо по данным метеоизмерений.

Для нормальной атмосферы можно использовать зависимости [1]:

$$T = T(0) + \alpha y, \quad \frac{p}{p(0)} = \left(\frac{T}{T(0)} \right)^{-\frac{1}{\alpha R}}, \quad y \leq 11000 \text{ м},$$

где $T(0) = 288,15 \text{ К}$ – нормальная наземная температура воздуха; $p(0) = 10^5 \text{ Па}$ – давление воздуха; $\alpha = -0,0065 \text{ град/м}$ – градиент температуры.

Для диапазона высот $11000 \text{ м} < y \leq 25000 \text{ м}$ можно принять изотермические условия:

$$T = 216,66 \text{ К}, \quad \frac{p}{p(y^*)} = \exp\left(\frac{y^* - y}{RT}\right), \quad 11000 < y \leq 25000 \text{ м}$$

где $y^* = 11000 \text{ м}$.

Скорость звука в воздухе равна

$$a = a(0)\sqrt{T(y)/T(0)},$$

где $a(0) = 340,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ – нормальная наземная скорость звука в воздухе.

Число Маха определяется по формуле:

$$M = \frac{V_k + \Delta V_w}{a},$$

где ΔV_w – отклонение модуля скорости снаряда ветром.

Для вращающегося снаряда аксиальная угловая скорость определяется из решения уравнения:

$$\frac{d\omega_x}{dt} = -\frac{m_x q S_M l}{I_x}, \quad (2.6)$$

где m_x – коэффициент аксиального аэродинамического момента; l – длина снаряда; I_x – аксиальный момент инерции.

Коэффициенты составляющих силы сопротивления, входящие в уравнения (1.2) – (1.4) рассчитываются следующим образом [6]:

$$\begin{aligned} C_{x_k} &= C_{x_k}(M) + \Delta C_{x_k}(\varepsilon_w), \\ C_{y_k} &= \Delta C_{y_k}(\varepsilon_w), \\ C_{z_k} &= \Delta C_{z_k}(\varepsilon_w), \end{aligned} \quad (2.7)$$

где $C_{x_k}(M)$ – коэффициент лобового сопротивления (выбирается в соответствии с аппроксимацией закона 1943 г.; закона 1958 г. (см. таблицу 1) [1] или с результатами собственных расчетов задачи внешнего обтекания

[12]); $\Delta C_{x_k}(\varepsilon_w), \Delta C_{y_k}(\varepsilon_w), \Delta C_{z_k}(\varepsilon_w)$ – отклонения коэффициентов составляющих аэродинамической силы, вызываемые ветром.

Таблица 1 – Зависимости коэффициента лобового сопротивления от числа Маха

$$C_x = C_x(M)$$

| M | 0,5 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,5 | 1,75 | 2,0 | 2,5 | 3,0 |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Закон 1943 г. | 0,157 | 0,159 | 0,183 | 0,326 | 0,378 | 0,384 | 0,361 | 0,337 | 0,317 | 0,288 | 0,270 |
| Закон 1958 г. | 0,306 | 0,334 | 0,372 | 0,540 | 0,616 | 0,620 | 0,558 | 0,514 | 0,478 | 0,416 | 0,369 |

Соотношение для вычисления коэффициента деривации, используемого в уравнении (4), имеет вид:

$$f_{z_k} = \frac{I_x \omega_x \dot{\theta}}{l} f_z(M), \quad (2.8)$$

где $f_z(M) = \frac{l^3}{Dh} K_{NM}(M)$ – деривационная функция. Здесь $h = l_{\text{ц}} + 0,57l_{\Gamma} - 0,16D$

– размер плеча момента; $l_{\text{ц}}$ – расстояние от основания головной части до центра масс; l_{Γ} – длина головной части; $K_{NM}(M)$ – эмпирическая функция сопротивления.

Отклонения коэффициентов составляющих аэродинамической силы, вызываемых ветром в уравнениях (2.7), вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta C_{x_k}(\varepsilon_w) &= C_{x_k}(M) [\cos \varepsilon_{w_1} \cos \varepsilon_{w_2} - 1], \\ \Delta C_{y_k}(\varepsilon_w) &= C_{x_k}(M) \sin \varepsilon_{w_2}, \\ \Delta C_{z_k} &= C_{x_k}(M) \sin \varepsilon_{w_1} \cos \varepsilon_{w_2}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где $\varepsilon_{w_1}, \varepsilon_{w_2}$ – составляющие угла сноса ветром.

Синусы данных углов определяются выражениями:

$$\sin \varepsilon_{w_1} = \frac{w_{z_k}}{V \cos \varepsilon_{w_2}}, \quad \sin \varepsilon_{w_2} = -\frac{w_{y_k}}{V},$$

где V – воздушная скорость снаряда, с учетом скорости ветра.

Составляющие скорости ветра по осям траекторной системы координат определяются формулами:

$$\begin{aligned}w_{x_k} &= -w(y)\cos[\alpha_w(y) - (\alpha_{ц} - \psi)]\cos\theta, \\w_{y_k} &= w(y)\cos[\alpha_w(y) - (\alpha_{ц} - \psi)]\sin\theta, \\w_{z_k} &= -w(y)\sin[\alpha_w(y) - (\alpha_{ц} - \psi)].\end{aligned}\tag{2.10}$$

где $\alpha_{ц}$ – дирекционный угол (азимут) цели, отсчитываемый от северного направления по часовой стрелке; $\alpha_w(y)$ – распределение дирекционных углов ветра по высоте; $w(y)$ – распределение скорости ветра по высоте.

Распределение скорости ветра по высоте задается по степенному закону

$$w(y) = w(10)\left(\frac{y}{10}\right)^n,$$

где $w(10)$ – скорость на высоте 10 м; n – показатель степенного закона (в $n = 0,14 - 0,33$ зависимости от типа подстилающей поверхности).

3. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ СТРЕЛЬБЫ ПО УЧАСТКУ ТРАЕКТОРИИ

3.1 Общая постановка задачи

Контрбатарейная борьба является одной из самых важных ситуаций на поле боя, ведь она позволяет подавлять огневые точки противника, в следствии чего повышается эффективность работы артиллерийских войск.

Представим ситуацию, где нам не известны координаты вражеской артиллерии и необходимо по зафиксированному участку траектории определить место выстрела и поразить цель. Вышеизложенное является обратной задачей внешней баллистики, когда известны координаты падения снаряда и необходимо восстановить начальные параметры стрельбы и координаты места выстрела.

Будем рассматривать две системы координат [2]:

- $Ox_3y_3z_3$ – земная система координат;
- $Ox_cy_cz_c$ – стартовая система координат;

В земной системе координат ось x_3 направлена строго на север, ось z_3 строго ей перпендикулярна. В начале земной системы координат находится наблюдатель, который фиксирует участок траектории P_3 полета снаряда с постоянной массой (рисунок 3.1).

Началом стартовой системы координат $Ox_cy_cz_c$ – является место выстрела. Ось x_c направлена строго по направлению выстрела, z_c ей перпендикулярна. Ось Y в обеих системах координат одинакова и выражает собой высоту полета снаряда, т.е. $y_c = y_3$.

Необходимо по зафиксированному участку траектории вычислить траекторные параметры $x_i, y_i, z_i, V_i, \theta_i, \psi_i$ и решить задачу классификации снаряда, восстановить начальные условия стрельбы (V_0, θ_0, ψ_0) и найти координаты места выстрела (x_0, y_0, z_0) в системе координат $Ox_3y_3z_3$

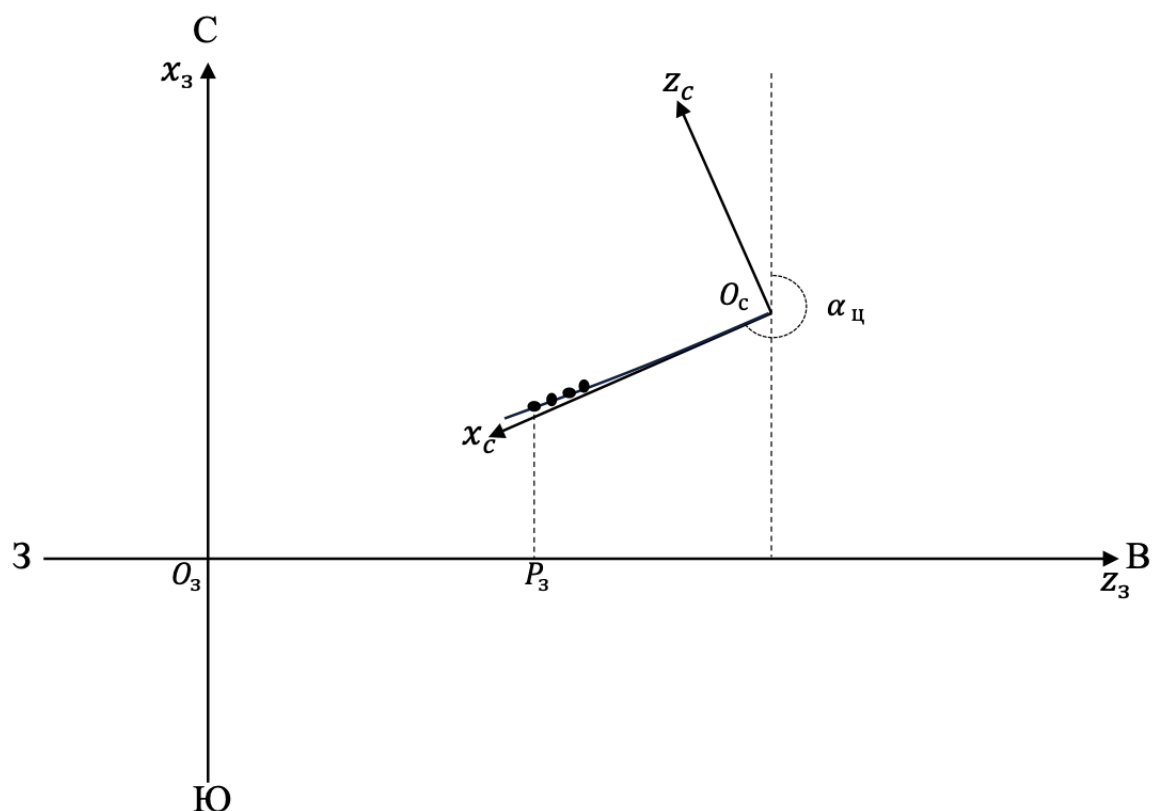


Рисунок 3.1. Земная и стартовые системы координат

3.2 Определение траекторных параметров

Перед нами стоит задача, определить траекторные параметры на зафиксированном участке траектории полета снаряда и из всей доступной информации нам известны только координаты полета снаряда (рисунок 3.1). На основе этих данных необходимо вычислить скорость на данном участке траектории, угол наклона снаряда к горизонту, угол отклонения и с какой скоростью меняется скорость снаряда. Алгоритм определения вышеперечисленных параметров изложен ниже.

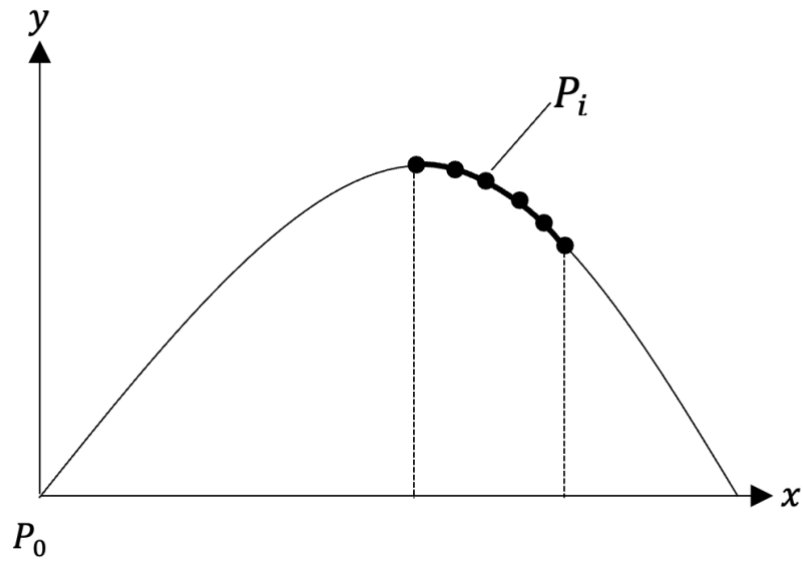


Рисунок 3.2. Зафиксированный участок траектории

На зафиксированном участке траектории $P_i = (x_i, y_i, z_i)$ полета снаряда (рисунок 3.2) определим траекторные параметры $V_i, \left(\frac{dV}{dt}\right)_i, \theta_i, \psi_i$.

Скорость на участке найдем как путь пройденный снарядом за время Δt . Расстояние, которое прошло тело рассчитаем как скалярное произведение трех векторов:

$$V_i = \frac{\sqrt{(y_{i+1} - y_{i-1})^2 + (x_{i+1} - x_{i-1})^2 + (z_{i+1} - z_{i-1})^2}}{\Delta t}. \quad (3.1)$$

Производную скорости найдем по разностной схеме:

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)_i = \frac{V_{i+\frac{1}{2}} - V_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta t}. \quad (3.2)$$

Угол наклона к горизонту равен арктангенсу отношения $\Delta y = y_{z_{i+1}} - y_{z_i}$ и $\overrightarrow{xz} = \sqrt{(z_{i+1} - z_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2}$:

$$\theta_i = \arctg\left(\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}\right). \quad (3.3)$$

Угол направления равен арктангенсу отношения Δz и Δx :

$$\psi_i = \arctg\left(\frac{z_{i+1} - z_i}{x_{i+1} - x_i}\right). \quad (3.4)$$

3.3 Баллистический коэффициент

Критерием подобия в баллистике является баллистический коэффициент. В самом общем случае баллистический коэффициент зависит от геометрической формы объекта, его ориентации относительно набегающего потока и массы. Он определяет скоростные свойства летящих объектов и характеристики их рассеивания (например в случае головных частей баллистических ракет). Смысл его заключается в следующем: разные снаряды, с одинаковым баллистическим коэффициентом и с одинаковыми начальными параметрами выстрела, прилетят в одно и то же место.

Баллистический коэффициент определяется по формуле:

$$C = \frac{i_x d^2}{m} * 1000. \quad (3.5)$$

На зафиксированном участке траектории (рисунок 3.2) баллистический коэффициент будем определять следующим образом: (3.5) присутствует в (2.2), все рассчитанные траекторные параметры рассчитанные по (2.1) – (2.4) подставим в (1.2) и выразим все неизвестные нам величины:

$$\frac{dV_k}{dt} = -g \sin \theta + \frac{C_{x_k} q S_m}{m} \Rightarrow \frac{dV_k}{dt} = -g \sin \theta + \frac{C_{x_k} i_x \rho V^2 \pi d^2}{2 * m * 4}. \quad (3.6)$$

Из (2.6) перенесем все неизвестные нам параметры в левую часть:

$$\frac{i_x d^2}{m} = \left(-\frac{dV_k}{dt} - g \sin \theta \right) * \frac{8}{\rho V^2 \pi C_{x_k}(M)} = C_i. \quad (3.7)$$

Баллистический коэффициент на зафиксированном участке траектории будем определять как:

$$C = \sum_0^n C_i, \quad (3.8)$$

где n – количество точек на зафиксированном участке траектории.

3.4 Искусственные нейронные сети

Попытки разобраться в способности мозга обучаться предпринимались давно. Наиболее плодотворной оказалась модель, рассмотренная Д. Хэббом, который предложил закон обучения, явившийся стартовой точкой для построения алгоритмов обучения искусственных нейронных сетей. Позже Минский, Розенблатт и другие разработали однослойные нейронные сети, которые называли персептронами [7].

Казалось, что ключ к разгадке мыслительного процесса был найден. Но Минский совместно с Пайпертом доказали ряд теорем, из которых следовало, что однослойные сети не могут решить простые задачи, например, реализовать функцию XOR (“Исключающее ИЛИ”). В связи с чем финансирование этих исследований была значительно сокращено. Тем не менее, исследования в этой области продолжили ученые Кохонен, Гроссберг, Андерсон и др. Применение многослойных нейронных сетей позволило решить задачи, которые раньше считались нереализуемыми.

На рисунке 3.3 представлена искусственная нейронная сеть, в которой имеется m входов, 1 выход и 1 нейрон.

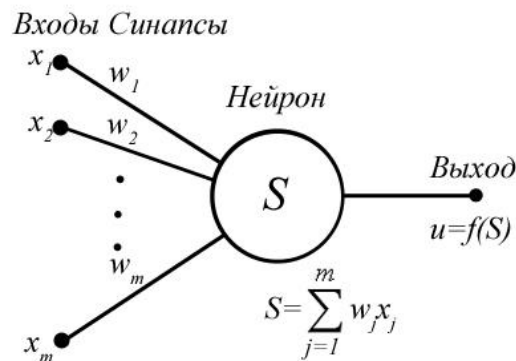


Рисунок 3.3. Искусственный нейрон

Представленный на рисунке 3.3 искусственный нейрон суммирует входящие данные с весовыми коэффициентами w_j :
$$S = \sum_{j=1}^m w_j x_j .$$

На выходе нейрона имеется активационная функция $f(S)$, которая преобразует взвешенную сумму входящего сигнала. Активационная функция может иметь разный вид в зависимости от решаемой задачи. На рисунке 3.4 представлены наиболее распространенные активационные функции: а) функция единичного скачка, б) линейный порог, сигмоид, представленный в виде в) - гиперболического тангенса или г) - логистической функции.

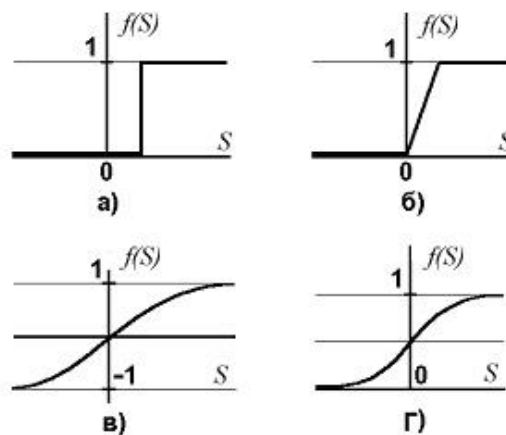


Рисунок 3.4. Виды активационных функций

Из простейшего персептрона (рисунок 3.3) строятся более сложные нейронные сети.

Рассмотрим k -слойную нейронную сеть, с m входами и l выходами (рисунок 3.5). В каждом слое содержится N_p , $p = 1 \dots k$, нейронов.

Добавим в нейронную сеть дополнительные входы - смещения. Будем обозначать их как нулевой вход. Значение нулевых входов всегда равно 1.

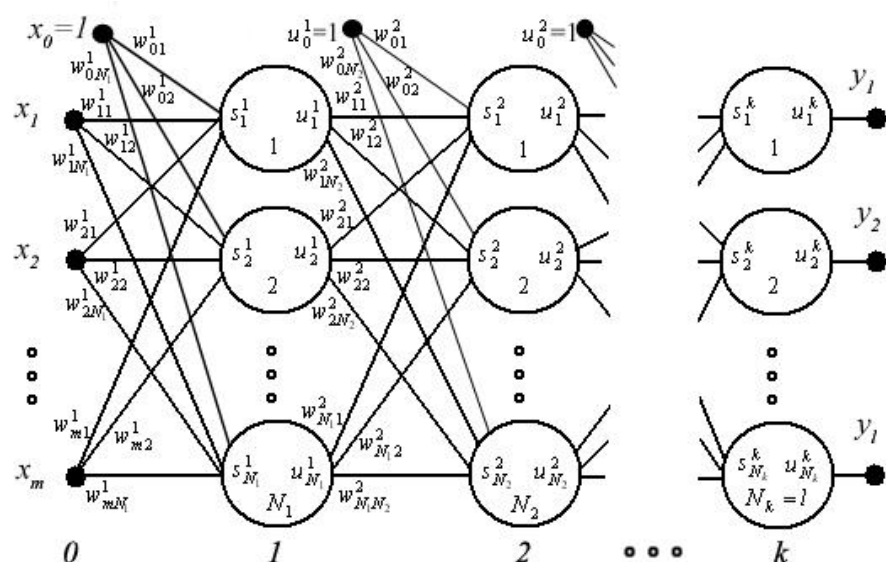


Рисунок 3.5. Многослойная искусственная нейронная сеть

Введем следующее обозначение: w_{ij}^p – весовой коэффициент связи, соединяющий “сигнал”, выходящий из $(p-1)$ -го слоя i -го нейрона и входящий в j -ый нейрон p -го слоя $p = 1, \dots, k$. Для каждого слоя коэффициенты представим в виде матрицы, размером $(N_{p-1} + 1) \times N_p$:

$$W^p = (w_{ij}^p), \quad p = 1, \dots, k.$$

где N_p – количество нейронов p -го слоя ($N_0 = m$).

Дополнительно, к данному способу представления коэффициентов, удобно представить все коэффициенты в виде вектора \vec{w} :

$$\vec{W} = (w_{ij}^p) \quad p = 1..k, \quad i = 0..N_{p-1}, \quad j = 1, \dots, N_p. \quad (3.9)$$

С алгоритмической точки зрения удобно выходные значения нулевого слоя u_j^0 приравнять входящим в нейронную сеть сигналам x_j , при этом $x_0 \equiv 1$:

$$u_j^0 = x_j, \quad j = 0, \dots, m. \quad (3.10)$$

В остальных слоях выходные значения нейронов вычисляются по формуле:

$$u_0^p = 1,$$

$$u_j^p = f(s_j^p) \quad p = 1..k, \quad j = 1, \dots, N_p, \quad (3.11)$$

где $f(\cdot)$ - нелинейная активационная функция.

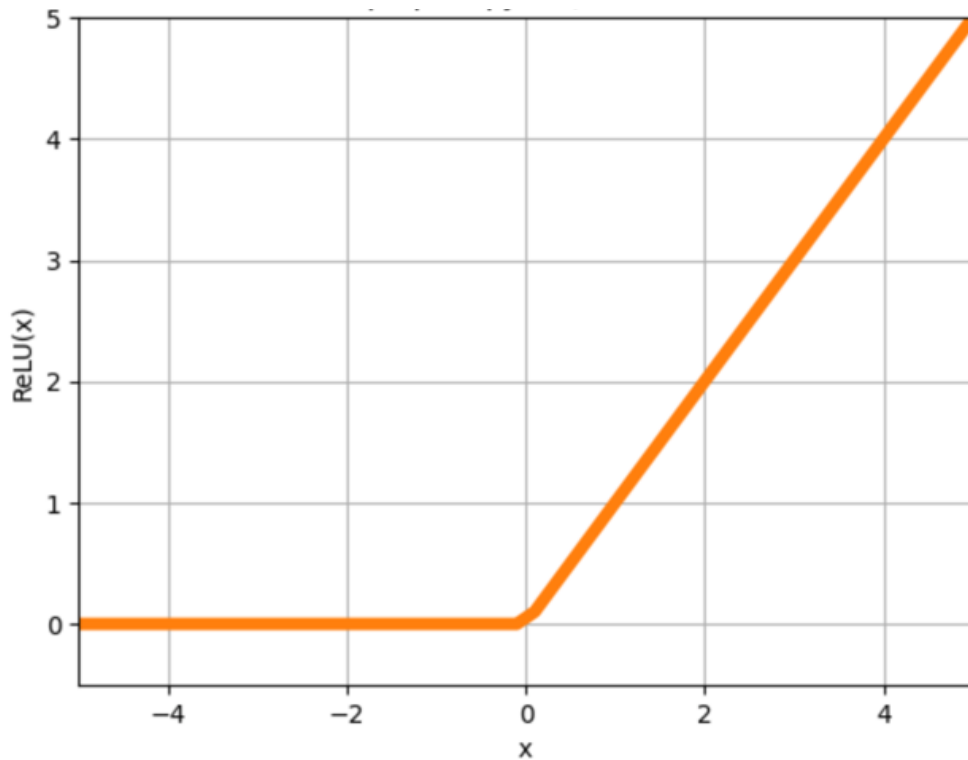


Рисунок 3.6. График функции ReLU

В работе будем использовать нелинейную функцию активации для всех нейронов в первом и скрытых слоях ReLU (рисунок 3.6):

$$ReLU(x) = \max(0, x). \quad (3.12)$$

ReLU имеет несколько преимуществ по сравнению со сигмоидной функцией активации. Во-первых, ReLU более вычислительно эффективна, поскольку она является простой и быстрой операцией, которая не требует вычисления экспоненты. Во-вторых, ReLU решает проблему затухания градиента, так как она не вызывает затухания градиента при обратном распространении ошибки, как это происходит в случае с сигмоидной функцией активации.

В последнем слое будем использовать функцию активации softmax:

$$\text{softmax}(x)_i = \frac{e^{x_i}}{\sum_{k=1}^K e^{x_k}} \quad (3.13)$$

Softmax функция, как правило используемая при решении задачи классификации. То есть, когда необходимо отнести описанный объект к одному из нескольких классов. Результатом работы этой функции является вектор вероятностей.

Входным параметром нейронной сети будет баллистический коэффициент (таблица 1). Выходной параметр - это вектор вероятностей, номер элемента с наибольшей вероятностью является номером снаряда (i -номер класса, n – количество классов в таблице в таблице 3.1).

Таблица 3.1 – Снаряды и их параметры.

| Номер класса | Имя | Калибр | i_x | Масса | C |
|--------------|---------|--------|-------|-------|-------|
| 0 | ОФ29 | 152 | 1,02 | 46,00 | 0,512 |
| 1 | ОФ-462 | 122 | 1,10 | 21,78 | 0,752 |
| 2 | ОФ-506 | 125 | 1,50 | 36,00 | 0,651 |
| 3 | БР-540Б | 152 | 1,15 | 48,96 | 0,543 |
| 4 | ПБ-35 | 152 | 1,10 | 51,07 | 0,498 |
| 5 | Г-545 | 152 | 1,10 | 56,00 | 0,454 |
| 6 | О-530А | 152 | 1,10 | 40,00 | 0,635 |

3.5 Численный метод Рунге-Кутты

Система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, представленная уравнениями (2.1) - (2.6), записывается в виде обобщенного уравнения:

$$\frac{dF_i(t)}{dt} = f_i(t, F_1, \dots, F_N). \quad (3.14)$$

В качестве базового метода решения уравнения (3.14) использовался метод Рунге-Кутты четвертого порядка аппроксимации с заданной величиной шага интегрирования по времени:

$$F_i(t + \Delta t) = F_i(t) + \frac{\Delta t}{6} (k_{1,i} + 2k_{2,i} + 2k_{3,i} + k_{4,i}), \quad (3.15)$$

где

$$k_{1,i} = f_i(t, F_i(t)),$$

$$k_{2,i} = f_i\left(t + \frac{\Delta t}{2}, F_i(t) + \frac{k_{1,i}}{2}\right),$$

$$k_{3,i} = f_i\left(t + \frac{\Delta t}{2}, F_i(t) + \frac{k_{2,i}}{2}\right),$$

$$k_{4,i} = f_i(t + \Delta t, F_i(t) + k_{3,i}).$$

Алгоритм решения системы дифференциальных уравнений (3.14) можно представить в виде блок-схемы (рисунок 3.7).

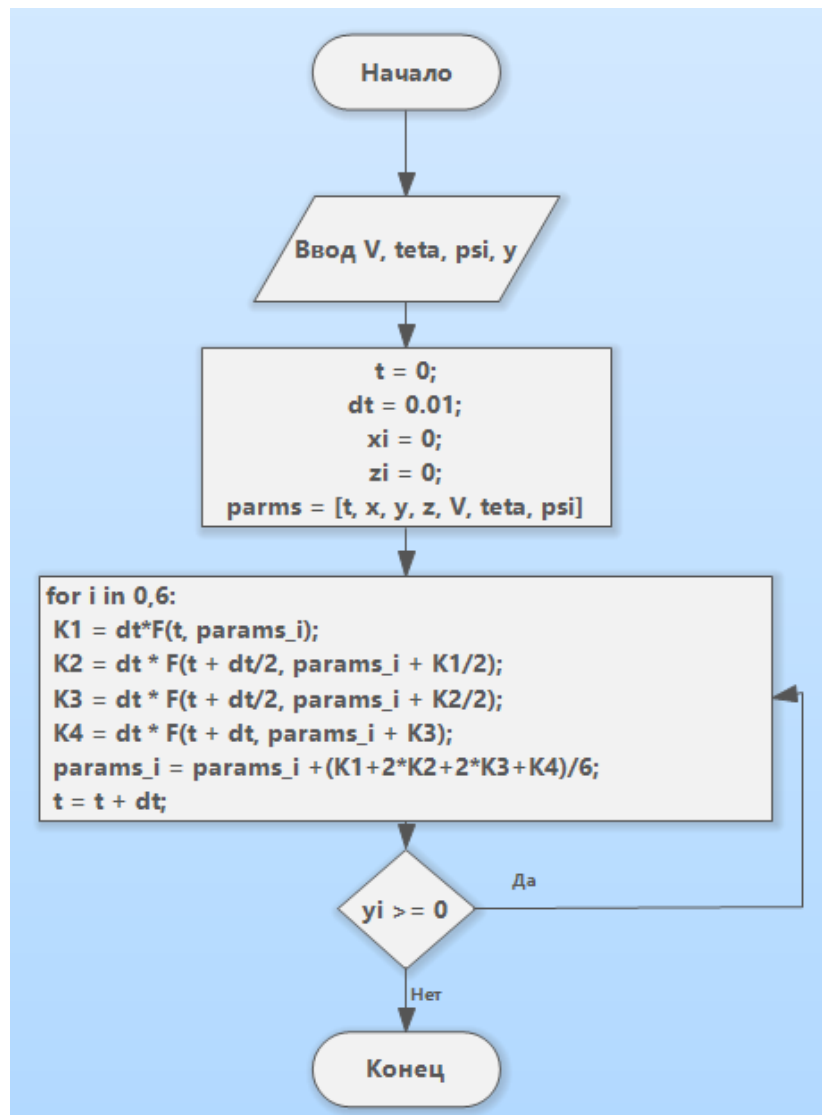


Рисунок 3.7. Блок-схема метода Рунге-Кутты 4 – ого порядка

3.6 Преобразование координат

В полученном решении из численного метода Рунге-Кутты четвертого порядка (рисунок 3.7) будут координаты места выстрела в стартовой системе координат (рисунок 3.1). Для того, чтобы узнать место выстрела относительно точки наблюдения, т.е. точку O_3 , необходимо полученные результаты перевести в земную систему координат.

Известная нам информация: координаты участка траектории в земной системе координат и координаты места выстрела в стартовой системе координат. Определим угол наклона оси X в стартовой системе координат относительно оси X в земной системе координат следующим образом:

$$\alpha_u = \arctg\left(\frac{z_u - z_0}{x_u - x_0}\right) \quad (3.15)$$

где z_u, x_u – конец зафиксированной траектории, z_0, x_0 – начало зафиксированной траектории.

Тогда координаты места выстрела относительно точки наблюдения в земной системе координат определяются следующим образом:

$$\begin{cases} x_{zu} = x_{c0} \cos \alpha_u - z_{c0} \sin \alpha_u + x_0 \\ z_{zu} = x_{c0} \sin \alpha_u - z_{c0} \cos \alpha_u + z_0 \end{cases} \quad (3.16)$$

где x_{c0}, z_{c0} – координаты места выстрела в стартовой системе координат; x_{zu}, z_{zu} – искомые координаты места выстрела в земной системе координат.

3.7 Проектирование и реализация программного комплекса

Программный комплекс реализован с помощью языка программирования Python. Этот язык был выбран в силу того, что он является основным языком в большинстве операционных систем (присутствует по умолчанию). Также Python достаточно прост и интуитивно понятен, что облегчает и ускоряет процесс написания программ [30, 31].

Графический интерфейс был создан с помощью библиотеки PyQt. Эта библиотека поддерживается всеми актуальными операционными системами, что позволяет запустить написанную программу в любой ОС [32].

Сочетание перечисленных выше технологий при разработке программного комплекса позволило создать универсальную программу, которая может быть запущена на любой электронной вычислительной машине, которая поддерживает современные стандарты графического интерфейса.

Блок-схема самого программного комплекса представлена на рисунке 3.8. Программа была спланирована так, чтобы исследователь мог не отвлекаясь на посторонние вещи проводить исследование над участком траектории полета снаряда.

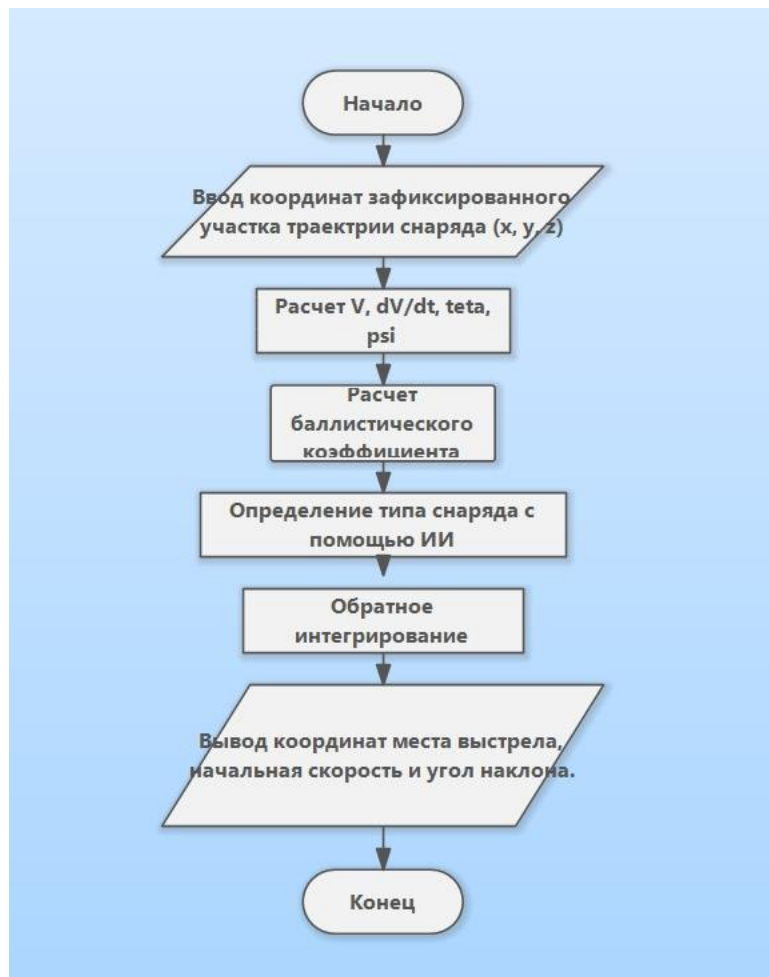


Рисунок 3.8. Блок-схема работы программы

Программный комплекс работает следующим образом: сначала пользователь вводит в программу участок траектории зафиксированный в земной системе координат в формате <имя_файла>.json. Далее на зафиксированном участке вычисляются траекторные параметры и рассчитывается среднее значение баллистического коэффициента и решается задача классификации типа снаряда с помощью искусственной нейронной сети. После этого с помощью численного метода интегрирования Рунге-Кутты 4 – ого порядка восстанавливаются начальные параметры выстрела и вычисляются координаты места выстрела. Основное окно программы изображено на рисунке 3.9.

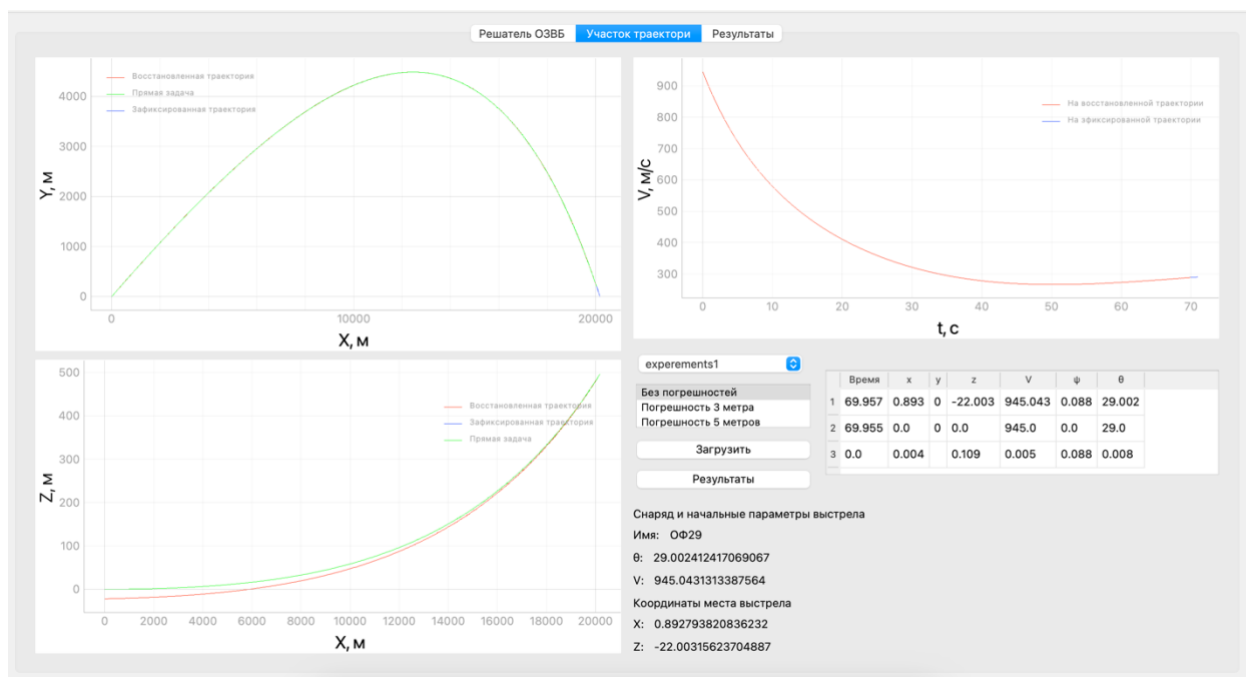


Рисунок 3.9. Окно программы для восстановления начальных условий стрельбы

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

4.1 Результаты работы программного комплекса при зафиксированной без погрешностей траектории

Зафиксируем без погрешностей траекторию снаряда ОФ29 с начальными параметрами из таблицы 4.1.

На рисунке 4.1 представлен результат восстановления начальных условий по зафиксированному участку траектории.

Таблица 4.1 – Начальные условия стрельбы

| Параметр | X , м | Y , м | Z , м | V , м/с | ψ , град. | θ , град. |
|----------|---------|---------|---------|-----------|----------------|------------------|
| Значение | 0 | 0 | 0 | 945 | 0.0 | 29 |

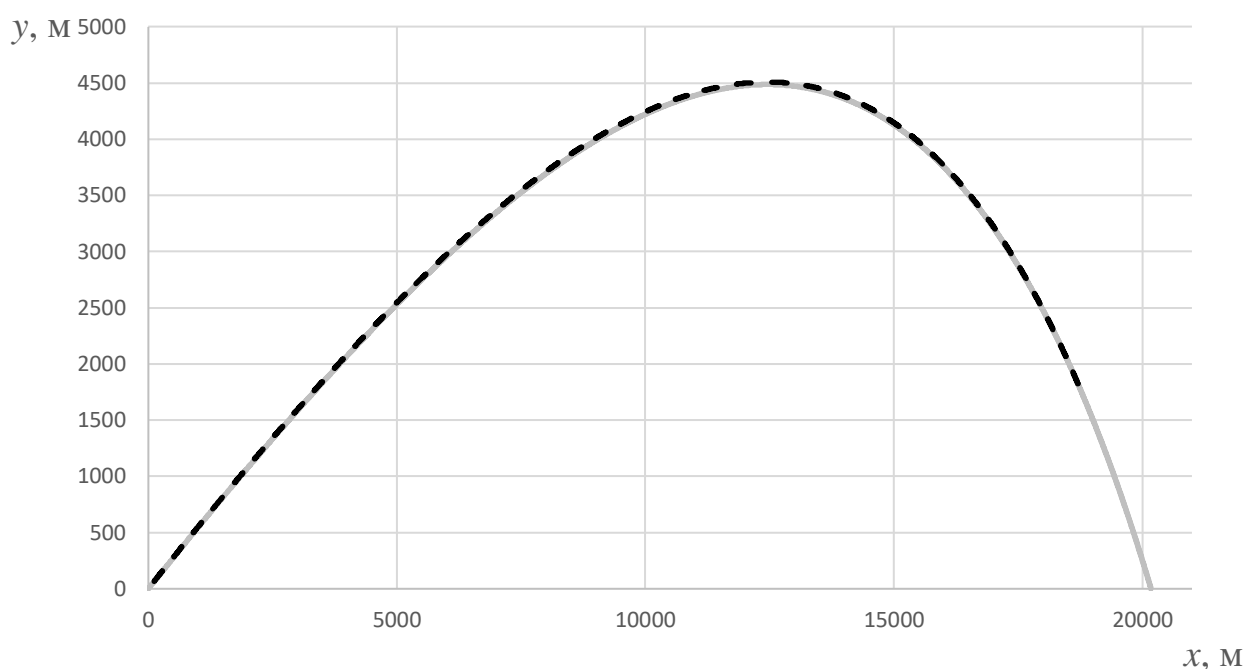


Рисунок 4.1. Траектория полета снаряда в плоскости XY при зафиксированной траектории без погрешностей

В результате видно, что визуально траектория, которую построили путем решения прямой задачи баллистики, не отличается от восстановленной траектории.

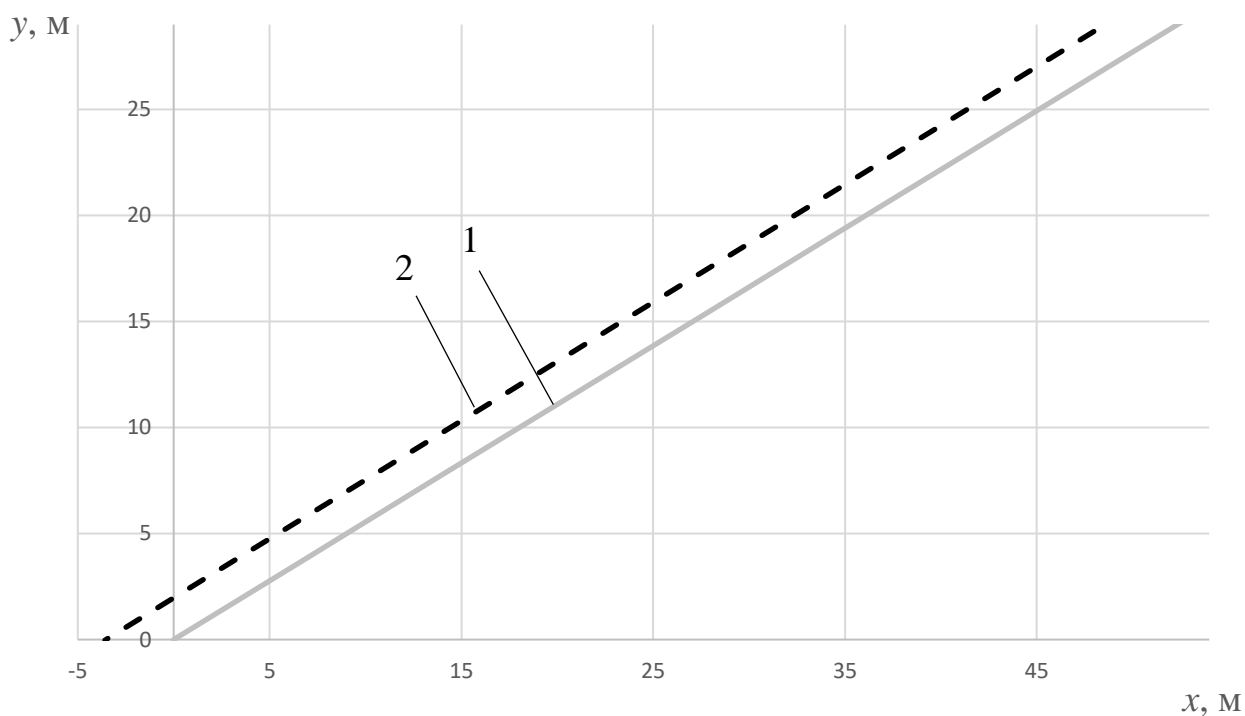


Рисунок 4.2. Участок траектории в месте выстрела: 1 – исходная траектория, 2 – восстановленная траектория

При приближении к участку траектории, откуда был совершен выстрел видно, что есть несущественное отклонение и оно составило -3,584 м в меньшую сторону. Это отклонение можно объяснить тем, что используемый при вычислении систем дифференциальных уравнений (2.1–2.4) численный метод Рунге-Кутты имеет погрешность четвертого порядка $\Theta = \frac{|y_{i,h} - y_{i,2h}|}{2^p - 1}$.

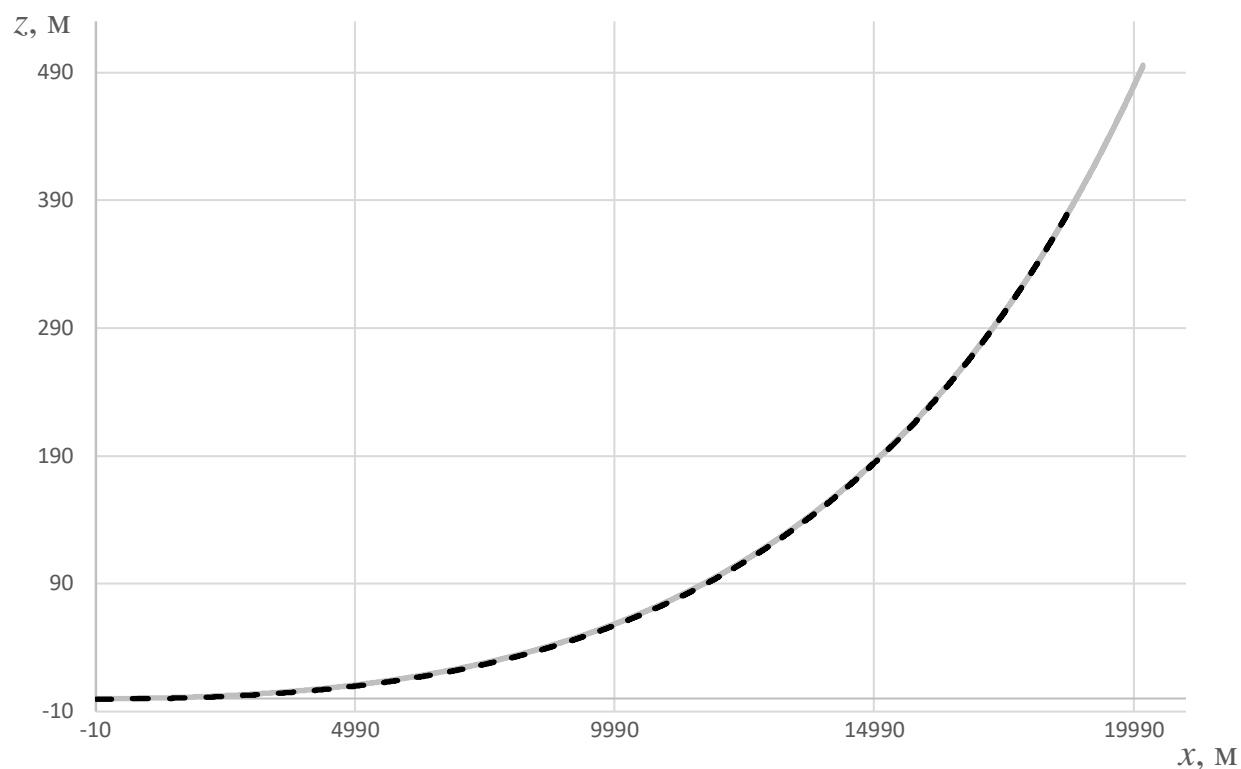


Рисунок 4.3. Траектория полета снаряда в плоскости XZ при зафиксированной траектории без погрешностей

На рисунке 4.3 представлена траектория полета снаряда в плоскости XZ . По данному рисунку не видно разницы между траекторией, полученной в результате работы алгоритма и траекторией полученной в результате решения прямой задачи внешней баллистики. Рассмотрим приближенный участок траектории около места выстрела.

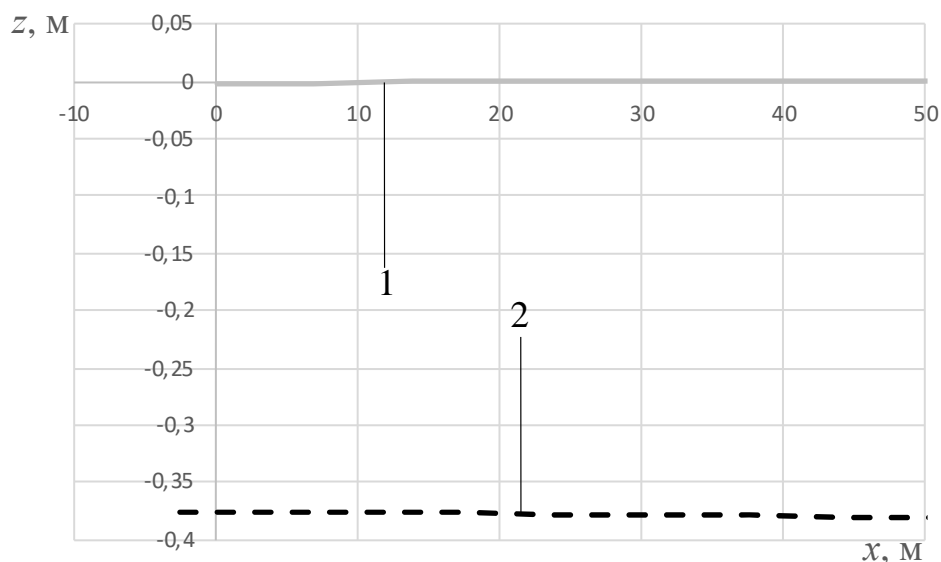


Рисунок 4.4. Участок траектории в месте выстрела: 1 – исходная траектория, 2 – восстановленная траектория

Из рисунка 4.4 видно, что имеется небольшое отклонение от исходных координат и по оси Z отклонение составило $-0,375$ м.

Для удобства вынесем все полученные результаты в таблицу (таблица 4.2) и проанализируем их.

Таблица 4.2 – Исходные данные и результат работы алгоритма

| Параметр | X , м | Y , м | Z , м | V , м/с | ψ , град. | θ , град. |
|--------------------------|---------|---------|---------|-----------|----------------|------------------|
| Начальное значение | 0 | 0 | 0 | 945 | 0.0 | 29 |
| Восстановленное значение | -3.584 | 0 | -0,375 | 944.754 | 0.08 | 29.127 |
| Погрешность, % | 0.018% | 0% | 0.076% | 0.026% | 8.477% | 0.436% |

Из таблицы 4.2 видно, что удалось восстановить начальные условия стрельбы и координаты места выстрела с незначительной погрешностью.

4.2 Результаты работы программного комплекса при зафиксированной с погрешностями траектории

Так как в реальных условиях практически невозможно зафиксировать координаты траектории полета снаряда без погрешностей, то будем

рассматривать случаи, когда погрешность фиксирования координат не превышает 3, 5 и 10 метров.

Рассмотрим случай, когда мы фиксировали координаты траектории полета снаряда с погрешностью в пределах 3 метров. При таких условиях зафиксированный участок траектории полета снаряда будет выглядеть, как представлено на рисунке 4.5.

Начальные условия выстрела указаны в таблице 4.1.

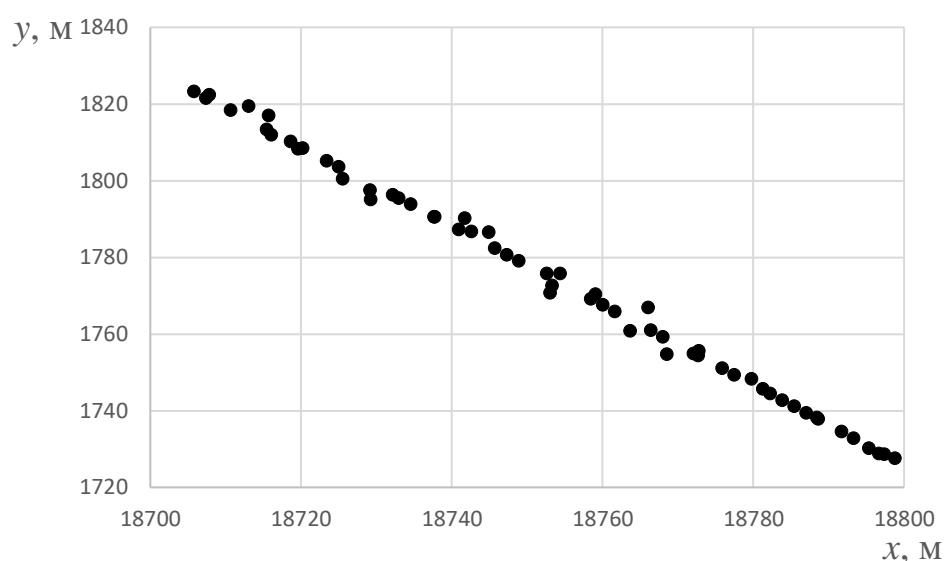


Рисунок 4.5. Участок зафиксированной траектории с погрешностью до 3 метров в плоскости XY

Для того, чтобы корректно рассчитать траекторные параметры на зафиксированном участке, необходимо устранить случайные ошибки измерений. Этого можно добиться, если аппроксимировать участок траектории с погрешностями, путем построения уравнения регрессии 3 – ого порядка. Результат представлен на рисунке 4.6.

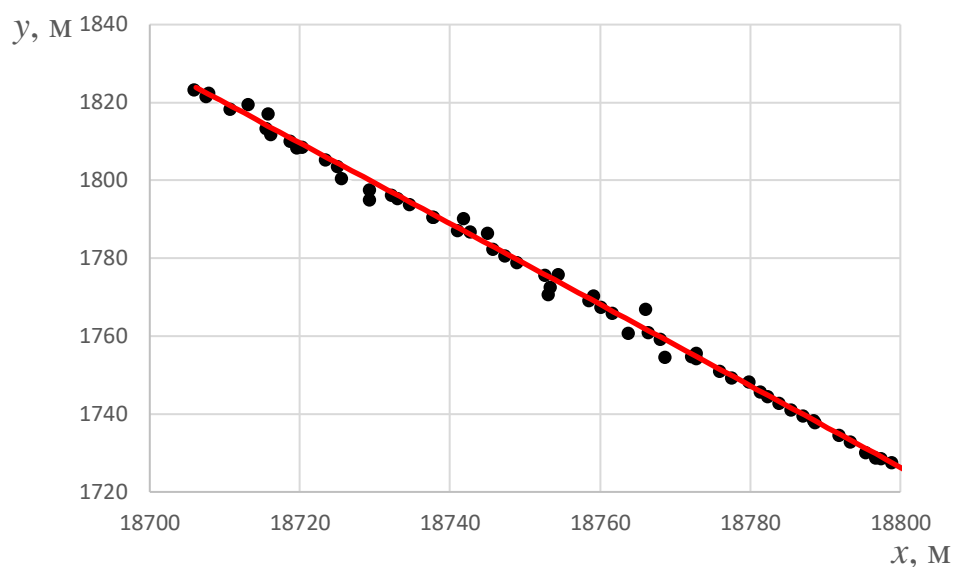


Рисунок 4.6. Участок траектории с погрешностью 3 м. и интерполированный участок траектории

После того, как получилось восстановить участок траектории, найдем траекторные параметры и восстановим начальные условия стрельбы с помощью метода обратного интегрирования.

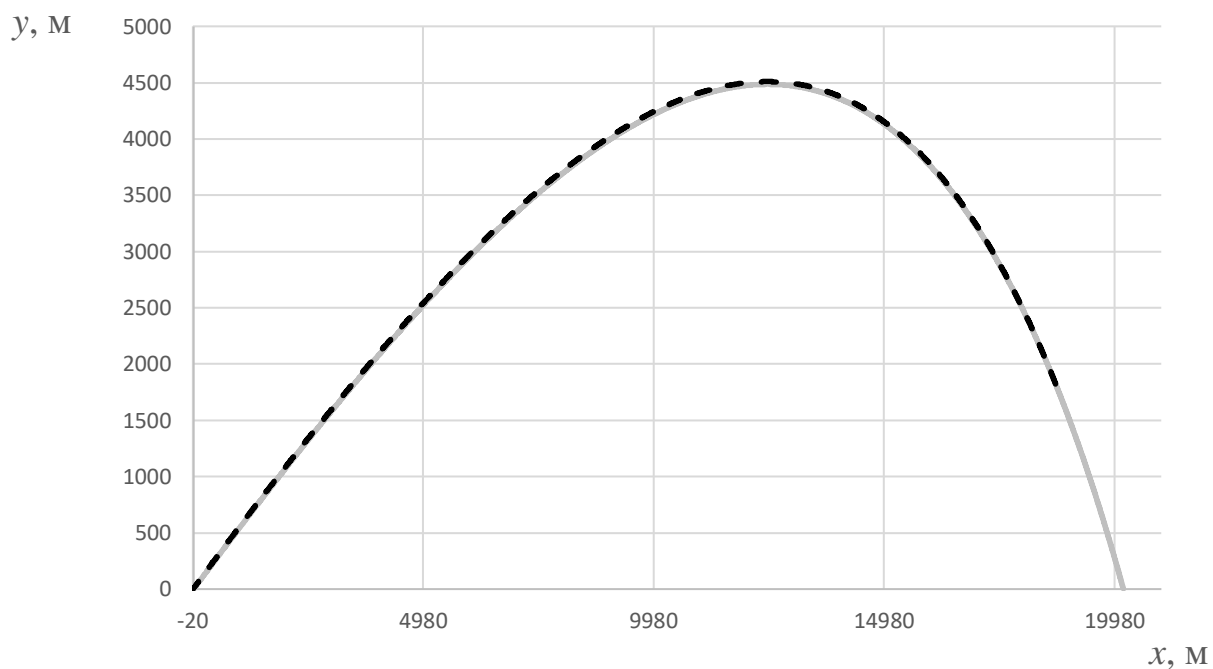


Рисунок 4.7. Траектория полета снаряда в плоскости ХУ при зафиксированной траектории с погрешностью до 3 метров

На рисунке 4.7 представлена восстановленная траектория полета снаряда в плоскости XY , полученная в результате работы алгоритма. Визуально, отклонений траектории полученный в результате работы алгоритма от траектории полученной в результате решения прямой задачи баллистики с начальными условиями стрельбы из таблицы 4.1 нет. Увеличим масштаб и рассмотрим график около точки, из которой был сделан выстрел.

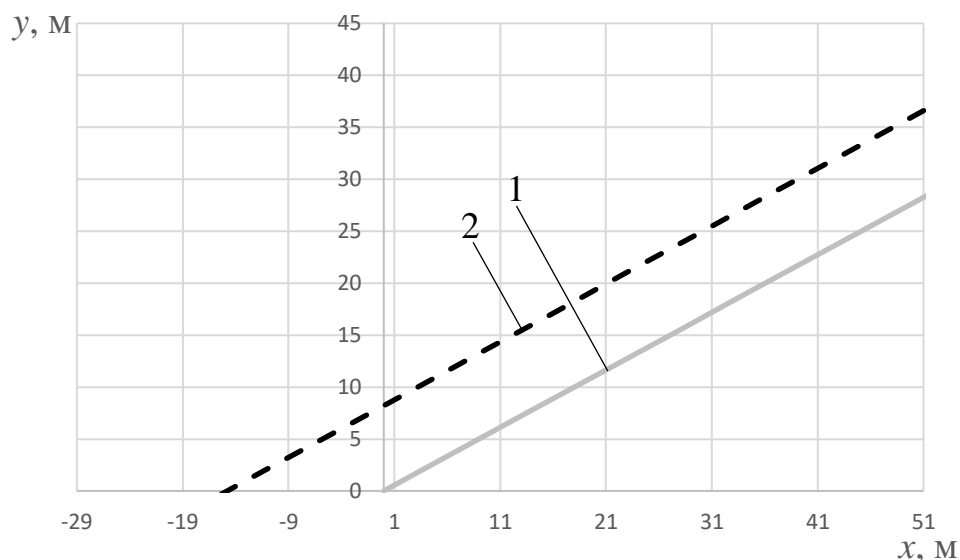


Рисунок 4.7. Приближенный участок траектории в месте выстрела: 1 – исходная траектория, 2 – восстановленная траектория

На рисунке 4.7 видно, что есть отклонение траектории, полученной в результате работы алгоритма от исходной траектории, и оно составило – 18,277 м, что составляет 0,091% от дальности полета снаряда и считается незначительным. Рассмотрим результат работы алгоритма в плоскости XZ .

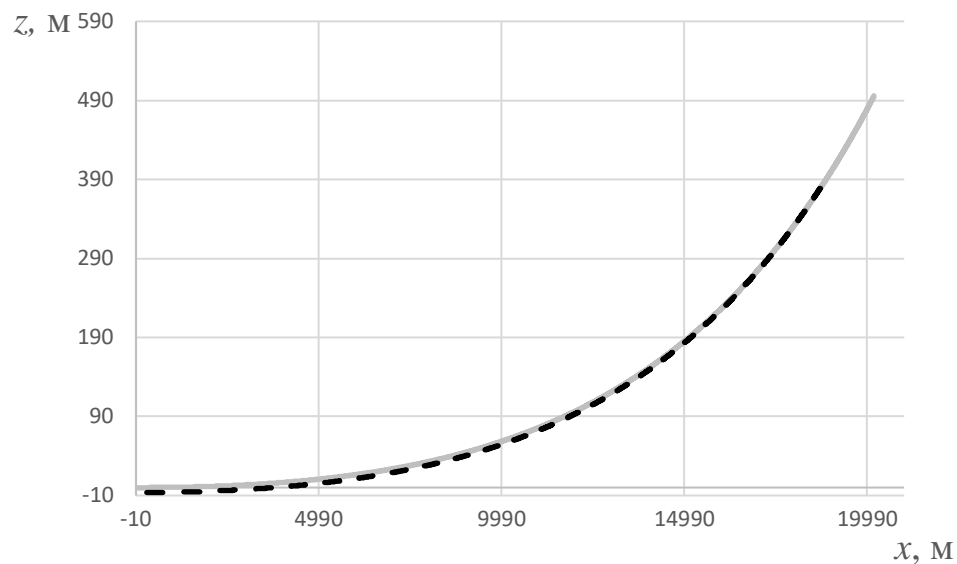


Рисунок 4.8. Траектория полета снаряда в плоскости XZ при погрешности 3 м

На рисунке 4.8 изображена восстановленная траектория полета снаряда в плоскости XZ . Визуально отличий восстановленной траектории от исходной не наблюдается. Оценим отклонение траекторий в месте выстрела.

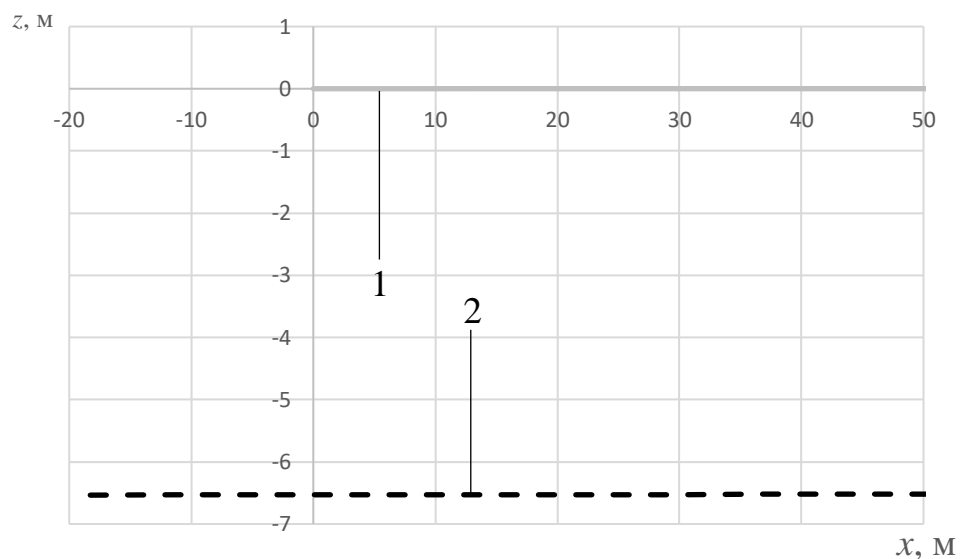


Рисунок 4.9. Приближенный участок траектории в месте выстрела 1 – исходная траектория, 2 – восстановленная траектория

Из рисунка 4.9 видно, что есть отклонение исходной траектории от траектории, полученной в результате работы алгоритма и это отклонение составило -18,277 м. Если сравнить результат работы алгоритма при

зафиксированной траектории с погрешностью 3 м и без погрешности (рисунок 4.9 и рисунок 4.4), то видно, что результат стал хуже.

Для удобства вынесем все ключевые результаты в таблицу (таблица 4.3) и проанализируем их.

Таблица 4.3 – Исходные данные и результат работы алгоритма при погрешности 3 м

| Параметр | X, м | Y, м | Z, м | V, М/с | ψ , град. | θ , град. |
|--------------------------|---------|------|--------|---------|----------------|------------------|
| Начальное значение | 0 | 0 | 0 | 945 | 0.0 | 29 |
| Восстановленное значение | -18,277 | 0 | -6,536 | 945.798 | 0.079 | 29.12 |
| Погрешность, % | 0.091% | 0% | 1.318% | 0.084% | 7.644% | 0.415% |

Как видно из таблицы, что если фиксировать траекторию полета снаряда с погрешностью до трех метров, то в результате получим значения начальных координат стрельбы -18,277 м, что составляет 0.091% от дальности и является не существенным. Отклонение полученных в результате работы алгоритма начальных условий стрельбы от исходных значений можно объяснить тем, что при аппроксимации зафиксированной траектории появляются отклонения от исходной траектории, что приводит к разнице в скорости и углах наклона между истинными значениями и вычисленными на участке траектории. Координаты места выстрела были получены с допустимым отклонением от истинных значений.

Проверим точность работы алгоритма, при зафиксированной траектории с погрешностью 5 метров.

Фиксировать траекторию будем у снаряда ОФ29, с начальными условиями стрельбы, указанными в таблице 4.1. Участок получившейся траектории представлен на рисунке 4.10.

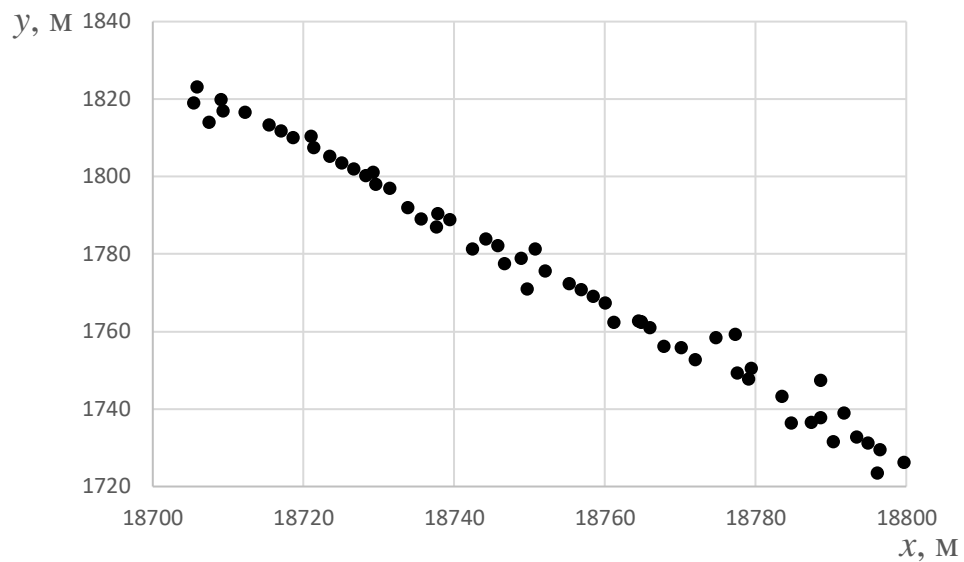


Рисунок 4.10. Участок зафиксированной траектории с погрешностью до 5 метров в плоскости XY

На рисунке 4.10 представлена траектория, которую получили в ходе фиксирования координат полета снаряда, с погрешностью 5 метров.

Построим уравнение регрессии и восстановим траекторию полета снаряда (рисунок 4.11).

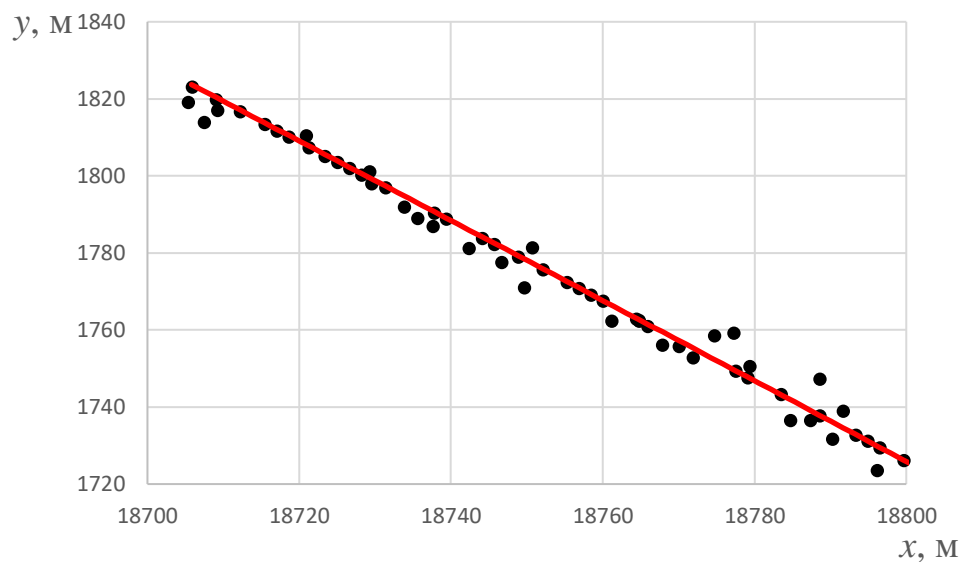


Рисунок 4.11. Участок траектории с погрешностью 5 м и интерполированный участок траектории

По восстановленной траектории найдем траекторные параметры и восстановим начальные условия стрельбы.

На рисунке 4.12 визуально отличий исходной траектории от траектории, полученной в результате работы алгоритма нет. Для того, чтобы оценить работу алгоритма, рассмотрим участок траектории полета снаряда в месте выстрела и сравним его со случаем, когда погрешность была до 3 метров.

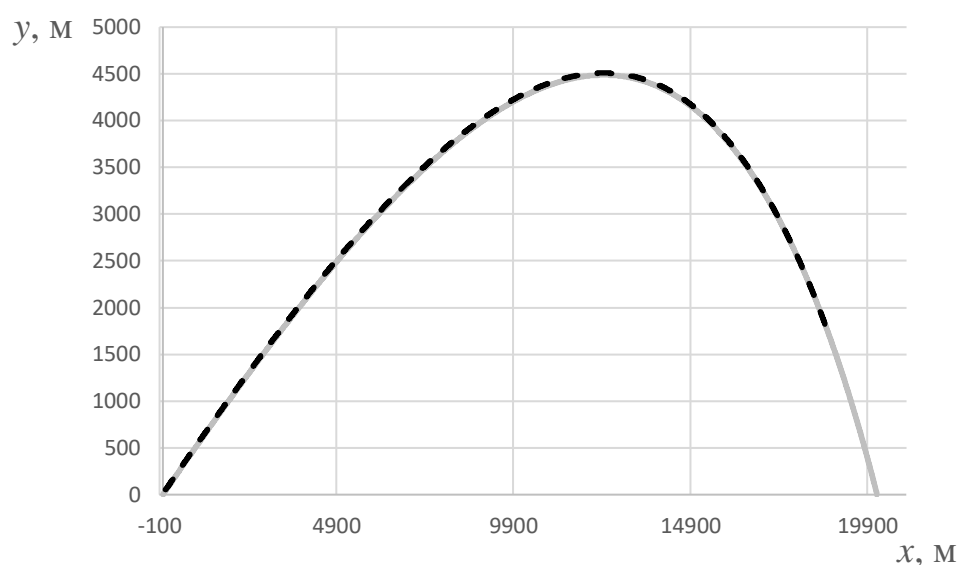


Рисунок 4.12. Траектория полета снаряда в плоскости XY при зафиксированной с погрешностью 5 метров траектории

На рисунке 4.13 видно, что есть отклонение исходной траектории, полученной в результате работы алгоритма от исходной траектории и это отклонение составило -23,535 м, что составляет 0.117% от дальности полета.

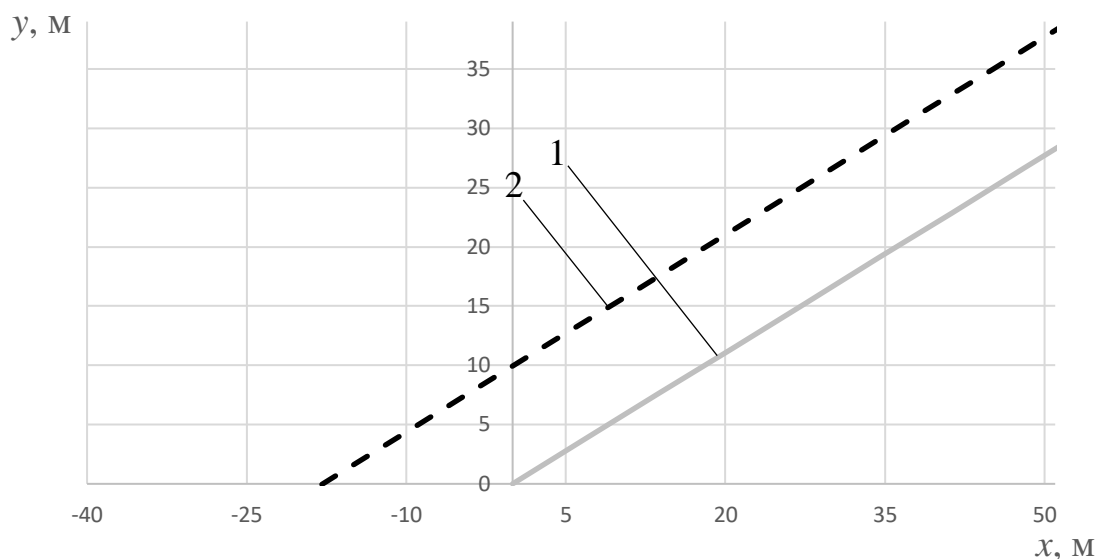


Рисунок 4.13. Приблизженный участок траектории в месте выстрела: 1 – исходная траектория, 2 – восстановленная траектория

Рассмотрим, насколько отличается траектория в плоскости XZ , в сравнении с изначальной траекторией. На рисунке 4.14 изображена траектория полета снаряда в плоскости XZ . Визуально траектория, которую получили в ходе работы алгоритма, отличается от траектории которую получили в результате решения прямой задачи баллистики.

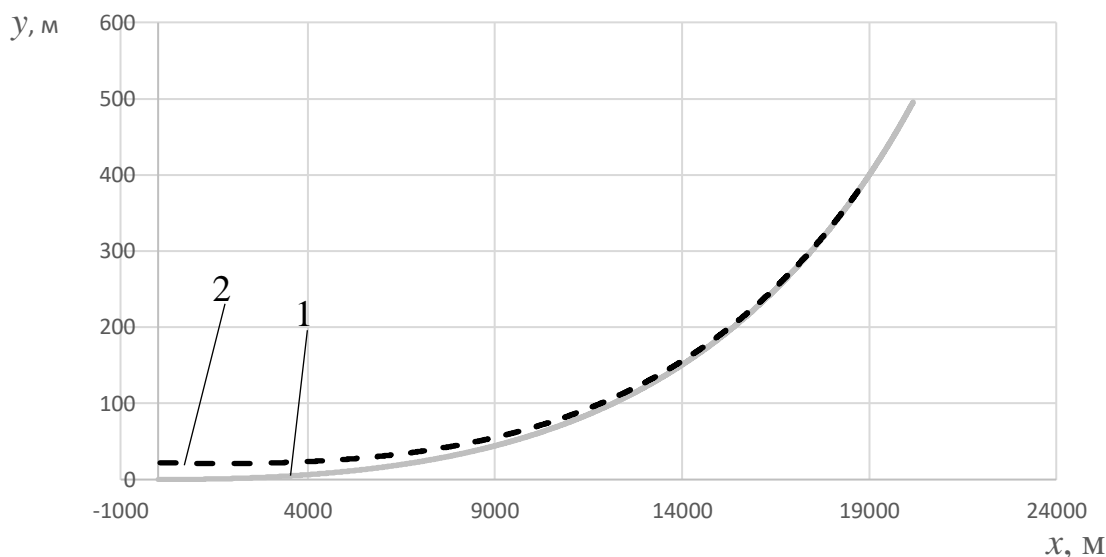


Рисунок 4.14. Траектория полета снаряда в плоскости XZ при зафиксированной с погрешностью 5 м траектории: 1 – исходная траектория, 2 – восстановленная траектория

Перенесем все полученные в результате работы алгоритма в таблицу.

Таблица 4.4 – Исходные данные и результат работы алгоритма при погрешности 5 м.

| Параметр | X, м | Y, м | Z, м | V, М/с | ψ , град. | θ , град. |
|--------------------------|---------|------|--------|---------|----------------|------------------|
| Начальное значение | 0 | 0 | 0 | 945 | 0.0 | 29 |
| Восстановленное значение | -23.535 | 0 | 22.38 | 946.286 | 0.08 | 29.103 |
| Погрешность, % | 0.117% | 0% | 4.515% | 0.136% | 8.477% | 0.356% |

В результате видно, что погрешность все еще находится на допустимом уровне и результаты значительно не отличаются от случая с погрешностью 3 метра (таблица 4.3).

Проверим результаты работы алгоритма при погрешности 10 метров. Для этого смоделируем полет снаряда ОФ29 с начальными параметрами из таблицы 4.1 и сравним полученные результаты с предыдущими случаями.

Рассмотрим зафиксированную с погрешностью 10 метров траекторию полета снаряда (рисунок 4.15).

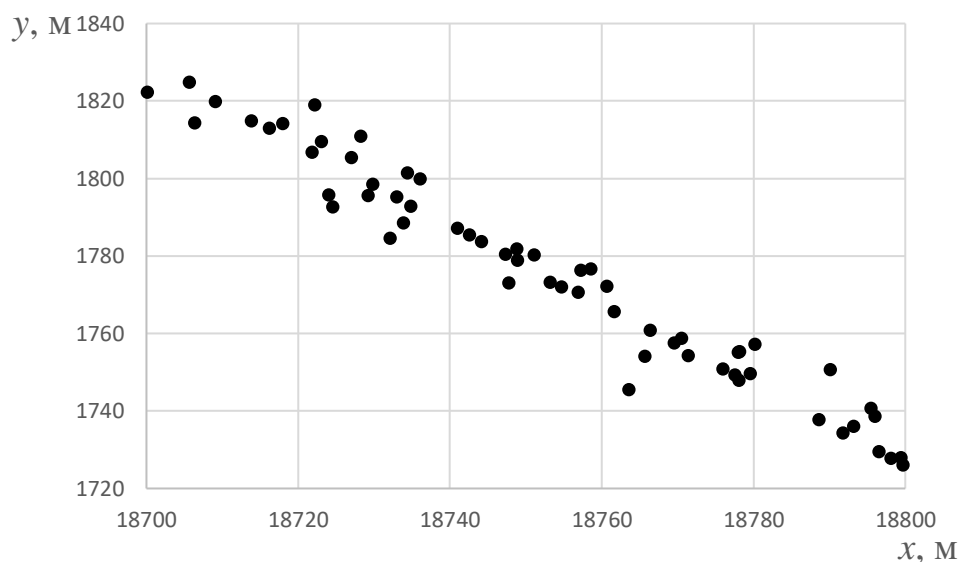


Рисунок 4.15. Зафиксированная траектория полета снаряда с погрешностью 10 метров

Построим регрессионное уравнение 3 – ого порядка для данного участка траектории и оценим результат (рисунок 4.16).

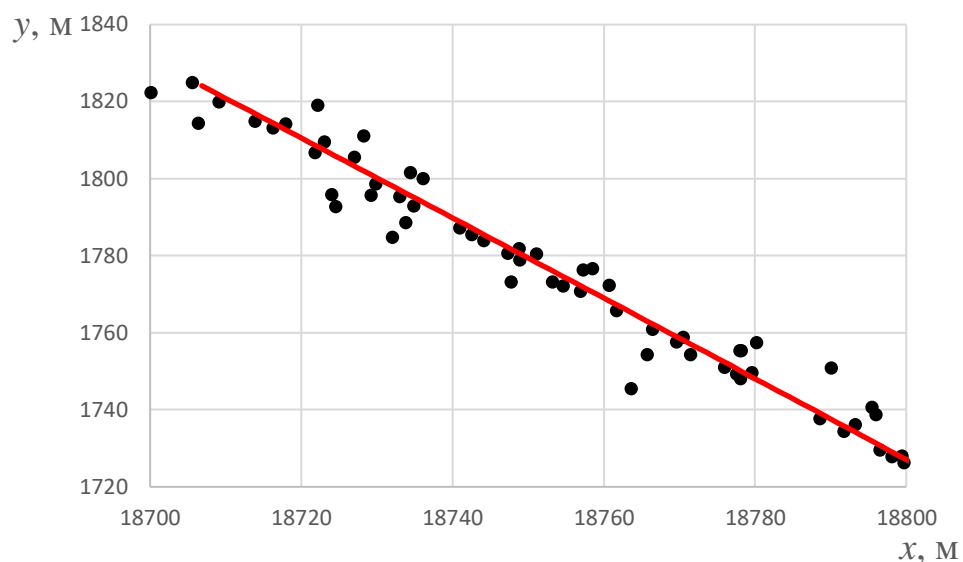


Рисунок 4.16. Результат аппроксимации зафиксированной траектории

На рисунке 4.16 видно, что отклонение траектории, полученной путем аппроксимации зафиксированного участка траектории с погрешностью 10 метров, от исходной траектории полета снаряда несущественно. Оценим результат работы алгоритма при зафиксированной с погрешностью 10 метров траектории (рисунок 4.17).

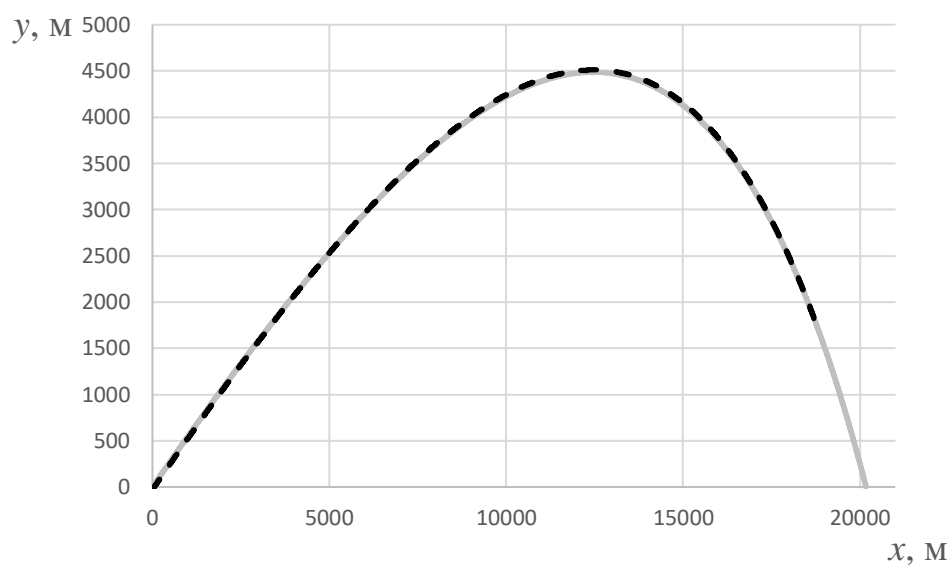


Рисунок 4.17. Траектория полета снаряда в плоскости XY при зафиксированной с погрешностью 10 метров траектории

Из рисунка 4.17 не видно, есть ли отличия результата работы алгоритма от исходных начальных условий стрельбы. Рассмотрим траекторию около места выстрела (рисунок 4.18).

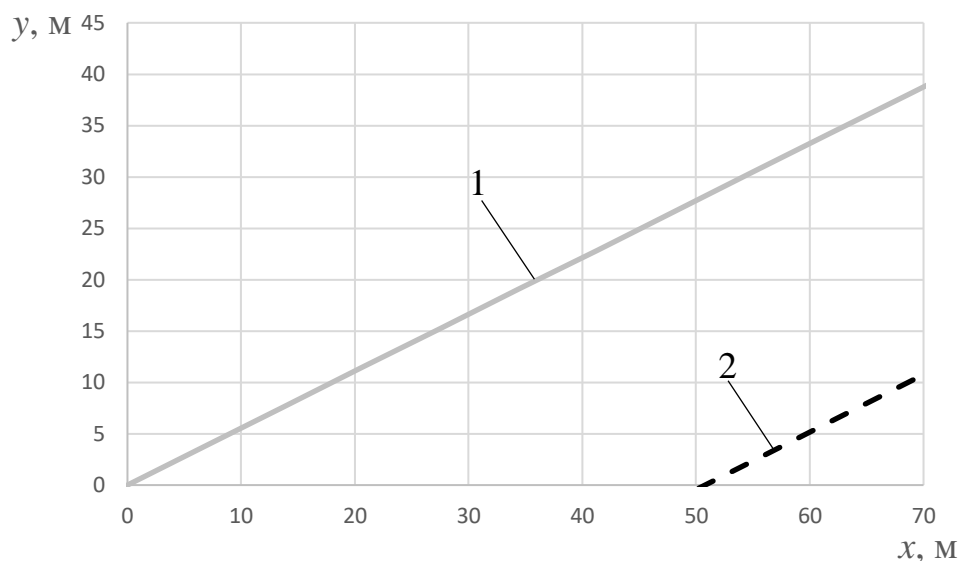


Рисунок 4.18. Приближенный участок траектории в месте выстрела 1 – исходная траектория, 2 – восстановленная траектория

Как видно из рисунка 4.18, есть визуальные отличия восстановленной траектории полета снаряда от изначальной траектории в плоскости XY . Визуально трудно оценить на сколько результат отличается от случаев, когда погрешность при фиксировании траектории составляет 3 и 5 метров, поэтому сравним результаты с помощью таблиц позже. Оценим точность траектории в плоскости XZ путем сравнения восстановленной траектории и исходной траектории полета снаряда.

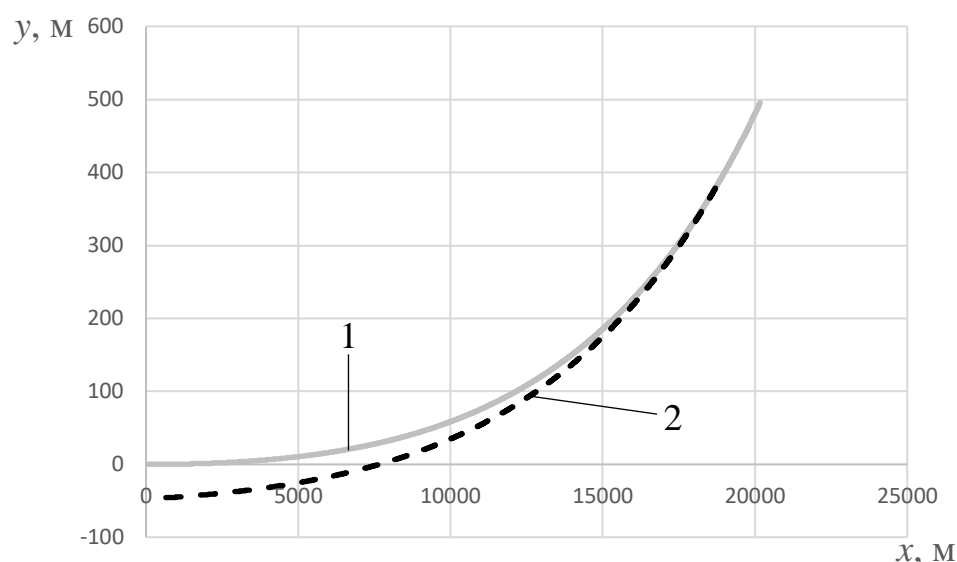


Рисунок 4.19. Траектория полета снаряда в плоскости XZ при зафиксированной с погрешностью 10 м траектории: 1 – исходная траектория, 2 – восстановленная траектория

На рисунке 4.19 видно, что отклонение траектории, полученной в результате работы алгоритма, существенно отличается от исходной траектории. Перенесем все ключевые результаты работы алгоритма в таблицу и проанализируем их.

Таблица 4.5 – Исходные данные и результат работы алгоритма при погрешности 10 м

| Параметр | $X, \text{м}$ | $Y, \text{м}$ | $Z, \text{м}$ | $V, \text{М/с}$ | $\psi, \text{град.}$ | $\theta, \text{град.}$ |
|--------------------------|---------------|---------------|---------------|-----------------|----------------------|------------------------|
| Начальное значение | 0 | 0 | 0 | 945 | 0.0 | 29 |
| Восстановленное значение | 48.573 | 0 | -47.396 | 940.867 | 0.081 | 29.23 |
| Погрешность, % | 0.241% | 0% | 9.561% | 0.437% | 8.8% | 0.793% |

Из таблицы 4.5 видно, что результаты полученные при зафиксированной с погрешностью 10 метров траектории значительно отличаются от исходных результатов. На рисунке 4.20 оценим визуально восстановленные участки траектории при зафиксированной траектории с разными погрешностями.

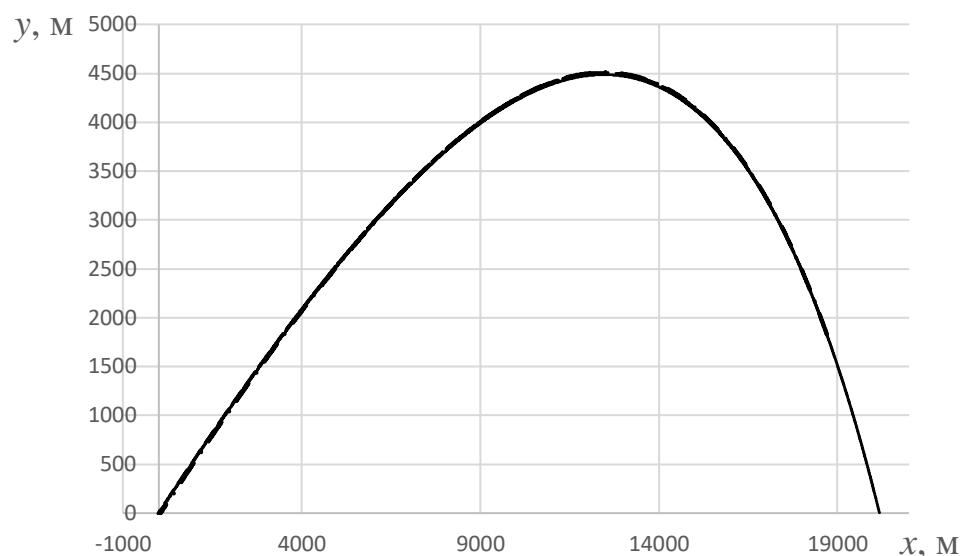


Рисунок 4.20. Сравнение участков траектории с разной погрешностью при фиксировании участка траектории в плоскости XY

На рисунке 4.20, разницы между результатами работы алгоритма при разных допустимых погрешностях не видно. Увеличим область около места выстрела и подробнее изучим траекторию в разных случаях.

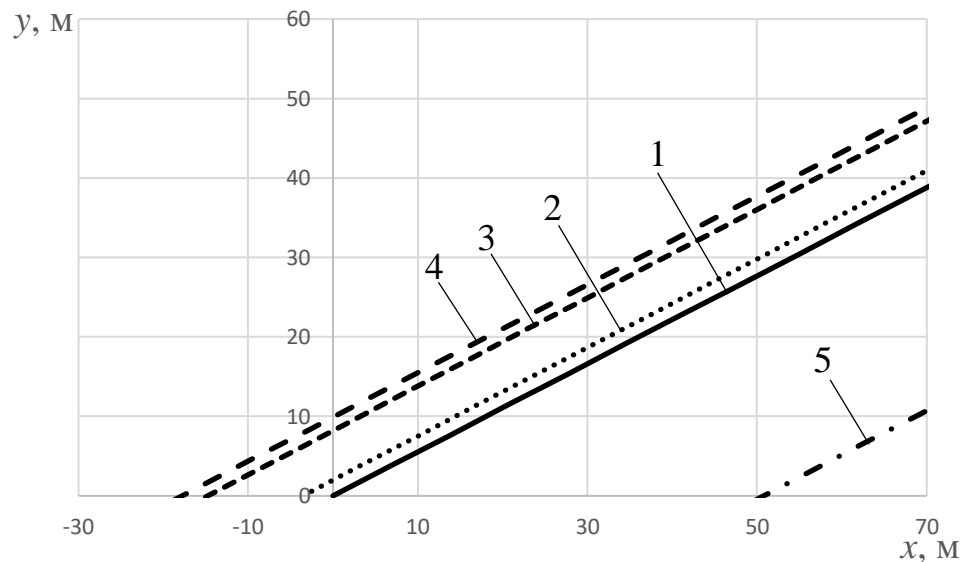


Рисунок 4.21. Сравнение участков траектории с разной погрешностью: 1 – исходная траектория, 2 – без погрешностей, 3 - погрешность 3 метра, 4 – погрешность 5 метров, 5 – погрешность 10 метров

По рисунку 4.21 видно, что наилучший результат можно получить, при фиксировании траектории с погрешностью не более 3 метров. Далее идет

результат при 5 метрах и на последнем месте 10 метров. Случай, когда фиксируем траекторию без погрешностей мы не рассматриваем как конечный результат, так как в реальных условиях невозможно добиться такого результата. Оценим насколько отличаются траектории в плоскости XZ (рисунок 4.22).

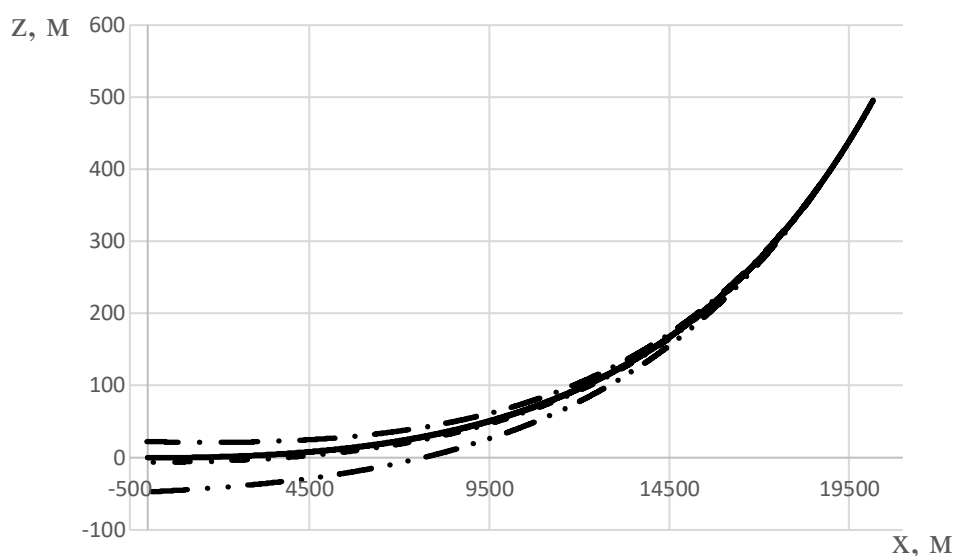


Рисунок 4.22. Сравнение участков траектории с разной погрешностью в плоскости XZ

На рисунке 4.22 видно, что траектории с разными допустимыми погрешностями отличаются, но на сколько именно они отличаются, сказать трудно. Для удобства, определим начальные параметры разных случаев точками и изобразим их в плоскости XZ (рисунок 4.23).

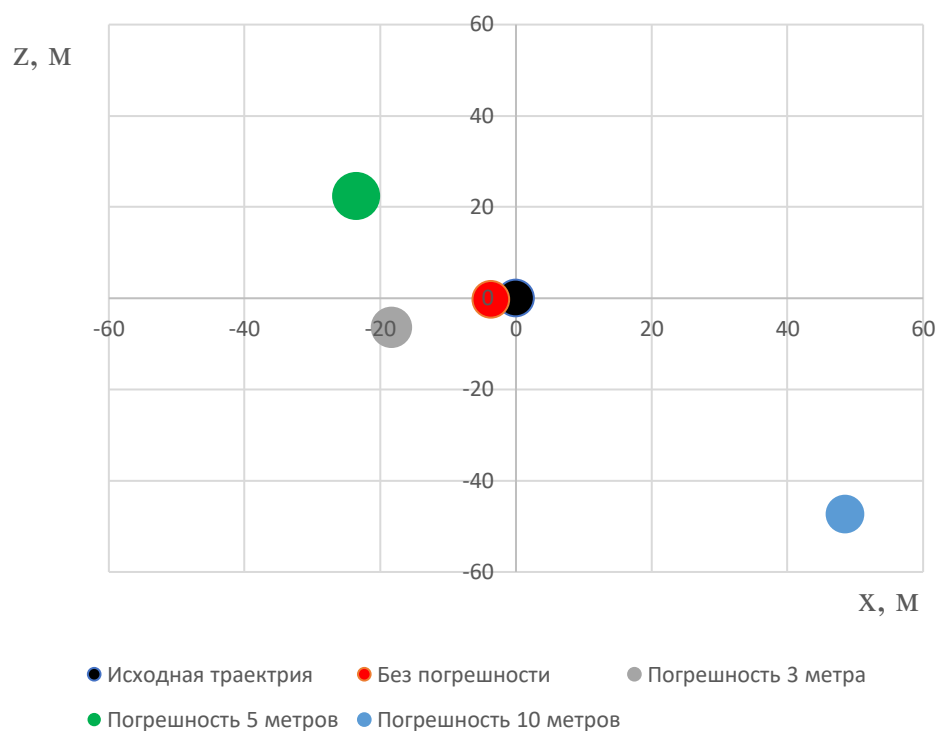


Рисунок 4.23. Результаты работы алгоритма при зафиксированных траекториях с разными погрешностями

Перенесем все численные результаты в таблицу, сравним их и посмотрим на погрешность полученных результатов в процентах (таблица 4.6).

Таблица 4.6 – Сравнение результата работы алгоритма с исходными параметрами, в метрах (в процентах)

| Погрешность | $X, \text{ м}$ | $Y, \text{ м}$ | $Z, \text{ м}$ | $V, \text{ М/с}$ | $\psi, \text{ град.}$ | $\theta, \text{ град.}$ |
|------------------|---------------------|----------------|---------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|
| Исходные данные | 0 | 0 | 0 | 945 | 0 | 29 |
| Без погрешностей | -3.584 (0.018%) | 0 (0%) | -0.375 (0.076%) | 944.754 (0.026%) | 0.08 (8.477 %) | 29.127 (0.436%) |
| 3 метра | -18.277 (0.091%) | 0 (0%) | -6.536 (1.318%) | 945.798 (0.084%) | 0.079 (7.644%) | 29.12 (0.415%) |
| 5 метров | -23.535 (0.117%) | 0 (0%) | 22.38 (4.515%) | 946.286 (0.136%) | 0.08 (8.477%) | 29.103 (0.356%) |
| 10 метров | 48.573 (0.241%) | 0 (0%) | -47.396 (9.561%) | 940.867 (0.437%) | 0.081 (8.8%) | 29.23 (0.793%) |

Так как отклонение от изначальной траектории – это величина случайная и в каждом случае результаты могут получиться разными, ошибку

посчитаем по результатам работы алгоритма 20 раз. Сравним результаты из таблицы 4.6 с усредненными результатами.

Таблица 4.7 – Усреднённые по 20 итерациям результаты работы алгоритма, в метрах (в процентах)

| Погрешность | $X, \text{ м}$ | $Y, \text{ м}$ | $Z, \text{ м}$ | $V, \text{ М/с}$ | $\psi, \text{ град.}$ | $\theta, \text{ град.}$ |
|------------------|--------------------|----------------|--------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|
| Исходные данные | 0 | 0 | 0 | 945 | 0 | 29 |
| Без погрешностей | 3.584 (0.017%) | 0 (0%) | 0.375 (0.033%) | 944.754 (0.025%) | 0.08 (8.477%) | 29.126 (0.436%) |
| 3 метра | 18.551 (0.091%) | 0 (0%) | 6.855 (0.622%) | 945.272 (0.127%) | 0.079 (7.644%) | 29.127 (0.438%) |
| 5 метров | 22.454 (0.111%) | 0 (0%) | 20.371 (1.796%) | 945.045 (0.176%) | 0.081 (8.8%) | 29.129 (0.446%) |
| 10 метров | 52.144 (0.258%) | 0 (0%) | 49.748 (4.25%) | 944.279 (0.378%) | 0.077 (6.765%) | 29.139 (0.481%) |

На основе полученных данных можно сделать следующий вывод: точнее всего получится определить координаты места выстрела, если будем фиксировать траекторию полета снаряда без погрешностей. Но это оказывается в большинстве случаев невозможным. Поэтому наилучший результат на практике можно получить, если фиксировать координаты полета снаряда с погрешностью не более 3 метров. Из таблицы 4.7 видно, что чем больше погрешность при фиксировании координат полета снаряда, тем больше ошибка при вычислениях начальных условий стрельбы.

4.3 Результат работы алгоритма при зафиксированной с погрешностью участка траектории полета снаряда с ограничением на количество зафиксированных точек.

Поставим перед собой задачу, фиксировать не каждую координату полета снаряда, а определенное количество. В предыдущих примерах количество точек было 1000 и результаты мы знаем. Попробуем зафиксировать 800 точек, на том же интервале по оси X , и оценим результаты работы алгоритма в условиях, когда фиксируем координаты полета снаряда с

погрешностью 3 метра. Моделировать выстрел будем снарядом ОФ29 с начальными условиями стрельбы из таблицы 4.8. Результат представлен на рисунке 4.24.

Таблица 4.8 – Начальные условия стрельбы

| Параметр | X, м | Y, м | Z, м | V, м/с | ψ , град. | θ , град. |
|----------|------|------|------|--------|----------------|------------------|
| Значение | 0 | 0 | 0 | 945 | 0.0 | 29 |

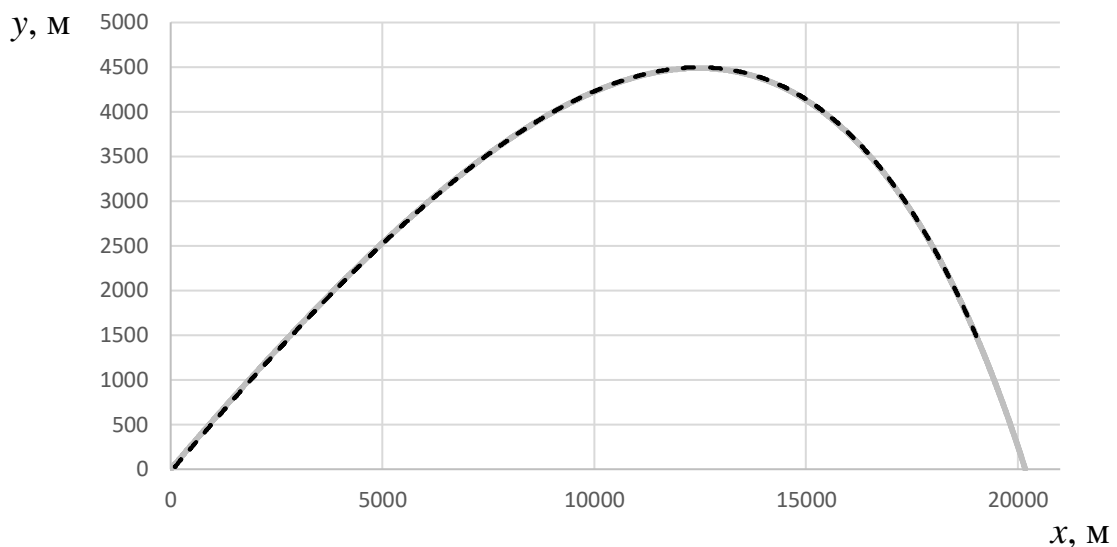


Рисунок 4.24. Сравнение исходной траектории полета снаряда и траектории, полученной в результате работы алгоритма при 800 точках и погрешности фиксирования 3 метра

По рисунку 4.24 визуально траектория, полученная в результате работы алгоритма по 800 точкам с погрешностью фиксирования координат полета снаряда 3 метра, не отличается от исходной траектории. Для детального анализа запишем все результаты в таблицу и проанализируем их.

Таблица 4.9 – Результат работы алгоритма по 800 точкам и исходные данные.

| Параметр | X, м | Y, м | Z, м | V, м/с | ψ , град. | θ , град. |
|--------------------------|--------|------|---------|---------|----------------|------------------|
| Начальное значение | 0 | 0 | 0 | 945 | 0.0 | 29 |
| Восстановленное значение | 47.372 | 0 | -99.959 | 941.975 | 0.076 | 29.139 |
| Погрешность, % | 0.235% | 0% | 20.165% | 0.32% | 7.241% | 0.478 |

Как видно из таблицы 4.9, значения параметров, полученных в результате работы алгоритма, практически не отличаются от тех же параметров, полученных при количестве точек более 1000 (таблица 4.3).

Далее проверим результат работы алгоритма при 500 точках.

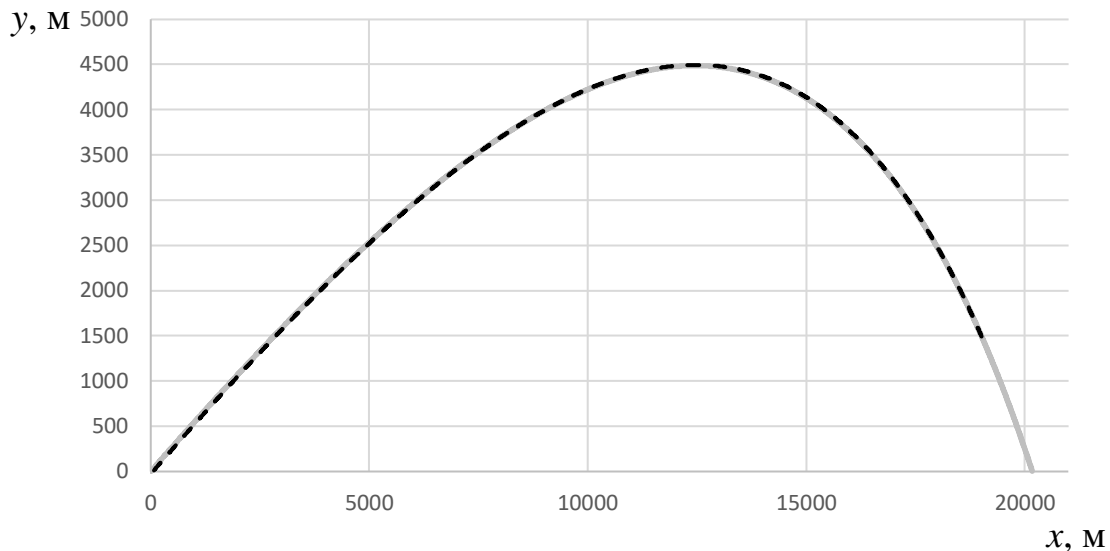


Рисунок 4.25. Сравнение исходной траектории полета снаряда и траектории, полученной в результате работы алгоритма при 500 точках и погрешности фиксирования 3 метра

Визуально отличий в траектории полета снаряда, от ситуации в который было зафиксировано 500 точек, нет. Для удобства перенесем все результаты в таблицу.

Таблица 4.10 – Результат работы алгоритма по 500 точкам и исходные данные.

| Параметр | x_{30} | y_{30} | z_{30} | V_0 | ψ_0 | θ_0 |
|--------------------------|----------|----------|----------|---------|----------|------------|
| Начальное значение | 0 | 0 | 0 | 945 | 0.0 | 29 |
| Восстановленное значение | 121.788 | 0 | -141.478 | 937.312 | 0.077 | 29.182 |
| Погрешность, % | 0.604% | 0% | 28.54% | 0.814% | 7.477% | 0.628% |

Сравнивая таблицы 4.3, 4.9 и 4.10 можно заметить, что разница между начальными условиями стрельбы, полученными в результате алгоритма и исходными данными постепенно растет, но до сих пор остается в пределах допустимых значений. Посмотрим на ситуацию при 100 точках.

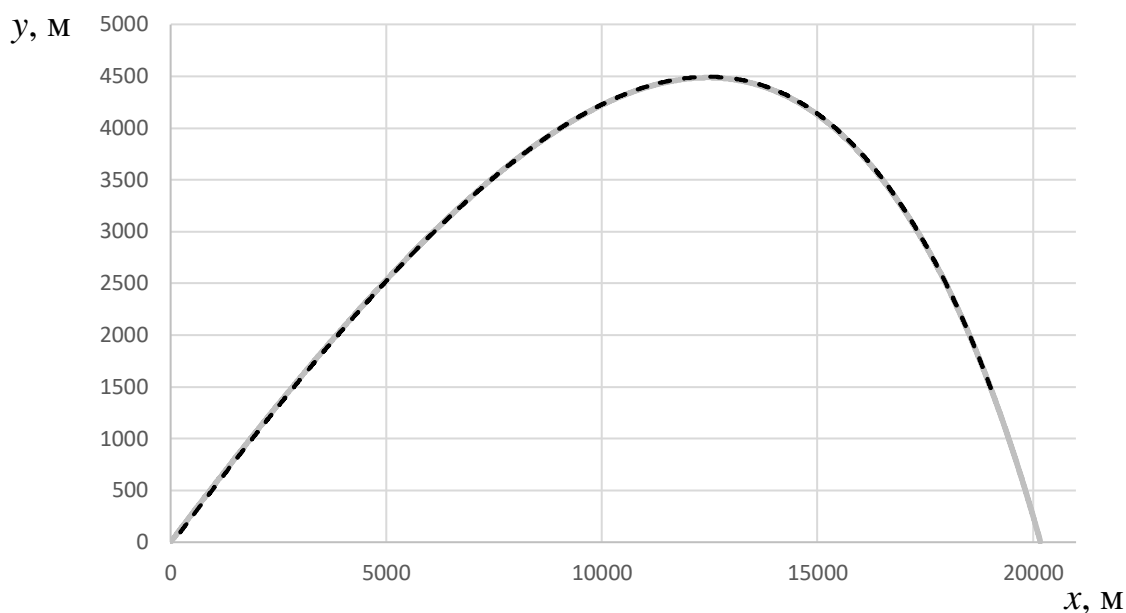


Рисунок 4.26. Сравнение исходной траектории полета снаряда и траектории, полученной в результате работы алгоритма при 100 точках и погрешности фиксирования 3 метра

Как и в случае с 200 точками, визуально разницы не наблюдается между восстановленной по 800, 500 и 100 точкам траекторией полета снаряда.

Проанализируем полученные данные, которые предварительно перенесем в таблицу.

Таблица 4.11 – Результат работы алгоритма по 100 точкам и исходные данные.

| Параметр | x_{30} | y_{30} | z_{30} | V_0 | ψ_0 | θ_0 |
|--------------------------|----------|----------|----------|---------|----------|------------|
| Начальное значение | 0 | 0 | 0 | 945 | 0.0 | 29 |
| Восстановленное значение | 460.779 | 0 | -320.69 | 915.108 | 0.074 | 29.496 |
| Погрешность, % | 2.284% | 0% | 64.692% | 3.163% | 6.874% | 1.71% |

Из таблицы видно, что разница между результатом работы алгоритма и исходными параметрами растет, но до сих пор остается несущественной.

Таблица 4.12 – Усреднённые по 20 итерациям результаты работы алгоритма по 1000, 800, 500, 200 и 100 точкам, в метрах (в процентах)

| Параметр | x_{30} | y_{30} | z_{30} | V_0 | ψ_0 | θ_0 |
|------------------------------------------|---------------------|-----------|----------------------|---------------------|-------------------|--------------------|
| Начальное значение | 0 | 0 | 0 | 945 | 0.0 | 29 |
| Восстановленное значение при 1000 точках | 18.551 (0.091%) | 0 (0%) | 6.855 (0.622%) | 945.272 (0.127%) | 0.079 (8.644%) | 29.127 (0.438%) |
| Восстановленное значение при 800 точках | 51.247 (0.254%) | 0 (0%) | 100.821 (20.388%) | 941.633 (0.356%) | 0.076 (7.241%) | 29.149 (0.514%) |
| Восстановленное значение при 500 точках | 125.793 (0.623%) | 0 (0%) | 143.711 (28.990%) | 937.040 (0.842%) | 0.077 (7.477%) | 29.184 (0.636%) |
| Восстановленное значение при 200 точках | 180.146 (0.892%) | 0 (0%) | 155.257 (31.319%) | 935.896 (1.276%) | 0.074 (6.874%) | 29.196 (0.764%) |
| Восстановленное значение при 100 точках | 489.719 (2.427%) | 0 (0%) | 337.005 (67.982%) | 927.692 (3.476%) | 0.074 (6.874%) | 29.324 (2.016%) |

Из таблицы видно, что результат при 1000–100 точках меняется, в зависимости от количества зафиксированных точек. Приемлемым результатом можно считать случаи, когда количество зафиксированных точек не меньше 800. Наилучшее значение мы получим в случае, когда в зафиксированной траектории имеется 1000 точек по каждой из осей. В этом случае получим координаты места выстрела (18.551;6.855;0), с начальной скоростью полета снаряда 945.272 М/с и начальным углом наклона орудия 29.127 °. При этом ошибка вычисления начальных условий стрельбы не превысит 1%.

На основании таблицы 4.12 можно сделать вывод, что корректные результаты работы алгоритма можно получить, если фиксировать траекторию полета снаряда с погрешностью, не превышающую трех метров и при этом объем траекторных данных не должен быть ниже 1000 точек по каждой из осей трехмерной системы координат.

Заключение

В ходе выполнения работы решены следующие задачи:

1. Был сделан обзор способов обработки данных траекторных измерений.
2. Проанализированы подходы к решению обратной задачи внешней баллистики.
3. Представлена математическая модель внешней баллистики с учетом баллистических и метеорологических факторов.
4. Был реализован алгоритм обратного интегрирования для решения обратной задачи внешней баллистики на основе численного метода Рунге-Кутты;
 - Разработан и реализован метод обратного интегрирования;
 - Разработан и реализован алгоритм вычисления траекторных параметров на участке траектории;
 - Разработан и реализован алгоритм для вычисления координат места выстрела;
5. Решена задача идентификации средств поражения по результатам анализа траекторных параметров на основе полно-связанная нейронная сеть по вычисленному значению баллистического коэффициента:
 - Реализован алгоритм вычисления баллистического коэффициента на участке траектории;
 - Спроектирована и реализована полно-связанная нейронная сеть для определения типа снаряда по баллистическому коэффициенту на участке траектории;
6. Реализован программный комплекс, который включает в себя математическую модель внешней баллистики, алгоритм для реализации решения обратной задачи внешней баллистики и вывод результатов на экран для удобства исследования результатов.
7. По результатам численных исследований найден минимальный объем и необходимое качество зарегистрированных траекторных данных для

решения обратной задачи внешней баллистики: расчеты показали, что для определения начальной точки с погрешностью до 100 м (1% от дальности стрельбы) необходимо фиксировать координаты траектории полета снаряда с погрешностью не превышающую 3 метра. При этом минимальный объем точек у зафиксированной траектории не должен быть меньше 1000 точек для получения корректных начальных условий стрельбы.

Литература

1. Коновалов А.А, Николаев Ю.В. Внешняя баллистика. – М.: ЦНИИ информации. 1979, – 228 с.
2. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н., Внешняя баллистика. – М.: машиностроение, 2005. – 640 с.
3. Шапиро, Я. М. Внешняя баллистика: учебник. М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1946. 408 с.
4. Майевский, Н. В. Курс внешней баллистики. СПб.: Тип-я импер. акад. наук., 1870. 772 с.
5. Дмитриевский, А.А., Лысенко, Л.Н. Внешняя баллистика, – Москва: издательство «Машиностроение». 1972. С. 584.
6. Королев С.А., Липанов А.М., Русяк И.Г., Тененев В.А. Разработка подходов к решению обратной задачи внешней баллистики в различных условиях применения // Вестник Том. гос. ун-та. Математика и механика. – 2019. – №57. – С. 76-83.
7. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника: теория и практика. / Пер. с англ. Ю.А. Зуев, В.А. Точенов. – М.: Мир, 1992.
8. Ян Гудфеллоу, Йошуа Бенджио, Аарон Курвилль Глубокое обучение. - 2 изд. - Москва: ДМК Пресс, 2018. - 653 с.
9. Волков Е. А. Численные методы: Учеб. Пособие для вузов – 2-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 248с.
10. Тим Рафгарден Совершенный алгоритм. Основы. - 4 изд. - СПб.: ПИТЕР, 2019. - 256 с.
11. Пермяков П. С., Репин О. И. Математическое моделирование физических процессов. научный вестник № 6, 2018. – 169 с.
12. Королев С.А., Липанов А.М., Русяк И.Г. К вопросу о точности решения прямой задачи внешней баллистики // Вестник Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2017. № 47. С. 63–74.
13. А.Н. Ищенко, В.З. Касимов, А.С. Дьячковский, А.И. Зыкова, Н.М. Саморокова. О Влиянии начальной температуры заряда на

- баллистические характеристики выстрела // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики, сборник трудов X всероссийской научной конференции, посвященной 140-летию ТГУ и 50-летию НИИ ПММ ТГУ. 2018. С 41-43.
14. Липанов А.М., Вагин А.В., Русяк И.Г., Суфиянов В.Г. Моделирование различных стадий процесса выстрела и полигонных испытаний артиллерийских систем // В сборнике: Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и ствольных системах (ICOS'2014). 2014. С. 194-212.
15. Баллистика ствольных систем / РАРАН; В.В. Бурлов и др.; под ред. Л.Н. Лысенко
16. Внутренняя баллистика РДТТ / РАРАН; А.В. Алиев и др.; под ред. А.М. Липанова и Ю.М. Мелехина. – М.: Машиностроение, 2007. – 504 с. о и А.М. Липанова. – М.: Машиностроение, 2006. – 461 с.
17. Кириченко В.Д. Баллистика. – Л.: Высшее артиллерийское инженерное училище, 1957.
18. Губин С.Г. Основы стрельбы. - 2012. - 274 с.
19. Балаганский И.А. Конспект лекций по дисциплине «Основы спецтехники и баллистики» / Новосиб. электротехн. ин-т. – Новосибирск, 1987.
20. Гуськов А.В., Милевский К.Е., Сотенко А.В. Внешняя баллистика: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010.
21. Правила стрельбы из стрелкового оружия и боевых машин. – М.: Воениздат. 1992. с. 204.
22. Правдин В.М., Шанин А.П. Баллистика неуправляемых летательных аппаратов. – Снежинск: Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ, 1999.
23. Вентцель, Д. А. Внешняя баллистика / Д. А. Вентцель, Я. М. Шапиро. М.; Л.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1939. 251 с.

- 24.Окунев, Б. Н. Основная задача внешней баллистики и аналитические методы ее решения: монография. Л.; М.: Объединенное научно-техническое издательство (ОНТИ) ; Государственное технико-теоретическое издательство, 1934. 524 с.
- 25.Основы экспериментальной внешней баллистики: учеб. пособие / В. И. Биматов, Н. В. Савкина, С. В. Тимченко, В. В. Фарапонов. Томск: СТУ, 2017. 122 с.
- 26.Баллистика ракетного и ствольного оружия: учебник для вузов / под ред. А. А. Королева, В. А. Комочкова; науч. конс. В. А. Шурыгин. – Волгоград, 2010.472 с.
- 27.Балаганский И.А. Основы баллистики и аэродинамики: учебное пособие / И.А. Балаганский. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2017. – 200с.
- 28.Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности. / Г.А. Вороновский, К.В. Махотило, С.Н. Петрашов, С.А. Сергеев. – Харьков: ОСНОВА, 1997. – 112 с.
- 29.Тененев В.А., Якимович Б.А. Генетические алгоритмы в моделировании систем. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2010. – 308 стр.
- 30.Мэттиз Эрик Изучаем Python. - 2 изд. - СПб.: ПИТЕР, 2022. - 512 с.
- 31.Доусон Майкл Изучаем Python. - 3 изд. - СПб.: ПИТЕР, 2022. - 416 с.
- 32.Прохоренок Н.А., Дронов В.А. Python 3 и PyQt 5. Разработка приложений. - 2 изд. - СПб.: ВHV, 2019. - 832 с.