Классификация математических моделей внешней баллистики

1. Математическая модель движения центра масс снаряда

Рассмотрим движение артиллерийского неуправляемого снаряда по баллистической траектории. Будем считать, что снаряд идеально стабилизирован, т.е. направление оси снаряда совпадает с направлением вектора скорости центра масс снаряда. Тогда уравнения пространственного движения снаряда можно заменить на уравнения движения центра масс снаряда.

В базовой модели поверхность Земли считается плоскостью, рельеф отсутствует. Дополнительно можно учесть кривизну поверхности Земли, считая ее шаром, а также суточное вращение Земли. Способ учета рельефа местности представлен в Приложении 1.

В качестве базового варианта метеоусловий рассматривается нормальная артиллерийская атмосфера, ветер и осадки отсутствуют. Дополнительно в модели можно учесть реальные параметры атмосферы, полученные в результате метеоизмерений.

Траектория движения снаряда строится в стартовой системе координат , связанной с точкой расположения орудия и ориентированной по направлению стрельбы (рисунок 1.1).

, (1.1)

, (1.2)

, (1.3)

где  — дальность в плоскости стрельбы;  — высота полета снаряда;  — боковое отклонение;  — угол наклона траектории;  — угол пути;  — скорость центра масс снаряда.



**Рис. 1.1.** Ориентации стартовой  и траекторной    
систем координат

Параметры движения снаряда определяются в траекторной системе координат , связанной с центром масс снаряда и ориентированной по вектору скорости (см. рисунок 1.1). Уравнение скорости снаряда имеет вид

, (1.4)

угла наклона траектории:

, (1.5)

угла пути:

. (1.6)

Здесь  – коэффициенты проекций аэродинамической силы на оси траекторной системы координат ;  – скоростной напор воздуха; *M* – число Маха; *a* – скорость звука;  – площадь миделева сечения снаряда; *d* – калибр снаряда; *m* – масса снаряда;  – коэффициент деривации; ,  – производные дополнительных углов наклона траектории и пути (см. пункт 1.3);  – аксиальный момент инерции снаряда; – длина снаряда;  – аксиальная угловая скорость.

По способу стабилизации снаряда в полете различают снаряды нарезных орудий с гироскопической стабилизацией за счет быстрого вращения и снаряды гладкоствольных орудий с аэродинамической стабилизацией за счет оперения.

Для учета эффекта деривации быстро вращающихся снарядов необходимо определять изменение скорости вращения при движении снаряда по траектории. Уравнение аксиальной угловой скорости снаряда имеет вид

, (1.7)

где  — коэффициент аксиального аэродинамического момента.

Для снаряда с аэродинамической стабилизацией вследствие относительно малой скорости вращения эффектом деривации можно пренебречь, поэтому уравнение (1.7) можно не рассматривать, либо задать нулевое начальное значение угловой скорости.

Коэффициенты проекций силы аэродинамического сопротивления в уравнениях (1.4)–(1.6) определяются следующим образом:

,

, (1.8)

,

где  – аппроксимация зависимости коэффициента лобового сопротивления снаряда от числа Маха, задается на основе эталонных эмпирических зависимостей или индивидуальных аэродинамических характеристик снаряда (см. пункт 1.1); , ,  – отклонения коэффициентов составляющих аэродинамической силы, вызываемые ветром (см. пункт 1.2).

Таким образом, система уравнений движения снаряда включает уравнения (1.1)–(1.7). Фазовыми переменными являются функции: , , , , , , , зависящие от времени .

Начальные условия в момент вылета снаряда из канала ствола орудия :

, (1.8)

, (1.8)

где  – начальные координаты центра масс снаряда;  – начальная скорость снаряда при вылете из канала ствола орудия;  – угол стрельбы, равен углу возвышения орудия;  – начальное значение угловой скорости снаряда. Значение  для снаряда нарезных орудий определяется по формуле ; *n* — длина шага нарезов ствола, выраженная в калибрах.

Факторы, влияющие на движение снаряда (точность расчета траектории)

1.1. Способ задания аэродинамических коэффициентов метаемых тел

1.1.1. На основе эталонных эмпирических зависимостей (законы сопротивления воздуха 1943 г. и 1958 г.)

В данном случае коэффициент лобового сопротивления в уравнениях (1.2)-(1.3) рассчитывается следующим образом:

,

где  – коэффициент аэродинамической формы снаряда;  – эталонный коэффициент сопротивления (выбирается в соответствии с аппроксимацией закона 1943 г.; закона 1958 г.).

1.1.2. Индивидуальные параметрические зависимости

Полученные аппроксимационные зависимости для коэффициентов аэродинамической силы имеют следующий вид [83]:

;

1.2. Учет метеорологических условий атмосферы

1.2.1. Постоянные параметры атмосферы

, , , .

1.2.1. Учет распределений параметров атмосферы по высоте

В математической модели учитывается распределение параметров воздуха (давления и температуры, скорости и направления ветра) по высоте в виде стандартных зависимостей [6] или реальных метеоданных.

Для расчета функции давления воздуха решается дифференциальное уравнение

,

где  – удельная газовая постоянная воздуха.

Отклонение функции давления воздуха определяется выражением:

,

где  – распределение давления воздуха по высоте.

Скорость звука в воздухе равна

,

где  – нормальная наземная скорость звука в воздухе;  – распределение фактической виртуальной температуры воздуха по высоте;  – нормальная наземная виртуальная температура воздуха.

Составляющие скорости ветра по осям траекторной системы координат определяются формулами:

,

, (1.8)

,

где  – распределение скорости ветра по высоте;  – распределение дирекционных углов ветра по высоте;  – вертикальные потоки воздуха.

Отклонения коэффициентов составляющих аэродинамической силы, вызываемых ветром (уравнения (4.10)-(4.12)) (см. рисунок 4.3), вычисляются следующим образом:

,

, (1.9)

,

где ,  – составляющие угла сноса ветром.

Синусы данных углов определяются выражениями:

, ,

где  – воздушная скорость снаряда.

Воздушная скорость снаряда равна

.

1.3. Учет геофизических условий

1.3.1. Постоянные геофизические параметры



1.3.2 Учет кривизны и вращения земли

Ускорение силы тяжести определяется выражением:

,

где  – нормальное ускорение силы тяжести на среднем уровне моря;  – градиент изменения силы тяжести с высотой;  – дополнительное ускорение силы тяжести.

Дополнительное ускорение силы тяжести вычисляется по формуле:

,

где  – географическая широта точки, принимаемой за точку орудия; в северном полушарии положительна, в южном – отрицательна;  – условная редукция силы тяжести для приведения к реальному значению.

Поправки, учитывающие геофизические параметры, определяются следующим образом [7]. Производная дополнительного угла наклона траектории и угла пути в уравнениях (1.3)-(1.4) определяется выражениями:

 (1.10)

где  – угловая скорость суточного вращения Земли;  – географическая широта точки старта.

2. Математическая модель движения снаряда с учетом колебаний относительно центра масс

В процессе движения по траектории под действием различных возмущающих факторов снаряд совершает колебания относительно центра масс. Положение оси симметрии снаряда относительно вектора скорости, определяется пространственным углом нутации  (рисунок 1.6).



Рисунок 1.6 – Положение оси снаряда относительно траекторной системы координат

При учете колебаний снаряда к системе уравнений движения центра масс снаряда (1.1)-(1.6) добавляются уравнения колебаний снаряда относительно центра массс.

Горизонтальная  и вертикальная  составляющие угла нутации снаряда определяются из системы дифференциальных уравнений:

 (1.11)

Для определения горизонтальной  и вертикальной  составляющих экваториальной угловой скорости снаряда решается система уравнений:

 (1.12)

где ,  – соответствующие коэффициенты составляющих момента аэродинамической силы.

Коэффициенты составляющих аэродинамической силы в уравнениях (1.2)-(1.4) определяются выражениями:

 (1.13)

где  – угол атаки; ,  – горизонтальная и вертикальная составляющие угла атаки;  – безразмерная аксиальная угловая скорость; , ,  – аппроксимационные зависимости коэффициентов аэродинамической силы, действующей на снаряд, в связанной системе координат.

Коэффициент аксиального аэродинамического момента в уравнении (1.5) и коэффициенты составляющих экваториального аэродинамического момента в системе уравнений (1.12) определяются по следующим зависимостям:

 (1.14)

Здесь , ,  – аппроксимационные зависимости коэффициентов момента аэродинамической силы.

Составляющие угла атаки ,  и составляющие угла нутации ,  связаны соотношениями

; , (1.15)

где ,  – составляющие угла сноса ветром.