### 2.4.2. Модель распространения информации в задаче об эффективности рекламы

При организации продажи нового товара торговым предприятиям зачастую приходится прибегать к услугам рекламы. Для того чтобы рекламная компания была успешной, важно учитывать скорость распространения информации о новом товаре среди ее потенциальных покупателей. Рассмотрим закономерности распространения информации в обществе. Предполагается, что торговыми учреждениями реализуется продукция , о которой в момент времени  из числа потенциальных покупателей  знает лишь  покупателей. Далее предполагается, что для ускорения сбыта продукции были даны рекламные объявления по радио и телевидению. Последующая информация о продукции распространяется среди покупателей посредством общения друг с другом, и в момент времени  число знающих о продукции людей равно . С большой степенью достоверности можно считать, что после рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции  пропорциональна как числу знающих о товаре потенциальных покупателей, так и числу покупателей, о нем еще не знающих.

Если положить, что время отсчитывается после рекламных объявлений, когда о товаре узнало  человек, то процесс распространения информации можно описать следующим уравнением [52]:

 (2.68)

с начальными условиями  при , где  – доля населения, знающая о товаре ,  – это положительный коэффициент пропорциональности.

Проинтегрировав уравнение (2.68) получим следующее равенство:

. (2.69)

Если последнее уравнение разрешить относительно , то получится следующее соотношение:

. (2.70)

Функция вида (2.70) называется *логистической*, а ее график – *логистической кривой*.

С учетом начальных условий (2.70) перепишется в виде

. (2.71)

Таким образом, выражение (2.71) описывает зависимость величины  осведомленных о продукции покупателей от временного периода .

Исследуем полученное решение (2.71) на устойчивость по Ляпунову. Изменим начальные условия: , , тогда

, (2.72)

Найдем

 (2.73)

как только . Следовательно, ***по определению 1.9*** при  решение уравнения (2.71) устойчиво по Ляпунову.

Найдем

 (2.73)

Следовательно, по ***определению 1.10*** решение уравнения (2.71) асимптотически устойчиво.

На рисунке 2.9 приведены примеры логистических кривых, полученных при различных значениях . Здесь величина  условно принималась за 1, а величина  бралась равной 0,5. Так, при  величина ; при  ; при  ; при  . То есть рост осведомленных о продукции покупателей замедляется с увеличением временного периода .









0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1

0,8

0,6

0,4

0,2

0





*Рис. 2.9*. Логистическая кривая (2.71)  
при различных значениях параметра 

С помощью логистической функции описываются многие социальные, экономические, технологические и биологические процессы, например, рост продаж, распространение слухов, распространение технологических новшеств, эпидемий и др.