

Outline

Повторение

Кривые
второго
порядка на
плоскости

Общий вид
уравнения

Классификация
кривых второго
порядка

Семинар: кривые второго порядка

Абдуллин Рустам Фаритович

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ, НГУ

3 ноября 2020 г.

Outline

Повторение

Кривые
второго
порядка на
плоскости

Общий вид
уравнения

Классификация
кривых второго
порядка

1 Повторение

2 Кривые второго порядка на плоскости

Общий вид уравнения

Классификация кривых второго порядка

Тригонометрическая запись комплексного числа

Outline

Повторение

Кривые
второго
порядка на
плоскости

Общий вид
уравнения

Классификация
кривых второго
порядка

$$z = a + bi$$

$$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \arg(z)$$

Уравнения для нахождения аргумента:

$$\begin{cases} \sin \varphi = \frac{b}{r} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \cos \varphi = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{cases}$$

$$\sin \varphi = \sin(\pi - \varphi),$$

$$\cos \varphi = \cos(-\varphi),$$

$$\tan \varphi = \tan(\pi + \varphi).$$

Тангенс угла

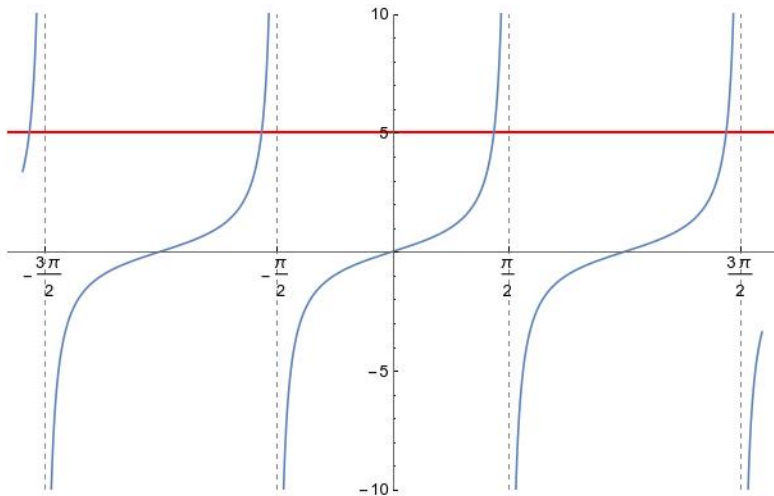
Outline

Повторение

Кривые
второго
порядка на
плоскости

Общий вид
уравнения

Классификация
кривых второго
порядка



Общий вид уравнения

Outline

Повторение

Кривые
второго
порядка на
плоскости

Общий вид
уравнения

Классификация
кривых второго
порядка

Кривая второго порядка – это фигура, точки которой удовлетворяют уравнению

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0, \quad (1)$$

где по крайней мере один из коэффициентов a_{11} , a_{12} , a_{22} не равен нулю.

Характеристическая квадратичная форма кривой второго порядка

$$F(x, y) = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 \quad (2)$$

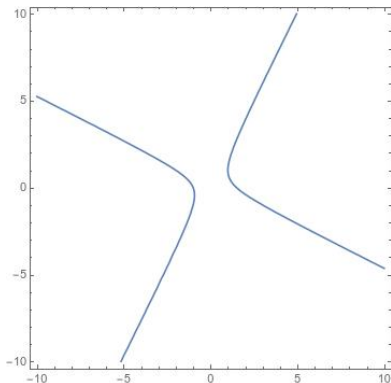
Outline

Повторение

Кривые второго порядка на плоскости

Общий вид уравнения

Классификация кривых второго порядка



$$2x^2 + 3xy - x - 2y^2 + y - 3 = 0$$

WolframAlpha

1

ContourPlot[$2x^2 + 3xy - 2y^2 - x + y - 3 = 0$, {x, -10, 10}, {y, -10, 10}]

Классификация кривых второго порядка

Outline

Повторение

Кривые
второго
порядка на
плоскости

Общий вид
уравнения

**Классификация
кривых второго
порядка**

Эллипс	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
Гипербола	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
Парабола	$y^2 = 2px$
Мнимый эллипс (нет решения)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$
Пара пересекающихся прямых	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$
Пара параллельных прямых	$x^2 - d^2 = 0$

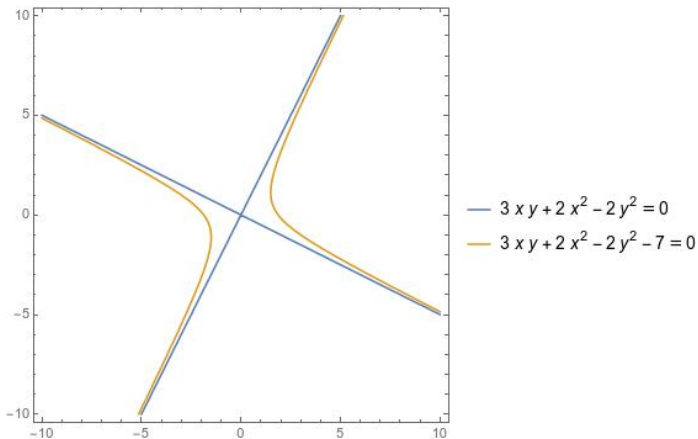
Outline

Повторение

Кривые второго порядка на плоскости

Общий вид
уравнения

Классификация
кривых второго
порядка



1

```
ContourPlot[{2x^2+3x y-2y^2==0,2x^2+3x y-2y^2-7==0},{x  
, -10,10},{y, -10,10},PlotLegends->"Expressions"]
```


Определение типа кривой

Outline

Повторение

Кривые
второго
порядка на
плоскости

Общий вид
уравнения

Классификация
кривых второго
порядка

Пусть $a_{11} \neq 0$, тогда получим:

$$\begin{aligned} F(x, y) &= a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 = \\ &= a_{11} \left(x + \frac{a_{12}}{a_{11}}y \right)^2 + \left(a_{22} - \frac{a_{12}^2}{a_{11}} \right) y^2, \end{aligned} \quad (3)$$

далее делаем замену координат

$$\begin{cases} x' = x + \frac{a_{12}}{a_{11}}y \\ y' = y \end{cases} \quad F(x', y') = a_{11}x'^2 + \left(a_{22} - \frac{a_{12}^2}{a_{11}} \right) y'^2 \quad (4)$$

Примеры

Outline

Повторение

Кривые
второго
порядка на
плоскости

Общий вид
уравнения

Классификация
кривых второго
порядка

$$2x^2 + 3xy - 2y^2 - x + y - 3 = 0$$

$$\begin{aligned} F(x, y) &= 2x^2 + 3xy - 2y^2 = 2 \left(x + \frac{3}{2}y \right)^2 - \left(2 + \frac{9}{2} \right) y^2 \\ &= 2x'^2 - \frac{13}{2}y'^2, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} x' &= x + \frac{3}{2}y & x &= x' - \frac{3}{2}y' \\ y' &= y & y &= y' \end{aligned} \quad (6)$$

Примеры

Outline

Повторение

Кривые второго порядка на плоскости

Общий вид
уравнения

Классификация
кривых второго
порядка

$$2x'^2 - \frac{13}{2}y'^2 - \left(x' - \frac{3}{2}y'\right) + y' - 3 =$$
$$2\left(x' - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{2}\left(y' - \frac{5}{26}\right)^2 - \frac{339}{104}.$$

отсюда видно, что заданная кривая, это гипербола. В случае, если $a_{11} = a_{22} = 0$, то сначала можно сделать замену $y = x + y'$

$$xy = 1 \quad \begin{matrix} x = x' \\ y = x' + y' \end{matrix} \implies x'(x' + y') = x'^2 + x'y' = 1$$