

日期: /

可导必连续的证明.

函数连续的增量表达式:  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$

由于函数可导则

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0)$$

若  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = A$  则  $f(x) \neq A$

但  $f(x) = A + o(x)$

无取极限时可以写成  
极限值 + 无穷小量.

$$\text{故 } \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0) \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0) + o(\Delta x)$$

$$\Rightarrow \Delta y = f'(x_0) \cdot \Delta x + o(\Delta x) \cdot \Delta x$$

此时当  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$

即  $f(x)$  在  $x_0$  处连续.



日期:

可得推论.

若  $y = f(x)$  在点  $x_0$  处可导, 则在  $x_0$  的邻域

内有:  $\Delta y = f'(x_0) \Delta x + o(\Delta x) - \Delta x$

其中  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} o(\Delta x) = 0$

但是连续未必可导.

例  $f(x) = |x|$  在  $x=0$  连续, 但不可导.

涉及到了连续性的证明!