technische universität
dortmund

Qualitative Semantiken für DAGs -ein Vergleich von OCF- und CP-Netzwerken

Bachelor-Abschlussvortrag

Matthias Fey
25. November 2013

Inhaltsverzeichnis

Motivation

Motivation

- Repräsentation von Wissen durch *gerichtete azyklische Graphen* (*DAGs*)
- Ereignissen werden in Abhängigkeit vom Eintreten ihrer Eltern-Ereignisse *Plausibilitätsgrade* zugeordnet.

Motivation

- Repräsentation von Wissen durch *gerichtete azyklische Graphen* (*DAGs*)
- Ereignissen werden in Abhängigkeit vom Eintreten ihrer Eltern-Ereignisse *Plausibilitätsgrade* zugeordnet.
- In der Wahrscheinlichkeitstheorie werden dazu bspw. *Bayessche Netze* verwendet.
- Wir lernen zwei qualitative Ansätze kennen, *OCF- und CP-Netzwerke*.

Grundlagen

Grundlagen

- Sei $\mathcal{L}$ eine *aussagenlogische Sprache* über einer Menge von Variablen Σ.

Grundlagen

- Sei $\mathcal{L}$ eine *aussagenlogische Sprache* über einer Menge von Variablen Σ.
- Eine Belegung $x \in Asst(\mathcal{X})$ von Variablen $\mathcal{X} \subseteq \Sigma$ interpretieren wir als Vollkonjunktion von Literalen über $\mathcal{X}$.
- Belegungen über $Asst(\Sigma) := \Omega$ nennen wir mögliche Welten ω.

Grundlagen

- Sei $\mathcal{L}$ eine *aussagenlogische Sprache* über einer Menge von Variablen Σ.
- Eine Belegung $x \in Asst(\mathcal{X})$ von Variablen $\mathcal{X} \subseteq \Sigma$ interpretieren wir als Vollkonjunktion von Literalen über $\mathcal{X}$.
- Belegungen über $Asst(\Sigma) := \Omega$ nennen wir mögliche Welten ω.
- Ein *Konditional* $(G|F)$ für Formeln $F, G \in \mathcal{L}$ beschreibt die unsichere Regel: „Wenn F gilt, dann normalerweise auch G."

OCF-Netzwerke

Ordinale konditionale Funktionen

Definition (OCF [Spo12])

Eine *OCF* ist eine Funktion $\kappa : \Omega \to \mathbb{N}_0^\infty$, sodass $\kappa^{-1}(0) \neq \emptyset$.

- Eine Welt erscheint umso plausibler, je kleiner ihr Rang ist.

Ordinale konditionale Funktionen

Definition (OCF [Spo12])

Eine *OCF* ist eine Funktion $\kappa : \Omega \to \mathbb{N}_0^\infty$, sodass $\kappa^{-1}(0) \neq \varnothing$.

- Eine Welt erscheint umso plausibler, je kleiner ihr Rang ist.

Beispiel

- P: Pinguin
- B: Vogel
- F: fliegen

$$
\begin{array}{l|l}
\kappa(\omega) = 4 & p\overline{b}f \\
\kappa(\omega) = 2 & pbf,\ p\,\overline{b}\,\overline{f} \\
\kappa(\omega) = 1 & pb\overline{f},\ \overline{p}b\overline{f} \\
\kappa(\omega) = 0 & \overline{p}bf,\ \overline{p}\,\overline{b}f,\ \overline{p}\,\overline{b}\,\overline{f}
\end{array}
$$

Ordinale konditionale Funktionen

Definition (OCF [Spo12])

Eine *OCF* ist eine Funktion $\kappa : \Omega \to \mathbb{N}_0^\infty$, sodass $\kappa^{-1}(0) \neq \varnothing$.

- Eine Welt erscheint umso plausibler, je kleiner ihr Rang ist.

Beispiel

- P: Pinguin
- B: Vogel
- F: fliegen

$$
\begin{array}{l|l}
\kappa(\omega) = 4 & p\overline{b}f \\
\kappa(\omega) = 2 & pbf,\ p\overline{b}\,\overline{f} \\
\kappa(\omega) = 1 & pb\overline{f},\ \overline{p}b\overline{f} \\
\kappa(\omega) = 0 & \overline{p}bf,\ \overline{p}\,\overline{b}f,\ \overline{p}\,\overline{b}\,\overline{f}
\end{array}
$$

Definition ([Spo12])

Seien $F, G \in \mathcal{L}$.

$$\kappa(F) = min\{\kappa(\omega) \mid \omega \models F\}$$

$$\kappa(G|F) = \kappa(F \wedge G) - \kappa(F)$$

OCF-Netzwerke

Definition (OCF-Netzwerk [KIE13])

Ein DAG $\Gamma = (\Sigma, \mathcal{E}, \{\kappa_V\}_{V\in\Sigma})$ ist ein *OCF-Netzwerk*, falls für jeden Knoten $V \in \Sigma$ eine *lokale Rangtabelle* $\kappa_V(V|pa(V))$ für jede mögliche Belegung von V und $pa(V)$ existiert.

OCF-Netzwerke

Definition (OCF-Netzwerk [KIE13])

Ein DAG $\Gamma = (\Sigma, \mathcal{E}, \{\kappa_V\}_{V \in \Sigma})$ ist ein *OCF-Netzwerk*, falls für jeden Knoten $V \in \Sigma$ eine *lokale Rangtabelle* $\kappa_V(V|pa(V))$ für jede mögliche Belegung von V und $pa(V)$ existiert.

Die lokalen Ränge müssen *normalisiert* sein, also $\kappa_V(v|pa(V)) = 0$ oder $\kappa_V(\overline{v}|pa(V)) = 0$ für jede Belegung von $pa(V)$.

OCF-Netzwerke

Definition (OCF-Netzwerk [KIE13])

Ein DAG $\Gamma = (\Sigma, \mathcal{E}, \{\kappa_V\}_{V \in \Sigma})$ ist ein *OCF-Netzwerk*, falls für jeden Knoten $V \in \Sigma$ eine *lokale Rangtabelle* $\kappa_V(V|pa(V))$ für jede mögliche Belegung von V und $pa(V)$ existiert.

Die lokalen Ränge müssen *normalisiert* sein, also $\kappa_V(v|pa(V)) = 0$ oder $\kappa_V(\overline{v}|pa(V)) = 0$ für jede Belegung von $pa(V)$.

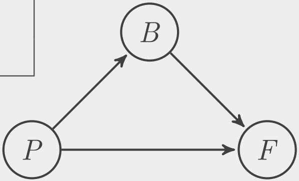
Definition (0-1-basiertes OCF-Netzwerk)

Ein OCF-Netzwerk Γ ist genau dann 0-1-*basiert*, wenn $\kappa_V(V|pa(V)) \leq 1$ für jede Belegung von V und $pa(V)$.

Beispiel ([KIE13])

$B\|P$	$\kappa_B(B\|P)$
$b\|p$	0
$\overline{b}\|p$	1
$b\|\overline{p}$	0
$\overline{b}\|\overline{p}$	0

P	$\kappa_P(P)$
p	1
$\overline{p}$	0



$F\|PB$	$\kappa_F(F\|BP)$
$f\|bp$	1
$\overline{f}\|bp$	0
$f\|b\overline{p}$	0
$\overline{f}\|b\overline{p}$	1
$f\|\overline{b}p$	2
$\overline{f}\|\overline{b}p$	0
$f\|\overline{b}\overline{p}$	0
$\overline{f}\|\overline{b}\overline{p}$	0

Stratifikation

- Aus den einzelnen Rangfunktionen kann eine globale Rangfunktion über *Stratifikation* gewonnen werden:

Stratifikation

- Aus den einzelnen Rangfunktionen kann eine globale Rangfunktion über *Stratifikation* gewonnen werden:

Definition (Stratifikation [GP96])

Eine OCF κ ist genau dann *stratifiziert*, wenn für jede mögliche Welt $\omega \in \Omega$ gilt:

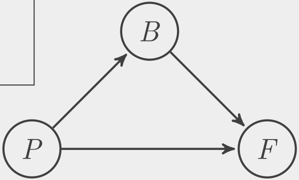
$$\kappa(\omega) = \sum_{V \in \Sigma} \kappa_V(V(\omega) | pa(V)(\omega)),$$

wobei $V(\omega)$ bzw. $pa(V)(\omega)$ die Variablen durch ihr Literal aus ω ersetzen.

Beispiel ([KIE13])

$B \mid P$	$\kappa_B(B \mid P)$
$b \mid p$	0
$\overline{b} \mid p$	1
$b \mid \overline{p}$	0
$\overline{b} \mid \overline{p}$	0

P	$\kappa_P(P)$
p	1
$\overline{p}$	0

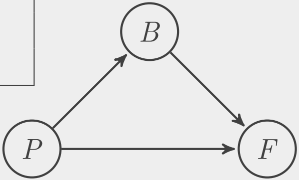


$F \mid PB$	$\kappa_F(F \mid BP)$
$f \mid bp$	1
$\overline{f} \mid bp$	0
$f \mid b\overline{p}$	0
$\overline{f} \mid b\overline{p}$	1
$f \mid \overline{b}p$	2
$\overline{f} \mid \overline{b}p$	0
$f \mid \overline{b}\overline{p}$	0
$\overline{f} \mid \overline{b}\overline{p}$	0

Beispiel ([KIE13])

$B \mid P$	$\kappa_B(B \mid P)$
$b \mid p$	0
$\overline{b} \mid p$	1
$b \mid \overline{p}$	0
$\overline{b} \mid \overline{p}$	0

P	$\kappa_P(P)$
p	1
$\overline{p}$	0



$F \mid PB$	$\kappa_F(F \mid BP)$
$f \mid bp$	1
$\overline{f} \mid bp$	0
$f \mid b\overline{p}$	0
$\overline{f} \mid b\overline{p}$	1
$f \mid \overline{b}p$	2
$\overline{f} \mid \overline{b}p$	0
$f \mid \overline{b}\overline{p}$	0
$\overline{f} \mid \overline{b}\overline{p}$	0

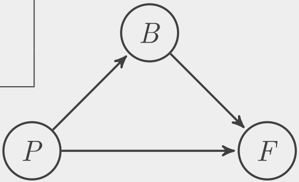
Berechne stratifizierte Rangfunktion κ:

z.B.: $\kappa(pbf) = \kappa_P(p) + \kappa_B(b \mid p) + \kappa_F(f \mid bp) = 1 + 0 + 1 = 2$

Beispiel ([KIE13])

$B\|P$	$\kappa_B(B\|P)$
$b\|p$	0
$\overline{b}\|p$	1
$b\|\overline{p}$	0
$\overline{b}\|\overline{p}$	0

P	$\kappa_P(P)$
p	1
$\overline{p}$	0



$F\|PB$	$\kappa_F(F\|BP)$
$f\|bp$	1
$\overline{f}\|bp$	0
$f\|b\overline{p}$	0
$\overline{f}\|b\overline{p}$	1
$f\|\overline{b}p$	2
$\overline{f}\|\overline{b}p$	0
$f\|\overline{b}\overline{p}$	0
$\overline{f}\|\overline{b}\overline{p}$	0

Berechne stratifizierte Rangfunktion κ:

z.B.: $\kappa(pbf) = \kappa_P(p) + \kappa_B(b|p) + \kappa_F(f|bp) = 1 + 0 + 1 = 2$

ω	$\overline{p}bf$	$\overline{p}\overline{b}f$	$\overline{p}\overline{b}\overline{f}$	$\overline{p}b\overline{f}$	$pb\overline{f}$	pbf	$p\overline{b}\overline{f}$	$p\overline{b}f$
$\kappa(\omega)$	0	0	0	1	1	2	2	4

CP-Netzwerke

Ceteris paribus Präferenzen

Beispiel (ceteris paribus [BBD+04])

- „Ein runder Tisch ist besser als ein eckiger."
- Wir präferieren einen runden Tisch vor einem eckigen, falls sie sich in anderen Eigenschaften wie Preis, Höhe und Material nicht großartig unterscheiden.
- *ceteris paribus* oder *everything else being equal*

Ceteris paribus Präferenzen

Beispiel (ceteris paribus [BBD+04])

- „Ein runder Tisch ist besser als ein eckiger.“
- Wir präferieren einen runden Tisch vor einem eckigen, falls sie sich in anderen Eigenschaften wie Preis, Höhe und Material nicht großartig unterscheiden.
- *ceteris paribus* oder *everything else being equal*

- Eine Präferenzrelation $\prec$ gibt eine strikte Ordnung der Belegungen von $Asst(\mathcal{X})$ mit $\mathcal{X} \subseteq \Sigma$ an.
- $x_1 \prec x_2$ genau dann, wenn x_1 vor x_2 präferiert wird.

CP-Netzwerke

Definition (CP-Netzwerk [BBD+04])

Ein DAG $\Gamma = (\Sigma, \mathcal{E}, \{CPT(V)\}_{V \in \Sigma})$ ist ein *CP-Netzwerk*, falls für jeden Knoten $V \in \Sigma$ eine *konditionale Präferenztabelle* $CPT(V)$ existiert, die eine Präferenzrelation $\prec_p$ der Belegungen von V für jede Belegung p von $pa(V)$ angibt.

CP-Netzwerke

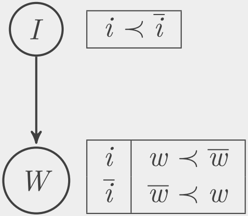
Definition (CP-Netzwerk [BBD+04])

Ein DAG $\Gamma = (\Sigma, \mathcal{E}, \{CPT(V)\}_{V \in \Sigma})$ ist ein *CP-Netzwerk*, falls für jeden Knoten $V \in \Sigma$ eine *konditionale Präferenztabelle* $CPT(V)$ existiert, die eine Präferenzrelation $\prec_p$ der Belegungen von V für jede Belegung p von $pa(V)$ angibt.

- Angabe der Präferenzen eines Knotens, die nur durch seine Elternknoten beeinflusst werden (*ceteris paribus*)

Beispiel (Mein Abendessen)

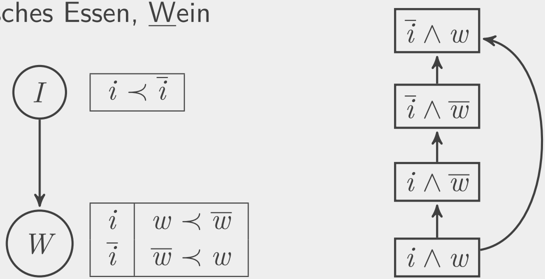
- Italienisches Essen, Wein



a) CP-Netzwerk

Beispiel (Mein Abendessen)

- Italienisches Essen, Wein



a) CP-Netzwerk b) induzierter Präferenzgraph

- Eine Kante existiert zwischen Welten, die sich nur in einem Literal unterscheiden
- Die Präferenz dieser Welten ist in der CPT wegen *ceteris paribus* gegeben. Dann gilt $\omega \prec \omega' \Leftrightarrow (\omega, \omega') \in \mathcal{E}'$

CP-Netzwerke

Definition (Erfüllbarkeit [BBD+04])

Sei Γ ein CP-Netzwerk und sei Γ' der induzierte Präferenzgraph von Γ. Eine Präferenzrelation $\prec$ auf Ω *erfüllt* Γ genau dann, wenn $\prec$ eine topologische Sortierung von Γ' repräsentiert.

Ein CP-Netzwerk ist genau dann *erfüllbar*, wenn eine Präferenzrelation $\prec$ existiert, die es erfüllt.

CP-Netzwerke

Definition (Erfüllbarkeit [BBD+04])

Sei Γ ein CP-Netzwerk und sei Γ' der induzierte Präferenzgraph von Γ. Eine Präferenzrelation $\prec$ auf Ω *erfüllt* Γ genau dann, wenn $\prec$ eine topologische Sortierung von Γ' repräsentiert.

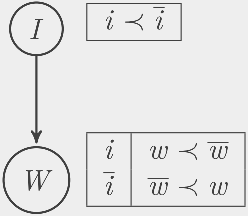
Ein CP-Netzwerk ist genau dann *erfüllbar*, wenn eine Präferenzrelation $\prec$ existiert, die es erfüllt.

Theorem ([BBD+04])

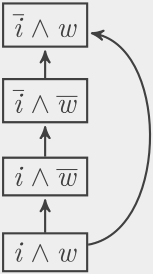
Jedes CP-Netzwerk ist erfüllbar.

Beispiel (Mein Abendessen)

- Italienisches Essen, Wein



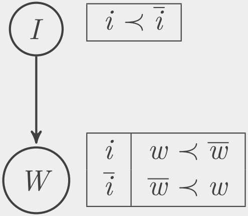
a) CP-Netzwerk



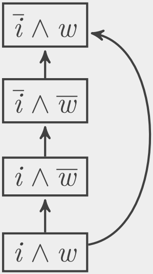
b) induzierter Präferenzgraph

Beispiel (Mein Abendessen)

- Italienisches Essen, Wein



a) CP-Netzwerk



b) induzierter Präferenzgraph

- induzierter Präferenzgraph hat genau eine topologische Sortierung
- $iw \prec i\,\overline{w} \prec \overline{i}\,\overline{w} \prec \overline{i}w$ einzige Präferenzrelation, die CP-Netzwerk erfüllt

CP-Netzwerke

- Es können mehrere Präferenzrelationen existieren, die ein CP-Netzwerk erfüllen.
- Folgerungen aus einem CP-Netzwerk können demnach nur gezogen werden, wenn sie in allen Präferenzrelationen gelten, die es erfüllen.

CP-Netzwerke

- Es können mehrere Präferenzrelationen existieren, die ein CP-Netzwerk erfüllen.
- Folgerungen aus einem CP-Netzwerk können demnach nur gezogen werden, wenn sie in allen Präferenzrelationen gelten, die es erfüllen.

Definition (Präferenzielle Folgebeziehung [BBD+04])

Sei Γ ein CP-Netzwerk und $\omega, \omega' \in \Omega$. Aus Γ folgt $\omega \prec \omega'$, in Zeichen $\omega \prec_\Gamma \omega'$, genau dann, wenn $\omega \prec \omega'$ in jeder Präferenzrelation $\prec$, die Γ erfüllt.

Vergleich der qualitativen Semantiken von OCF- und CP-Netzwerken

Umwandlung: CP-Netzwerk nach OCF-Netzwerk

Umwandlung: CP-Netzwerk nach OCF-Netzwerk

- Idee: Drücke Präferenz durch Ränge 0 und 1 aus

Umwandlung: CP-Netzwerk nach OCF-Netzwerk

- Idee: Drücke Präferenz durch Ränge 0 und 1 aus

Theorem

Sei $\Gamma = (\Sigma, \mathcal{E}, \{CPT(V)\}_{V \in \Sigma})$ *ein CP-Netzwerk. Dann ist* $\Gamma' = (\Sigma, \mathcal{E}, \{\kappa_V\}_{V \in \Sigma})$ *ein* 0-1-*basiertes OCF-Netzwerk, wobei*

$$\kappa_V(v|p) := 0 \text{ und } \kappa_V(\overline{v}|p) := 1, \text{ falls } v \prec_p \overline{v}$$

$$\kappa_V(v|p) := 1 \text{ und } \kappa_V(\overline{v}|p) := 0, \text{ sonst}$$

für alle $V \in \Sigma$ *alle Belegungen* p *von* $pa(V)$.

Umwandlung: OCF-Netzwerk nach CP-Netzwerk

Umwandlung: OCF-Netzwerk nach CP-Netzwerk

- Problem: $\kappa_V(v|p) = \kappa_V(\overline{v}|p) = 0$ nicht ausgeschlossen

Umwandlung: OCF-Netzwerk nach CP-Netzwerk

- Problem: $\kappa_V(v|p) = \kappa_V(\overline{v}|p) = 0$ nicht ausgeschlossen
- Einschränkung von OCF-Netzwerken:

$$\kappa_V(v|p) \neq \kappa_V(\overline{v}|p) \tag{1}$$

für alle $V \in \Sigma$ und alle Belegungen p von $pa(V)$

Umwandlung: OCF-Netzwerk nach CP-Netzwerk

- Problem: $\kappa_V(v|p) = \kappa_V(\overline{v}|p) = 0$ nicht ausgeschlossen
- Einschränkung von OCF-Netzwerken:

$$\kappa_V(v|p) \neq \kappa_V(\overline{v}|p) \tag{1}$$

für alle $V \in \Sigma$ und alle Belegungen p von $pa(V)$

Theorem

Sei $\Gamma = (\Sigma, \mathcal{E}, \{\kappa_V\}_{V \in \Sigma})$ ein OCF-Netzwerk mit Einschränkung (1). Dann ist $\Gamma' = (\Sigma, \mathcal{E}, \{CPT(V)\}_{V \in \Sigma})$ ein CP-Netzwerk, wobei

$$v \prec_p \overline{v} \text{ genau dann, wenn } \kappa_V(v|p) < \kappa_V(\overline{v}|p)$$

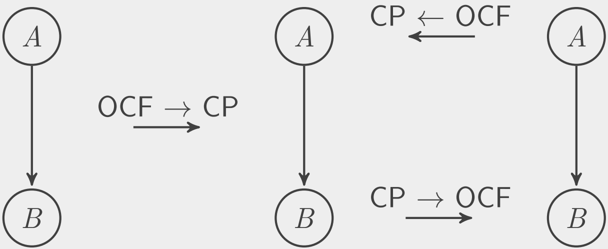
für alle $V \in \Sigma$ alle Belegungen p von $pa(V)$.

Beispiel

A	$\kappa_A(A)$
a	0
$\overline{a}$	2

$a \prec \overline{a}$

A	$\kappa_A(A)$
a	0
$\overline{a}$	1



$B \mid A$	$\kappa_B(B \mid A)$
$b \mid a$	0
$\overline{b} \mid a$	1
$b \mid \overline{a}$	3
$\overline{b} \mid \overline{a}$	0

a	$b \prec \overline{b}$
$\overline{a}$	$\overline{b} \prec b$

$B \mid A$	$\kappa_B(B \mid A)$
$b \mid a$	0
$\overline{b} \mid a$	1
$b \mid \overline{a}$	1
$\overline{b} \mid \overline{a}$	0

Stratifikation in CP-Netzwerken

Stratifikation in CP-Netzwerken

- Ziel: Eindeutige Stratifikation bzw. Schichtung der Präferenzen $\prec_\Gamma$ eines CP-Netzwerks wie bei OCF-Netzwerken

Stratifikation in CP-Netzwerken

- Ziel: Eindeutige Stratifikation bzw. Schichtung der Präferenzen $\prec_\Gamma$ eines CP-Netzwerks wie bei OCF-Netzwerken
- Präferenzrelation $\preceq$ benötigt, die *Indifferenz* bzw. *Gleichgültigkeit* ausdrückt und Eigenschaften der „kleiner-gleich"-Relation besitzt

Stratifikation in CP-Netzwerken

- <u>Ziel:</u> Eindeutige Stratifikation bzw. Schichtung der Präferenzen $\prec_\Gamma$ eines CP-Netzwerks wie bei OCF-Netzwerken
- Präferenzrelation $\preceq$ benötigt, die *Indifferenz* bzw. *Gleichgültigkeit* ausdrückt und Eigenschaften der „kleiner-gleich“-Relation besitzt
- Präferenzrelation mit Indifferenz $\preceq$:

$x_1 \preceq x_2$ genau dann, wenn
$x_1 \sim x_2$ oder $x_1 \prec x_2$ genau dann, wenn
x_1 vor x_2 oder x_1 gleichermaßen wie x_2 präferiert wird

Stratifikation in CP-Netzwerken

Definition (Stratifizierte Präferenzrelation $\preceq_s$)

- Sei Γ ein CP-Netzwerk.
- $\mathcal{X}_1, ..., \mathcal{X}_n$ geordnete, disjunkte Teilmengen von Ω, sodass $\mathcal{X}_1 \cup ... \cup \mathcal{X}_n = \Omega$
- $\preceq_s$ Präferenzrelation, sodass $\omega \sim_s \omega'$ für alle $\omega, \omega' \in \mathcal{X}_i$ und $\omega \prec_s \omega'$ für alle $\omega \in \mathcal{X}_i,\ \omega' \in \mathcal{X}_j,\ i < j$

Stratifikation in CP-Netzwerken

Definition (Stratifizierte Präferenzrelation $\preceq_s$)

- Sei Γ ein CP-Netzwerk.
- $\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_n$ geordnete, disjunkte Teilmengen von Ω, sodass $\mathcal{X}_1 \cup \dots \cup \mathcal{X}_n = \Omega$
- $\preceq_s$ Präferenzrelation, sodass $\omega \sim_s \omega'$ für alle $\omega, \omega' \in \mathcal{X}_i$ und $\omega \prec_s \omega'$ für alle $\omega \in \mathcal{X}_i,\ \omega' \in \mathcal{X}_j,\ i < j$

$\preceq_s$ ist genau dann *stratifiziert zu* Γ, wenn für alle $\omega \in \mathcal{X}_i$ und alle $\omega' \in \mathcal{X}_j$, $i < j$ gilt, dass $\omega \prec_\Gamma \omega'$

Stratifikation in CP-Netzwerken

Definition (Stratifizierte Präferenzrelation $\preceq_s$)

- Sei Γ ein CP-Netzwerk.
- $\mathcal{X}_1, \ldots, \mathcal{X}_n$ geordnete, disjunkte Teilmengen von Ω, sodass $\mathcal{X}_1 \cup \ldots \cup \mathcal{X}_n = \Omega$
- $\preceq_s$ Präferenzrelation, sodass $\omega \sim_s \omega'$ für alle $\omega, \omega' \in \mathcal{X}_i$ und $\omega \prec_s \omega'$ für alle $\omega \in \mathcal{X}_i,\ \omega' \in \mathcal{X}_j,\ i < j$

$\preceq_s$ ist genau dann *stratifiziert zu* Γ, wenn für alle $\omega \in \mathcal{X}_i$ und alle $\omega' \in \mathcal{X}_j$, $i < j$ gilt, dass $\omega \prec_\Gamma \omega'$

und alle $\mathcal{X}_i$ minimal sind, d. h. es gibt keine Teilmenge $\mathcal{X} \subseteq \mathcal{X}_i$, sodass $\mathcal{X}_1, \ldots X, \mathcal{X}_i \setminus \mathcal{X}, \ldots \mathcal{X}_n$ gültige Stratifikation.

Beispiel

- Ein CP-Netzwerk habe 2 Präferenzrelationen, die es erfüllen:

$$abc \prec ab\overline{c} \prec a\overline{b}\overline{c} \prec \begin{matrix} a\overline{b}c \prec \overline{a}\overline{b}\overline{c} \\ \overline{a}\overline{b}\overline{c} \prec a\overline{b}c \end{matrix} \prec \overline{a}\overline{b}c \prec \overline{a}bc \prec \overline{a}b\overline{c}$$

Beispiel

- Ein CP-Netzwerk habe 2 Präferenzrelationen, die es erfüllen:

$$abc \prec ab\overline{c} \prec a\overline{b}\overline{c} \prec \begin{array}{c} a\overline{b}c \prec \overline{a}\overline{b}\overline{c} \\ \overline{a}\overline{b}\overline{c} \prec a\overline{b}c \end{array} \prec \overline{a}\overline{b}c \prec \overline{a}bc \prec \overline{a}b\overline{c}$$

- Stratizierte Präferenzrelation $\preceq_s$:

$$abc \prec_s ab\overline{c} \prec_s a\overline{b}\,\overline{c} \prec_s a\overline{b}c \sim_s \overline{a}\overline{b}\overline{c} \prec_s \overline{a}\overline{b}c \prec_s \overline{a}bc \prec_s \overline{a}b\overline{c}$$

Beispiel

- Ein CP-Netzwerk habe 2 Präferenzrelationen, die es erfüllen:

$$abc \prec ab\overline{c} \prec a\overline{b}\overline{c} \prec \begin{array}{c} a\overline{b}c \prec \overline{a}\overline{b}\overline{c} \\ \overline{a}\overline{b}\overline{c} \prec a\overline{b}c \end{array} \prec \overline{a}\overline{b}c \prec \overline{a}bc \prec \overline{a}b\overline{c}$$

- Stratizierte Präferenzrelation $\preceq_s$:

$$abc \prec_s ab\overline{c} \prec_s a\overline{b}\,\overline{c} \prec_s a\overline{b}c \sim_s \overline{a}\overline{b}\overline{c} \prec_s \overline{a}\overline{b}c \prec_s \overline{a}bc \prec_s \overline{a}b\overline{c}$$

Theorem

Eine stratifizierte Präferenrelation $\preceq_s$ zu einem CP-Netzwerk Γ existiert immer und ist eindeutig.

Beispiel

- Ein CP-Netzwerk habe 2 Präferenzrelationen, die es erfüllen:

$$abc \prec ab\overline{c} \prec a\overline{b}\overline{c} \prec \begin{array}{c} a\overline{b}c \prec \overline{a}\overline{b}\overline{c} \\ \overline{a}\overline{b}\overline{c} \prec a\overline{b}c \end{array} \prec \overline{a}\overline{b}c \prec \overline{a}bc \prec \overline{a}b\overline{c}$$

- Stratizierte Präferenzrelation $\preceq_s$:

$$abc \prec_s ab\overline{c} \prec_s a\overline{b}\,\overline{c} \prec_s a\overline{b}c \sim_s \overline{a}\overline{b}\overline{c} \prec_s \overline{a}\overline{b}c \prec_s \overline{a}bc \prec_s \overline{a}b\overline{c}$$

Theorem

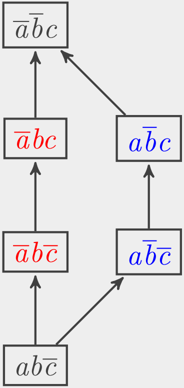
Eine stratifizierte Präferenrelation $\preceq_s$ zu einem CP-Netzwerk Γ existiert immer und ist eindeutig.

- Algorithmus zur Erstellung von $\preceq_s$ in der Arbeit gegeben

- Präferenzen in $\prec_\Gamma$ können in $\preceq_s$ verloren gehen:

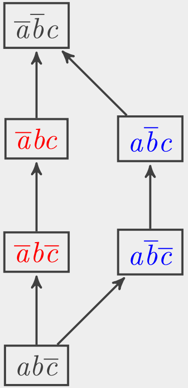
- Präferenzen in $\prec_\Gamma$ können in $\preceq_s$ verloren gehen:

Beispiel



- Präferenzen in $\prec_\Gamma$ können in $\preceq_s$ verloren gehen:

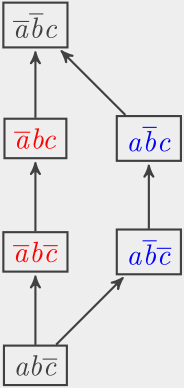
Beispiel



- liefert 4 topologische Sortierungen

- Präferenzen in $\prec_\Gamma$ können in $\preceq_s$ verloren gehen:

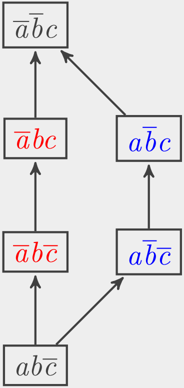
Beispiel



- liefert 4 topologische Sortierungen
- Es gilt $\overline{a}b\overline{c} \prec_\Gamma \overline{a}bc$ und $a\overline{b}\overline{c} \prec_\Gamma a\overline{b}c$

- Präferenzen in $\prec_\Gamma$ können in $\preceq_s$ verloren gehen:

Beispiel



- liefert 4 topologische Sortierungen
- Es gilt $\overline{a}b\overline{c} \prec_\Gamma \overline{a}bc$ und $a\overline{b}\overline{c} \prec_\Gamma a\overline{b}c$
- In der stratifizierten Präferenzrelation sind die 4 Belegungen aber dennoch indifferent, denn $\overline{a}b\overline{c} \sim a\overline{b}\overline{c} \prec \overline{a}bc \sim a\overline{b}c$ keine gültige Stratifikation

Vergleich der Präferenzen/Plausibilitäten

Vergleich der Präferenzen/Plausibilitäten

- generell nicht vergleichbar, da die Höhe der Ränge in OCF-Netzwerken starke Auswirkungen auf die Plausibilitäten des Netzwerks haben

Vergleich der Präferenzen/Plausibilitäten

- generell nicht vergleichbar, da die Höhe der Ränge in OCF-Netzwerken starke Auswirkungen auf die Plausibilitäten des Netzwerks haben
- Beschränkung auf 0-1-basierte OCF-Netzwerke?

Vergleich der Präferenzen/Plausibilitäten

- generell nicht vergleichbar, da die Höhe der Ränge in OCF-Netzwerken starke Auswirkungen auf die Plausibilitäten des Netzwerks haben
- Beschränkung auf 0-1-basierte OCF-Netzwerke?
  - Betrachte Welten, die sich nur in einem Literal unterscheiden
  - CP-Netzwerk: Präferenz der Welten kann in der CPT abgelesen werden
  - OCF-Netzwerk: Ränge der Kinder-Konditionale haben ebenso Einfluss auf die Plausibilitäten der Welten

Vergleich der Präferenzen/Plausibilitäten

- generell nicht vergleichbar, da die Höhe der Ränge in OCF-Netzwerken starke Auswirkungen auf die Plausibilitäten des Netzwerks haben
- Beschränkung auf 0-1-basierte OCF-Netzwerke?
  - Betrachte Welten, die sich nur in einem Literal unterscheiden
  - CP-Netzwerk: Präferenz der Welten kann in der CPT abgelesen werden
  - OCF-Netzwerk: Ränge der Kinder-Konditionale haben ebenso Einfluss auf die Plausibilitäten der Welten
- Idee: Mache die Ränge der Kinder-Konditionale unwichtig für die Plausibilitäten dieser Welten.

Vergleich der Präferenzen/Plausibilitäten

Definition (CP-unabhängiges OCF-Netzwerk)

Sei $\Gamma = (\Sigma, \mathcal{E}, \{\kappa_V\}_{V \in \Sigma})$ ein OCF-Netzwerk. Γ ist genau dann *CP-unabhängig*, falls für alle $V \in \Sigma$, $\dot{v} \in \{v, \overline{v}\}$, p Belegung von $pa(V)$ gilt:

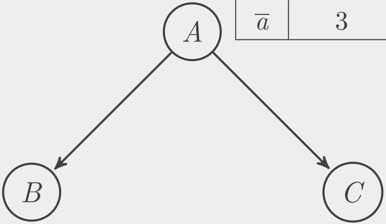
$$\kappa_V(\dot{v}|p) > \sum_{Y \in ch(V)} \max\{\kappa_Y(Y(\omega)|pa(Y)(\omega)) \mid \omega \in \Omega\},$$

falls $\kappa_V(\dot{v}|p) > 0$.

- Die Ränge ungleich 0 eines Knotens sind stets höher als die Aufsummierung der höchsten Ränge in den Kinderknoten.

Beispiel

A	$\kappa_A(A)$
a	0
$\overline{a}$	3

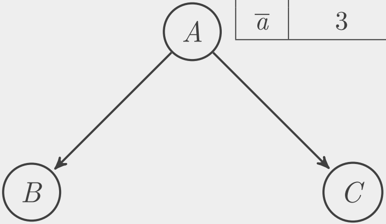


$B\|A$	$\kappa_B(B\|A)$
$b\|a$	1
$\overline{b}\|a$	0
$b\|\overline{a}$	0
$\overline{b}\|\overline{a}$	1

$C\|A$	$\kappa_C(C\|A)$
$c\|a$	0
$\overline{c}\|a$	1
$c\|\overline{a}$	1
$\overline{c}\|\overline{a}$	0

Beispiel

A	$\kappa_A(A)$
a	0
$\overline{a}$	3



$B \mid A$	$\kappa_B(B \mid A)$
$b \mid a$	1
$\overline{b} \mid a$	0
$b \mid \overline{a}$	0
$\overline{b} \mid \overline{a}$	1

$C \mid A$	$\kappa_C(C \mid A)$
$c \mid a$	0
$\overline{c} \mid a$	1
$c \mid \overline{a}$	1
$\overline{c} \mid \overline{a}$	0

Theorem

Sei Γ_1 ein CP-unabhängiges OCF-Netzwerk mit stratifizierter Rangfunktion κ. Sei Γ_2 ein aus Γ_1 entstehendes CP-Netzwerk. Dann gilt für alle Welten $\omega_1, \omega_2 \in \Omega$:

$$\text{Aus } \omega_1 \prec_{\Gamma_2} \omega_2 \text{ folgt } \kappa(\omega_1) < \kappa(\omega_2)$$

Fazit

Fazit

- Umwandlung der Netzwerke mit Einschränkungen möglich, Höhe der Ränge geht dabei verloren

Fazit

- Umwandlung der Netzwerke mit Einschränkungen möglich, Höhe der Ränge geht dabei verloren
- Ähnlich zur stratifizierten Rangfunktion lässt sich eine stratifizierte Präferenzrelation gewinnen, ggf. Verlust von Präferenzen

Fazit

- Umwandlung der Netzwerke mit Einschränkungen möglich, Höhe der Ränge geht dabei verloren
- Ähnlich zur stratifizierten Rangfunktion lässt sich eine stratifizierte Präferenzrelation gewinnen, ggf. Verlust von Präferenzen
- Vergleich von Präferenzen/Plausibilitäten schwierig, mit Hilfe von CP-unabhängigen OCF-Netzwerken werden alle Präferenzen eines CP-Netzwerks übertragen

Fazit

- Umwandlung der Netzwerke mit Einschränkungen möglich, Höhe der Ränge geht dabei verloren
- Ähnlich zur stratifizierten Rangfunktion lässt sich eine stratifizierte Präferenzrelation gewinnen, ggf. Verlust von Präferenzen
- Vergleich von Präferenzen/Plausibilitäten schwierig, mit Hilfe von CP-unabhängigen OCF-Netzwerken werden alle Präferenzen eines CP-Netzwerks übertragen
- Weitere untersuchte Aspekte:
  - CP-Netzwerke mit Indifferenz und deren Vergleich zu OCF-Netzwerken

Literatur

- C. Boutilier, R. I. Brafman, C. Domshlak, H. H. Hoos, and D. Poole. ***Cp-nets: A Tool for Representing and Reasoning with Conditional Ceteris Paribus Preference Statements*, volume 21, pages 135–191.** Journal of Artifical Intelligence Research, 2004.
- M. Goldszmidt and J. Pearl. ***Qualitative probabilities for default reasoning, belief revision, and causal modeling*, volume 84, pages 57–112.** Artificial Intelligence, 1996.
- G. Kern-Isberner and C. Eichhorn. **Intensional combination of rankings for ocf-networks.** *Proceedings of the 26th International FLAIRS Conference FLAIRS-2013*, 2013.
- W. Spohn. ***The Laws of Belief: Ranking Theory and Its Philosophical Applications*.** Oxford University Press, 2012.