Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Algoritmi care lucrează pe numere

Problema 1

Scrieti un program care sa determine al n-lea numar din sirul lui Fibonacci.

Exemple:

```
Pentru n=3 => se va afisa 2
Pentru n=5 => se va afisa 5
Pentru n=7 => se va afisa 13
Pentru n=9 => se va afisa 34
Pentru n=10 => se va afisa 55
Pentru n=11 => se va afisa 89
```

Varianta 1 de rezolvare – varianta recursiva – implementare C++

```
#include <iostream>
/* crearea functiei pentru determinarea celui al n-lea numar din sirul lui
     Date de intrare: numarul n
     Date de iesire: numarul din sir corespunzator
int functie1(int n)
    if (n <= 1)
       return n;
   return functie1(n-1) + functie1(n-2);
}
int main()
{
    int n;
    std::cout <<"introduceti numarul n=";</pre>
    std::cin >>n;
    std::cout <<"Rezultat= "<<functie1(n)<<std::endl;</pre>
    return 0;
}
```

}

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Varianta 1 de rezolvare – varianta recursiva – implementare Pascal

```
program problemal;
var numar:integer;
{ crearea functiei pentru determinarea celui al n-lea numar din sirul lui
      Date de intrare: numarul n
     Date de iesire: numarul din sir corespunzator
}
function functiel(n: integer):integer;
begin
    if (n <= 1) then functie1 := n</pre>
    else functie1 := functie1(n-1) + functie1(n-2);
end;
begin
write('Introduceti numarul n=');
readln(numar);
writeln( 'Rezultatul este: ', functiel(numar));
end.
Varianta 2 de rezolvare – varianta iterativa – implementare C++
#include <iostream>
/* crearea functiei pentru determinarea celui al n-lea numar din sirul lui
Fibonacci
     Date de intrare: numarul n
      Date de iesire: numarul din sir corespunzator
* /
int functie2(int n)
 int a = 0, b = 1, c, i;
  if( n == 0)
   return a;
  for (i = 2; i <= n; i++)</pre>
    c = a + b;
    a = b;
    b = c;
  }
  return b;
```

```
int main()
    int n;
    std::cout <<"introduceti numarul n=";</pre>
    std::cin >>n;
    std::cout <<"Rezultat= "<<functie2(n)<<std::endl;</pre>
    return 0;
}
Varianta 2 de rezolvare – varianta iterativa – implementare Pascal
program problemaliterativ;
var numar:integer;
{ crearea functiei pentru determinarea celui al n-lea numar din sirul lui
Fibonacci
     Date de intrare: numarul n
     Date de iesire: numarul din sir corespunzator
function functie2(n: integer ):integer;
var a,b,c,i:integer;
begin
    a := 0;
   b := 1;
  if( n = 0) then functie2 :=a
  else
  for i:= 2 to n do
  begin
    c := a + b;
     a := b;
     b := c;
  end;
  functie2:=b;
end;
begin
write('Introduceti numarul n=');
readln(numar);
writeln( 'Rezultatul este: ', functie2(numar));
end.
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Problema 2

Sa se determine toate numerele palindroame mai mici decat un numar n dat.

Exemple:

```
Pentru n = 12 => se va afisa: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11
Pentru n = 104 => se va afisa: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 101
```

Rezolvare - Implementare C++

```
#include <iostream>
using namespace std;
// functie pentru crearea unui palindrom
int crearePalindrom(int input, int b, bool esteImpar)
{
    int n = input;
    int palindrom = input;
    // verificam daca numar cifrelor este par sau impar
    // daca numarul cifrelor este impar, atunci
    // nu tinem cont de ultima cifra de intrare in
    // identificarea inversului
    if (esteImpar)
        n /= b;
    // crearea efectiva a palindromului pe baza formulei
    while (n > 0)
       palindrom = palindrom * b + (n % b);
       n /= b;
    return palindrom;
}
```

write(\overline{i} , '');

end.

```
// functie pentru generarea tuturor palindroamelor si afisarea lor
int generarePalindroame(int n)
{
    int number;
    // de doua ori pentru palindroame de lungime para si impara
    for (int j = 0; j < 2; j++)
        int i = 1;
        while ((number = crearePalindrom(i, 10, j % 2)) < n)</pre>
            cout << number << " ";</pre>
            i++;
        }
    }
    return 0;
}
int main()
{
    int n;
    std::cout <<"introduceti numarul n=";</pre>
    std::cin >>n;
    std::cout<<generarePalindroame(n)<<std::endl;</pre>
    return 0;
}
Rezolvare – Implementare Pascal
{functie pentru a testa daca oglinditul/inversul unui numar este egal cu
numarul}
function test palindrom(numar:longint):boolean;
begin
 if (numar = oglindit(numar)) then test palindrom := true
 else test palindrom := false;
end;
{programul principal al problemei}
write('Introduceti numarul n=');
readln(n);
  for i := 0 to n do
    if (test palindrom(i)) then
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
program palindrom;
var n,i:integer;
{functie pentru crearea oglinditului/inversului unui numar}
function oglindit(numar_original:longint):longint;
var aux, numar_oglindit: longint;
begin
  numar_oglindit := 0;
while (numar_original <> 0) do
  begin
  numar_oglindit := numar_oglindit * 10 + numar_original mod 10;
  numar_original := numar_original div 10;
  end;
  oglindit := numar_oglindit;
end;
```

Problema 3

Se da ecuatia de gradul 2 de forma: $X^2 - s * X + p = 0$, cu s, p apartindand lui R si n apartinand lui N.

Sa se calculeze, in mod recursiv suma puterilor radacinilor $X_1^n + X_2^n$, fara a se calcula radacinile ecuatiei X_1 si X_2 .

Exemple:

Daca avem ecuatia: $X^2 - 6 * X + 8 = 0$ si $n=2 \Rightarrow$ rezultatul este 20 (x1 =4 si x2=2)

Daca avem ecuatia: $X^2 - 8 * X + 15 = 0$ si $n=2 \Rightarrow$ rezultatul este 34 (x1 = -3 si x2 = -5)

Explicatii:

Stiind ca X1 si X2 sunt radacinile ecuatiei, rezulta relatiile:

$$X_{1^2} - s^* X_1 + p = 0$$

$$X_{2^2} - s^* X_2 + p = 0$$

Daca vom inmulti prima relatie cu X₁ⁿ si pe cea de a doua cu X₂ⁿ vom obtine:

$$X_{1^{n+2}} - s^* X_{1^{n+1}} + p^* X_{1^n} = 0$$

$$X_{2^{n+2}} - s^* X_{2^{n+1}} + p^* X_{2^n} = 0$$

Daca insumam cele doua relatii, vom obtine:

$$(X_1^{n+2} + X_2^{n+2}) - s(X_1^{n+1} + X_2^{n+2}) + p(X_1^n + X_2^n) = 0$$

Ceea ce am putea scrie in mod echivalent: $S_{n+2} - s^*S_{n+1} + p^*S_n = 0$ rezulta deci: $S_{n+2} = s^*S_{n+1} - p^*S_n$

Vom obtine de aici urmatoarea relatie de recurenta pentru suma puyerilor radacinilor unei ecuatii de gradul II:

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

$$Sum(n) = \begin{cases} 2, & daca \ n = 0 \\ s, & daca \ n = 1 \\ s * Sum (n-1) - p * Sum (n-2), & daca \ n > 1 \end{cases}$$

Rezolvare - implementare C++

```
#include <iostream>
float s,p;
/*crearea functiei pentru calculul sumei conform formulei de recurenta
      Date de intrare: numarul n
      Date de iesire: rezultatul sumei conform formulei de recurenta
float Sum (int n)
    if (!n) return 2;
    if (n==1) return s;
    return s*Sum(n-1)-p*Sum(n-2);
}
int main()
   int n;
    std::cout <<"introduceti cei doi coeficienti: ";</pre>
    std::cin >>s>>p;
    std::cout << "n=";
    std::cin >>n;
    std::cout <<"Rezultatul este: "<<Sum(n)<<std::endl;</pre>
    return 0;
}
```

Rezolvare - implementare Pascal

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
begin
write('Introduceti numarul n=');
readln(numar);
write('Introduceti coeficientul s=');
readln(s);
write('Introduceti coeficientul p=');
readln(p);
writeln('Rezultatul este: ', suma(numar));
end.
```

Problema 4

a) Sa se scrie un subprogram care prin intermediul a trei parametri, notați a, b și c, reprezentand trei valori naturale nenule, fiecare de maximum patru cifre va returna valoarea 1 dacă cele trei valori ale celor trei parametri pot constitui laturile unui triunghi și valoarea 0 în caz contrar.

```
Varianta C++
```

```
int verificare (int a, int b, int c)
{
   return ((a + b > c) && (a + c > b) && (b + c > a));
}

Varianta Pascal
function verificare(a,b,c:integer):integer;
begin
   if(a+b>c) and (a+c>b) and (b+c>a)
        then verificare:=1
        else verificare:=0;
end;
```

b) Sa se scrie un program care citește de la tastatură șase valori naturale nenule, apoi verifică, utilizând apeluri utile ale subprogramului de la subpunctul anterior dacă primele trei numere citite pot constitui laturile unui triunghi și dacă ultimele trei numere citite pot constitui laturile unui triunghi.

In caz afirmativ, programul va afisa pe ecran mesajul **congruente** dacă cele două triunghiuri sunt congruente sau mesajul **necongruente** dacă cele două triunghiuri nu sunt congruente.

Dacă cel puţin unul dintre cele două triplete de valori nu pot constitui laturile unui triunghi, programul va afișa pe ecran mesajul **nu se poate forma un triunghi** .

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Obs. Triunghiurile sunt congruente dacă există cele două triunghiuri și dacă au laturile corespunzătoare congruente (cazul L.L.L.).

Deci, pentru a verifica vom compara lungimile laturilor în ordine corespunzătoare(cea mai mică din primul triunghi cu cea mai mică din al doilea triunghi, pana se verifica toate laturile).

Varianta C++

```
#include <iostream>
using namespace std;
Descriere: Returneaza valoarea 1 daca valorile parametrilor pot forma un
triunghi, 0 in caz contrar.
Date: a, b, c - numare naturale
Rezultate: 1 sau 0
* /
int a, b, c, d, e, f;
int verificare (int a, int b, int c)
 return ((a + b > c) && (a + c > b) && (b + c > a));
/*
Descriere: Se interschimba valorile celor doua variabile transmise ca si
parametrii
Date: x, y - numare intregi
Rezultate: valorile interschimbate ale parametrilor initiali
void interschimb (int &x, int &y)
 int aux = x;
 x = y;
 y = aux;
}
Descriere: Sortarea a trei valori transmise prin parametrii
Date: x, y, z - numare intregi
Rezultate: valorile parametrilor ordonate
void ordonare (int &x, int &y, int &z)
 if (x > y) interschimb (x, y);
 if (x > z) interschimb (x, z);
 if (y > z) interschimb (y, z);
int main ()
 cin >> a >> b >> c >> d >> e >> f;
  if (verificare (a, b, c) && verificare (d, e, f))
```

```
ordonare (a, b, c);
      ordonare (d, e, f);
      if (a == d && b == e && c == f)
    cout << "triunghiuri formate congruente";</pre>
    cout << "triunghiuri formate necongruente";</pre>
    }
  else
    cout << "NU se poate forma un triunghi";</pre>
}
Varianta Pascal
var a,b,c,d,e,f:integer;
Descriere: Returneaza valoarea 1 daca valorile parametrilor pot forma un
triunghi, 0 in caz contrar.
Date: a, b, c - numare naturale
Rezultate: 1 sau 0
function verificare(a,b,c:integer):integer;
begin
    if (a+b>c) and (a+c>b) and (b+c>a)
       then verificare:=1
        else verificare:=0;
end;
Descriere: Se interschimba valorile celor doua variabile transmise ca si
parametrii
Date: x, y - numare intregi
Rezultate: valorile interschimbate ale parametrilor initiali
procedure interschimb(var x,y:integer);
var aux:integer;
begin
    aux:=x;
   x := y;
   y:=aux;
end;
Descriere: Sortarea a trei valori transmise prin parametrii
Date: x, y, z - numare intregi
Rezultate: valorile parametrilor ordonate
procedure ordonare(var x,y,z:integer);
begin
    if(x>y) then interschimb(x,y);
    if(x>z) then interschimb(x,z);
    if(y>z) then interschimb(y,z);
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
end;
begin
    readln(a,b,c,d,e,f);
    if (verificare (a,b,c)=1) and (verificare (d,e,f)=1)
        then
        begin
            ordonare(a,b,c);
            ordonare(d,e,f);
            if(a=d) and (b=e) and (c=f)
                writeln('triunghiuri formate congruente')
                else
                writeln('triunghiuri formate necongruente');
        end
        else
        writeln('NU se poate forma un triunghi');
end.
```

Problema 5

a) Sa se scrie un subprogram care pentru un parametru **a**, numar natural din intervalul **[2,10000]**, returneaza **cel mai mic divizor al numarului a**, strict mai mare decat 1.

Varianta C++

```
int pprim(int a)
{
    int i=2;
        while (a%i)
        i++;
    return i;
}
Varianta PASCAL
function pprim (a:integer):integer;
    var i:integer;

begin i:= 2;
    while (a mod i <> 0) do
        i:= i + 1;
    pprim:= i;
    end;
```

b) Sa se scrie un program care citeste n numere naturale (cele n numere sunt in intervalul [2,10000] iar **n** este in interval [1,100]) si afiseaza **cel mai mare numar** "**aproape prim**" dintre numerele citite, folosind apeluri ale subprogramului de la punctul a).

Un număr natural **n** se numește *"aproape prim"* dacă este egal cu produsul a două numere prime distincte.

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Exemplu: daca se citesc n = 6 si apoi numerele:

100 14 21 8 77 35

atunci se afișează pe ecran 77 pentru că numărul 77 este cel cel mai mare dintre numerele "aproape prime" citite (14=7*2,21=7*3,77=7*11, 35=7*5).

Obs. Un număr "aproape prim" are proprietatea că împărțit la primul său divizor obținem număr prim. Pentru numerele prime, funcția **pprim** returnează valoarea transmisă ca parametru. Nu luăm în considerare numerele care sunt prime.

Varianta C++

```
#include<iostream>
#include<math.h>
using namespace std;
Descriere: citirea unui numar
Date: n - numar intreq
Rezultate: salvarea valorii introduse in variabila
void citire (int &n)
 cout << "n=";
 cin >> n;
}
Descriere: determinarea celui mai mic divizor al numarului a
Date: a - numar intreg
Rezultate: cel mai mic divizor
int pprim (int a)
    int i=2;
      while (a%i)
       i++;
   return i;
}
Descriere: determinarea celui mai mare numar aproape prim
Date: n - numar intreg
Rezultate: cel mai mare nr aproape prim
void prelucrare (int n)
int i,a,max=0,p;
for (i=1; i<=n; i++)</pre>
       {
          cin>>a;
          if (pprim(a)!=a)
```

```
{
                p=pprim(a);
                if (pprim(a/p) == a/p)
                   if(a>max)
                        max=a;
            }
    cout<<max;
}
int main ()
  int n;
 citire (n);
 prelucrare (n);
}
Varianta PASCAL
Descriere: citirea unui numar
Date: n - numar intreg
Rezultate: salvarea valorii introduse in variabila
procedure citire (var n:integer);
   write ('n=');
   readln (n);
end;
{
Descriere: determinarea celui mai mic divizor al numarului a
Date: a - numar intreg
Rezultate: cel mai mic divizor
function pprim (a:integer):integer;
    var i:integer;
begin i:= 2;
    while (a mod i <> 0) do
       i := i + 1;
   pprim:= i;
  end;
Descriere: determinarea celui mai mare numar aproape prim
Date: n - numar intreg
Rezultate: cel mai mare nr aproape prim
procedure prelucrare (n:integer);
var i, a, max, p:integer;
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
begin
max:=0;
for i := 1 to n
        do
          begin
            read (a);
            if pprim (a) <> a then
               begin
                   p:= pprim (a);
                   if pprim (a div p) = a div p then
                       if a > max then max:= a;
                end:
          end;
        write (max);
end;
var n:integer;
begin
   citire (n);
   prelucrare (n);
end.
```

Problema 6

Sa se scrie definiția completă a subprogramului **numar**, cu exact doi parametri, care primește prin intermediul parametrului **x** un număr natural de cel mult **2** cifre, și prin intermediul parametrului **y** un număr natural nenul de cel mult **9** cifre.

Subprogramul va returna cel mai mare număr natural \mathbf{z} pentru care există un număr natural \mathbf{k} astfel încât $\mathbf{z}=\mathbf{x}^k$ și $\mathbf{z}<\mathbf{y}$.

Exemplu: pentru y=18 şi x=2 subprogramul va returna valoarea 16 (=24<18).

Obs. Esența acestei probleme constă în rezolvarea următoarei inecuații de clasa a X-a: $x^k < y$ și alegerea valorii naturale maxime a lui x. Ecuația este echivalentă cu $k < \log x$ și de aici k maxim este egal cu partea întreagă a logaritmului.

Pentru situațiile în care x este 0 sau 1, precum și multe altele, problema nu are sens. Aceste cazuri sunt prinse în cadrul functiei **număr**, caz în care se returneaza valoarea -1 (cu sens de eroare).

Varianta C++

```
#include <iostream>
#include <math.h>

using namespace std;
/*
Descriere: determinarea celui mai mare numar mai mare număr natural care respecta inegalitatea
Date: n, y - numere intregi
```

```
Rezultate: cel mai mare număr natural care respecta inegalitatea
long numar (int x, long y)
   //daca x =1 si y=0 sau 1 problema nu are solutie
    //daca x>=1 si y=0 problema nuare solutie
   //daca x=y=0 problema deasemenea nu are sens
     if (x == 0)
       if (y >= 1)
         return 0;
       else
         return -1; //eroare
     else
     if (x == 1)
       if (y \ge 2)
         return 1;
       else
         return -1; //eroare
     else
     if (y == 0)
       return -1;
                    //eroare
     else
       return long (log (y) / log (x));
}
int main ()
 long x, y;
 cin >> x;
 cin >> y;
 cout << numar (x, y);</pre>
Varianta PASCAL
Descriere: determinarea celui mai mare numar mai mare număr natural care
respecta inegalitatea
Date: n, y - numere intregi
Rezultate: cel mai mare număr natural care respecta inegalitatea
function numar (x:integer; y: longint): longint;
var rez:integer;
begin
   daca x = 1 si y = 0 sau 1 problema nu are solutie
   daca x \ge 1 si y = 0 problema nu are
   solutie daca x = y = 0 problema deasemeni nu are sens
 if (x = 0)
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
then if (y >= 1)
    then rez:= 0
     else
     rez:= -1 { eroare }
    else if (x = 1)
     then if (y \ge 2)
      then rez:= 1
    rez:= -1 { eroare }
     else if (y = 0)
    then rez:= -1 { eroare }
     rez:= trunc (ln (y) / ln (x));
numar:= rez;
 end;
  var x, y:integer;
 begin
 read (x);
 read (y);
 write (numar (x, y));
  end.
```

Problema 7

Fie M o multime nevida si * : M x M-> M o operatie binara asociativa definita pe multimea M.

Sa se scrie o functie care sa determine numarul de modalitati in care se poate evalua expresia x1 * x2 * ... * xn, unde x1, x2, ..., xn apartin multimii M si n>0.

Exemple:

Pentru n=3, numarul de modalitati in care se poate evalua expresia x1 * x2 * x3 este 2: x1 * (x2 * x3) si (x1 * x2) * x3

Pentru n=4, numarul de modalitati de a evalua expresia este 5: ((x1*x2)*x3)*x4 sau (x1*x2)*(x3*x4) sau (x1*(x2*x3))*x4 sau x1*((x2*x3)*x4) sau x1*((x2*x3)*x4) sau x1*((x2*x3)*x4)

Explicatii:

In primul rand, pentru n=1 sau n=2 nu avem decat o singura posibilitate (cazurile elementare ale problemei).

Daca n>2, pentru a evalua produsul x1*x2*...*xn trebuie sa aplicam asociativitatea si sa impartim termenii in grupandu-ii intre paranteze (x1*x2*...*xk)*(xk+1, xk+2, ..., xn).

Vom urma apoi evaluarea parantezelor, urmand sa efectual operatia * intre rezultatele obtinute in urma evaluarii parantezelor.

Notam cu P(n) numarul de posibilitati de a evalua o expresie cu n termeni.

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Daca impartim termenii la pozitia k $(1 \le k \le n)$ atunci deducem ca: $P(n) = P(k) \times P(n-k)$ (pentru orice modalitate de evaluare a primei grupe de k termeni se poate asocia o modalitate de evaluare a celei de a doua grupe de n-k termeni).

Impartirea se poate face in orice pozitie k, incepand cu pozitia 1 pana la pozitia n-1, se poate deduce urmatoarea formula recursiva pentru calulcuul P(n).

$$P(n) = \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} P(k) * P(n-k), daca \ n \le 2 \right\}$$

Rezolvare - implementare C++

```
#include <iostream>
using namespace std;
/* functie pentru efectuarea calcului conform formulei de recurenta de mai
sus
      Date de intrare: numarul n
      Date de iesire: numarul total de posibilitati
unsigned long calcul (int n)
{
      long s=0;
      int k;
      if (n<=2) return 1;
      for (k=1; k<n; k++)</pre>
           s+= calcul(k) * calcul(n-k);
return s;
}
int main()
    int n;
    std::cout <<"introduceti numarul n=";</pre>
    std::cin >>n;
    std::cout<<"Rezultatul este:"<< calcul(n)<<std::endl;</pre>
    return 0;
}
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Rezolvare - implementarea in Pascal:

```
program problema4;
var numar:integer;
{functie pentru efectuarea calcului conform formulei de recurenta de mai
     Date de intrare: numarul n
     Date de iesire: numarul total de posibilitati
}
function calcul (n:integer):integer;
var s,k:integer;
begin
    s := 0;
     if n<=2 then calcul:=1</pre>
         else
             for k:=1 to n-1 do
                     calcul := (s + calcul(k) * calcul(n-k));
end;
write('Introduceti numarul n=');
readln(numar);
writeln('Rezultatul este: ', calcul(numar));
```

Problema 8

Semafoarele din trei intersecții diferite din centrul orașului își schimbă culoarea după fiecare 48, 72 și 108 secunde. Dacă cele trei semafoare își schimbă simultan culoarea la ora 8 dimineața, la ce altă oră își vor mai schimba simultan culoarea?

Analiză

- cel mai mic multiplu comun

Rezolvare problema – implementare C++

```
/*
Problema a fost compilata cu Microsoft Visual Studio varianta Community 2017
*/
#include <iostream>

/*
Descriere: calculeaza cel mai mic multiplu comun a doua numere naturale
Date: a, b - numere naturale
Rezultat: cel mai mic multiplu comul al celor doua numere
*/
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
int cmmmc(int a, int b)
       int r;
       if (a < b)
       {
             r = a;
              a = b;
              b = r;
       }
       r = a;
       while ((r%b) != 0)
              r += a;
       }
       return r;
}
int main()
       int a = 48;
       int b = 72;
       int c = 108;
       std::cout << "numarul de secunde dupa ora 8 la care semafoarele se vor sincroniza:</pre>
" << cmmmc(cmmmc(a, b), c) << std::endl;</pre>
      return 0;
}
```

Rezolvare problema – implementare Pascal

```
program semafoare;
var a,b,c:integer;
{functie care calculeaza cel mai mic multiplu comun al doua numere;
    date de intrare: a, b
    date de iesire: cmmmc (a,b)
function cmmmc (a:integer;b:integer):integer;
var x,y,r:integer;
begin
x:=a;
 y := b;
  repeat
    r:=a mod b;
    a:=b;
    b:=r
  until r=0;
  cmmmc := (x*y) div a;
end;
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

begin

```
write('Introduceti numarul a=');
readln(a);
write('Introduceti numarul b=');
readln(b);
write('Introduceti numarul c=');
readln(c);
writeln( 'Rezultatul este: ', cmmmc (a,cmmmc(b,c)));
end.
```

Problema 9

Alin are în față **M** mingi de tenis roșii și **N** mingi de tenis galbene. El dorește să formeze mai multe grupuri, astfel încât toate grupurile să conțină același număr de mingi, toate mingile dintr-un grup să aibă aceeași culoare și numărul de mingi dintr-un grup să fie cât mai mare posibil. După ce a reușit să facă împărțeala, Alin a primit alt set de mingi roșii și galbene. Imediat a început să le împartă în grămezi de M mingi roșii și N mingi galbene. Fiecare grămadă conține mingi de aceeași culoare. El dorește să aleagă un număr de X grămezi cu mingi roșii și Y grămezi cu mingi galbene astfel încât diferența dintre numărul total de mingi roșii și numărul total de mingi galbene să fie egală cu numărul de mingi dintr-unul din grupurile construite la început.

Să se citească de la tastatură numerele M și N. Se vor afișa pe ecran numărul de mingi dintr-o grupă construită, numărul de grămezi de mingi roșii și galbene.

Exemple

Date de intrare	Rezultat
4 6	2 1 1
10 5	501
24 63	383

Analiză

- trebuie determinat cel mai mare divizor comun a două numere M și N
- trebuie să se determine două numere X și Y astfel încât |MX NY| = cmmdc(M,N)
- algoritmul extins al lui Euclid

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Rezolvare C++

```
Problema a fost compilata cu Microsoft Visual Studio varianta Community 2017
#include <iostream>
/*
Descriere:
              algoritmul lui Euclid in varianta extinsa
              a, b - numere naturale, x, y
Rezultat: cmmdc pentru cele doua numere naturale
*/
int cmmdc_extins(int a, int b, int& x, int& y)
       x = 0;
       y = 1;
       int u = 1;
       int v = 0;
       int q, r, m, n;
       while (a != 0)
              q = b / a;
              r = b \% a;
              m = x + u * q;
              n = y + v * q;
              b = a;
              a = r;
              x = u;
              y = v;
              u = m;
              v = n;
       }
       return b;
}
int main()
       int x = 0, y = 0, cmmdc = 0;
       cmmdc = cmmdc_extins(4, 6, x, y);
std::cout << "cmmdc extins: " << cmmdc << ", x = " << x << ", y = " << y <<</pre>
std::endl;
       cmmdc = cmmdc_extins(10, 5, x, y);
       std::cout << "cmmdc : " << cmmdc << ", x = " << x << ", y = " << y << std::endl;
       cmmdc = cmmdc_extins(24, 63, x, y);
       std::cout << "cmmdc : " << cmmdc << ", x = " << x << ", y = " << y << std::endl;
       return 0;
}
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Rezolvare Pascal

```
{
                algoritmul lui Euclid in varianta extinsa
Descriere:
Date:
                a, b - numere naturale
                cmmdc pentru cele doua numere naturale
Rezultat:
}
program cmmdc;
function cmmdc extins(a:integer; b:integer):integer;
var x,y,u,v,q,r,m,n:integer;
begin
        x := 0;
        y := 1;
        u := 1;
        v := 0;
        while (a <> 0) do
        begin
                q := b \text{ div } a;
                r := b \mod a;
                m := x + u * q;
                n := y + v * q;
                b := a;
                a := r;
                x := u;
                y := v;
                u := m;
                v := n;
        end;
        writeln('x = ',x,', y = ', y);
        cmmdc_extins:=b;
end;
begin
  writeln( 'cmmdc extins: ',cmmdc_extins(4, 6));
        writeln( 'cmmdc extins: ',cmmdc extins(10, 5));
        writeln( 'cmmdc extins: ',cmmdc_extins(24, 63));
end.
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Problema 10

O companie nou înființată de taxi are următorul model de taxare pentru șoferii săi: un șofer începe săptămâna cu 0 unități monetare, în timpul săptămânii fiecare șofer trebuie să predea companiei tot câștigul realizat în momentul în care are asupra sa N unități monetare, orice câștig suplimentar rămâne în posesia șoferului. Compania are angajați K șoferi, pentru fiecare se cunoaște numărul curselor efectuate și câștigul obținut. În nici un moment un șofer nu poate avea asupra sa mai mult de N-1 unități monetare (decât imediat după o cursă) deoarece imediat ce are mai mult de N unități monetare trebuie să le predea companiei. Mai mult, dacă după ce predă N unități monetare, numărul său de unități monetare este din nou mai mare decât N, el va preda din nou N unități monetare până când va avea un câștig mai mic decât N. Determinați câștigul de la sfârșitul săptămânii pentru un șofer.

Să se citească de la tastatură valoarea N, numărul curselor pentru un șofer și câștigul pentru fiecare cursă. Programul va afișa câștigul obținut de șofer la sfârșitul săptămânii.

Exemple

Date de intrare	Rezultat
50 4 1 2 3 4	10
50 5 10 20 30 40 50	0
50 3 874 9735 835	44

Analiză

- aritmetică modulara (însumări modulo)
- pe baza modului de efectuare a operațiilor în aritmetica modular, următoarea relație se respect:

$$(a + b) \mod n = ((a \mod n) + (b \mod n)) \mod n$$

Rezolvare C++

```
/*
Problema a fost compilata cu Microsoft Visual Studio varianta Community 2017
*/
#include <iostream>

/*
Descriere: calculeaza suma modulo n pentru doua numere naturale
Date: a, b, n - numere naturale,
Rezultat: (a + b) modulo n
*/
int adunare_modulo(int a, int b, int n)
{
    return (a + b) % n;
}
```

```
Descriere: detrmina prin sume modulo castigul unui sofer
Date: n - numar natural
Rezultat: castigul unui sofer la sfarsitul saptamanii
int determinaCastigSofer(int n)
       int curse;
       int castig = 0;
       int castig_cursa;
       std::cin >> curse;
       while (curse)
       {
              std::cin >> castig_cursa;
              castig = adunare_modulo(castig, castig_cursa, n);
              curse--;
       }
       return castig;
}
int main()
       int n = 1;
       while (n)
       {
              std::cin >> n;
              std::cout << "castigul soferului este: " << determinaCastigSofer(n) <<</pre>
std::endl;
       }
       return 0;
}
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Rezolvare Pascal

```
program castig;
var n:integer;
{
               calculeaza suma modulo n pentru doua numere naturale
Descriere:
Date:
               a, b, n - numere naturale,
               (a + b) modulo n
Rezultat:
}
function adunare_modulo(a:integer; b:integer; n:integer):integer;
begin
       adunare_modulo:= (a + b) mod n;
end;
{
Descriere:
               detrmina prin sume modulo castigul unui sofer
Date:
               n - numar natural
Rezultat:
               castigul unui sofer la sfarsitul saptamanii
}
function determinaCastigSofer(n:integer):integer;
var curse, castig, castig_cursa:integer;
begin
       castig := 0;
        readIn(curse);
        while (curse<>0) do
        begin
               readIn(castig_cursa);
               castig := adunare_modulo(castig, castig_cursa, n);
               dec(curse);
        end;
        determinaCastigSofer:=castig;
end;
begin
  n := 1;
        while (n<>0) do
        begin
               readIn(n);
               if (n<>0) then writeln('castigul soferului este: ', determinaCastigSofer(n));
        end;
end.
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Problema 11

Fie un număr n, se definește gradul numărului n ca fiind numărul de secvențe "101" din reprezentarea binară a acestuia. De exemplu, numărul 21 are gradul 2 (reprezentarea binară a lui 21 este 10101). Să se citesască de la tastatură gradul k și mai multe numere (citirea se termină cu numărul 0), să se afișeze dacă un număr are gradul k.

Exemple

Date de intrare	Rezultat
1 7 5 13 21 29 25 0	numere de grad cel putin 1: 5 13 21 29
2 13 5 21 56 45 360 37 0	numere de grad cel putin 2: 21 45 360

Analiză

operații la nivel de bit, izolarea celor mai puțin semnificativ trei biți din reprezentarea binară și verificarea dacă sunt o secvență 101, după care se deplasează la stânga cu una sau două poziții (în funcție de rezultatul comparației cu $(101)_2 = (5)_{10}$).

Rezolvare C++

```
* Descriere: reprezint un numar in baza doi
* Date: n - numarul natural de reprezentat in baza doi
* Rezultat: numarul de cifre din reprezentarea binara
*/
int calculReprezBinar(int n)
{
      resetBinar();
      int i;
      for (i = 0; n > 0; i++)
             BINAR[i] = n \% 2;
             n = n / 2;
      return i + 1;
}
Descriere: reprezint un numar in baza doi, versiunea II folosind
             operatii pe biti
           n - numarul natural de reprezentat in baza doi
Date:
Rezultat: numarul de cifre din reprezentarea binara
*/
int calculReprezBinar2(int n)
{
      resetBinar();
      int i = 0;
      se izoleaza fiecare cifra din reprezentarea binara a numarului
      si se stocheaza in vectorul BINAR pe pozitia ei
      */
      while (n)
      {
             BINAR[i] = n & 1;
             n >>= 1;
             i++;
      }
      return i;
}
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
Descriere:
             calcul determina gradul unui numar (numarul de secvente 101
              din reprezentarea binara)
Date:
              n - numarul natural pentru care trebuie determinat gradul
Rezultat:
              gradul numarului
*/
int determinaGrad(int n)
       int grad = 0;
       int nrCifre = 0;
       nrCifre = calculReprezBinar2(n);
       for (int i = nrCifre; i >= 2; i--)
              if (BINAR[i] == 1 && BINAR[i - 1] == 0 && BINAR[i - 2] == 1)
       }
       return grad;
}
int main()
       int k, numar = 1;
       // se citeste gradul cautat
       cin \gg k;
       /* sirul s va stoca numerele de grad cel putin k */
       int s[100] = \{ 0 \};
       int i = 0;
       /* citirea numerelor se termina cu citirea lui 0 */
       while (numar)
       {
              cin >> numar;
              if (k <= determinaGrad(numar))</pre>
              {
                     s[i] = numar;
                     i++;
              }
       cout << "numere de grad cel putin " << k << " :" << endl;</pre>
       for (int y = 0; y < i; ++y)
              cout << s[y] << " ";
       }
       cout << endl;</pre>
       return 0;
}
```

O abordare mai eficientă poate fi imaginată prin izolarea celor mai puțin semnificativ trei biți din reprezentarea binară și verificarea dacă sunt o secvență 101, după care se deplasează la stânga cu una sau două poziții (în funcție de rezultatul comparației cu $(101)_2 = (5)_{10}$).

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
Problema a fost compilata cu Microsoft Visual Studio varianta Community 2017
#include <iostream>
using namespace std;
/*
Descriere:
             calcul determina gradul unui numar (numarul de secvente 101
              din reprezentarea binara)
Date:
             n - numarul natural pentru care trebuie determinat gradul
Rezultat:
             gradul numarului
*/
int determinaGrad2(int n)
       int grad = 0;
      while (n)
       {
              se izoleaza cei mai putin semnificativ 3 biti si se verifica
              daca sunt o secventa 101
              if ((n \& 7) == 5)
              {
                     grad++;
                     n >>= 2;
              else
              {
                     n >>= 1;
       }
       return grad;
}
int main()
       int k, numar = 1;
       // se citeste gradul cautat
       cin >> k;
       /* citirea numerelor se termina cu citirea lui 0 */
      while (numar)
              cin >> numar;
              if (k == determinaGrad2(numar))
                     cout << "numarul " << numar << " are gradul " << k << endl;</pre>
              }
       return 0;
}
```

Exemple:

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
2
21
numarul 21 are gradul 2
7
5
29
45
numarul 45 are gradul 2
360
numarul 360 are gradul 2
0
3
362
numarul 362 are gradul 3
360
85
numarul 85 are gradul 3
0
```

Rezolvare Pascal

```
program HelloWorld;
const NRBITI = 32;
var BINAR:array [1..32] of integer;
var k, numar,i,y:integer;
var s:array [1..100] of integer;
procedure resetBinar();
var i:integer;
begin
for i:=1 to NRBITI do
   begin
        BINAR[i] := 0;
    end;
end;
function calculReprezBinar(n: integer ):integer;
var i:integer;
begin
    resetBinar();
    i := 1;
    while (n>0) do
    begin
    BINAR[i] := n mod 2;
       n := n \text{ div } 2;
    end;
    calculReprezBinar:=i+1;
end;
function calculReprezBinar2(n: integer):integer;
```

```
var i:integer;
begin
   resetBinar();
    i := 1;
    while (n>0) do
    begin
        BINAR[i]:=n and 1;
       n := n >> 1;
       inc(i);
    end;
    calculReprezBinar2:=i;
end;
function determinaGrad2(n: integer ):integer;
var grad:integer;
begin
    grad:= 0;
    while (n>0) do
    begin
    if ((n \text{ and } 7)=5) then
        begin
            inc(grad);
            n := n >> 2;
        end
        else
            n := n >> 1;
    determinaGrad2:=grad;
end;
function determinaGrad(n: integer ):integer;
var grad, nrCifre,i:integer;
begin
    grad:= 0;
    nrCifre:= 0;
    nrCifre := calculReprezBinar2(n);
    for i := nrCifre downto 3 do
        if ((BINAR[i]=1) and (BINAR[i-1]=0) and (BINAR[i-2]=1)) then
            inc(grad);
    determinaGrad:= grad;
end;
begin
    numar := 1;
    // se citeste gradul cautat
    readln(k);
    // varainta 1 fara siruri
    // se citesc elementele sirului, citirea se termina la introducerea
numarului 0
    while(numar>0)do
    begin
        readln(numar);
        if (k = determinaGrad(numar)) then
        begin
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
writeln('numarul ', numar, ' are gradul= ', k);
        end;
    end;
    // varianta 2 cu siruri
    i := 1;
    numar:=1;
    while (numar>0) do
    begin
        readln(numar);
        if (k <= determinaGrad2(numar)) then</pre>
            s[i] := numar;
            inc(i);
        end;
    end;
    writeln( 'numere de grad ', k,' :');
    for y := 1 to i-1 do
       write(s[y],' ');
end.
```

Problema 12

Un număr n este "zâmbăreț" dacă duce la 1 după o secvență de pași unde în fiecare pas numărul este înlocuit cu suma pătratelor cifrelor ce formează numărul. Sa se scrie un program care citeste mai multe numere pana la citirea numarului 0 si determină câte numere "zâmbărețe" s-au citit.

Exemple

```
numarul 19 este "zâmbăreţ"

pas_1: 1+9^2=82

pas_2: 64+4=68

pas_3: 36+64=100

pas_4: 1+0+0=1
```

Rezolvare C++

```
/*
Problema a fost compilata cu Microsoft Visual Studio varianta Community 2017
*/
#include <iostream>
using namespace std;
```

```
Descriere: calcul suma patrate cifre numar
Date: n - numar natural Rezultat: suma patrate numere
*/
int sumPatrate(int n)
{
       int suma = 0;
       while (n)
       {
              suma += (n % 10) * (n % 10);
              n /= 10;
       return suma;
}
Descriere: determin daca un numar este zambaret
Date: n - numar natural
Rezultat: True - numarul e zambaret
Date:
             n - numar natural
              False - numarul nu este zambaret
*/
bool eNumarZambaret(int n)
       int nr1, nr2;
       // initializare numere cu n
       nr1 = nr2 = n;
       un numar nu este zambaret daca pe parcursul iteratiilor
       atinge aceeasi valoare succesiv
        */
       do
       {
              nr1 = sumPatrate(nr1);
              nr2 = sumPatrate(sumPatrate(nr2));
       } while (nr1 != nr2);
       // daca ambele numere sunt 1, return true
       return (nr1 == 1);
}
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

Rezolvare Pascal

```
function sumPatrate(n:integer):integer;
var suma:integer;
begin
    suma := 0;
    while (n>0) do
    begin
       suma := suma+ (n mod 10) * (n mod 10);
        n := n \text{ div } 10;
    sumPatrate :=suma;
end;
function eNumarZambaret(n:integer):boolean;
var nr1, nr2:integer;
begin
    // initializare numere cu n
    nr1 := n;
    nr2 := n;
    // un numar nu este zambaret daca pe parcursul iteratiilor
    // atinge aceeasi valoare succesiv
    repeat
       nr1 := sumPatrate(nr1);
       nr2 := sumPatrate(sumPatrate(nr2));
    until (nr1 = nr2);
    // daca ambele numere sunt 1, return true
    eNumarZambaret:= (nr1 = 1);
var contor, numar:integer;
begin
    contor := 0;
    numar := 1;
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
while (numar>0) do
begin
    readln(numar);
    if (eNumarZambaret(numar)) then
    begin
        writeln(numar, ' este zambaret');
        inc(contor);
    end;
end;
writeln('Am citit ',contor,' numere zambarete');
end.
```

Exemple:

Date de intrare	Rezultat
49	23 este zambaret
19	49 este zambaret
100	19 este zambaret
11	100 este zambaret
0	Am citit 4 numere zambarete

Probleme tip grilă

1

a) Variabila x este de tip real. Care dintre următoarele expresii are valoarea 1 dacă și numai dacă numărul real memorat în variabila x aparține intervalului (5,8]?

```
a. (x<8) && (x>=5)
b. (x<=8) || (x>5)
c. (x>8) || (x<=5)
d. (x<=8) && (x>5)
```

b) Variabilele x și y sunt tip int. Care dintre expresiile de mai jos are valoarea 1 dacă și numai dacă valorile întregi nenule memorate în variabilele x și y sunt egale?

```
a. (x%y==0) && (y%x==0) && (x*y>0)
b. (x<=y) && (y<x)
c. (x<=y) || (y<=x)
d. x*x==y*y
```

2. Se da urmatoarea secventa de cod scrisa in pseudocod.

```
a)
citeşte n (număr natural)
```

Lect. Dr. Mihai Suciu Asist. Dr. Adriana Coroiu

```
z \leftarrow 0
p ← 1
rcât timp n>0 execută
c ← n%10
n \leftarrow [n/10]
| rdacă c%3=0 atunci
| z \leftarrow z+p*(9-c)|
scrie z
```

Care este rezultatul daca se executa pentru i) n = 103? ii) n = 103456?

- a. 86, 863
- b. 96, 963
- c. 76, 763
- d. 96, 936

b)

```
citeşte x (număr natural nenul)
rcât timp x>0 execută
citește y (număr natural)
| rdacă x>y atunci
| scrie x%10
altfel
  | scrie y%10
  x \leftarrow y
```

Care se va afisa dupa executia codului daca se citesc valorile 17 22 13 101 2 7 5 0?

- a. 2211775
- b. 7231275
- c. 1211000
- d. 5771122

Raspunsuri grile:

1a - d; 1b - a; 2a - b; 2b - a