EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Rozvoj lidských zdrojů TUL pro zvyšování relevance, kvality a přístupu ke vzdělání v podmínkách Průmyslu 4.0

CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_015/0002329

Úvod do zpracování obrazů

Mechatronika

Prezentace přednášky č. 4

Transformace jasu, DI lineární transformace

doc. Ing. Josef Chaloupka, Ph.D.

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
www.tul.cz

TRANSFORMACE HODNOT JASU

- **1. Jasové korekce** >>> jas v bodě výstupního závisí na jasu bodu ve vstupním obrazu

- zdroj poruch >>> vinětice - světlo procházející dále od optické osy je více zeslabováno
  >>> snímací prvek nemusí být citlivý ve všech bodech
  >>> nadměrné osvětlení scény
  >>> prachové částice na optice a na snímacím prvku

- deterministické poruchy >>> jasové korekce

zkreslený obraz:

$$f(x,y) = e(x,y).g(x,y)$$

e(x, y) … porucha (multiplikativní koeficient)
g(x, y) … původní obraz

$$\boxed{g(x,y) = \frac{f(x,y)}{e(x,y)} = \frac{c.f(x,y)}{f_c(x,y)}}$$

c … konst. jas (etalon), fc(x, y)… etalon. šedý obr.

TRANSFORMACE HODNOT JASU

g(x, y)

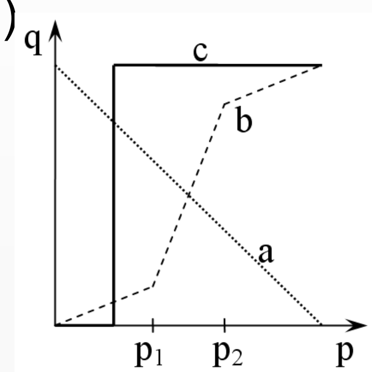
e(x, y)

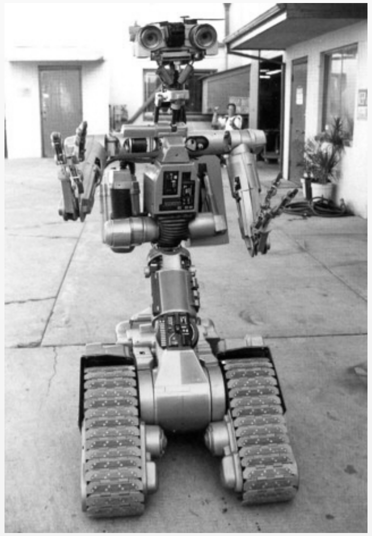
f(x, y)

TRANSFORMACE HODNOT JASU

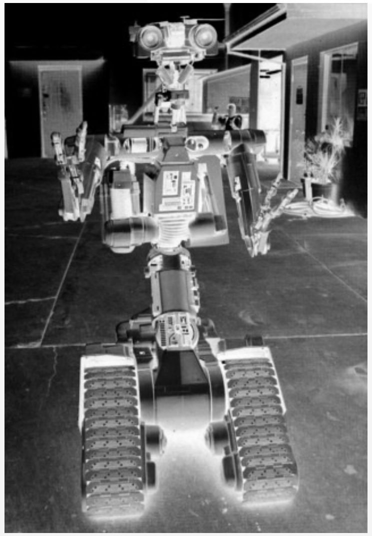
- **2. Transformace jasové stupnice** >>> nezávisí na poloze v obraze, stejná pro všechny pixely v obraze výchozí stupnice jasu $p=<p_0, p_k>$, nová stupnice jasu $q=<q_0, q_k>$, $q = T(p)$

- obvyklé transformace:

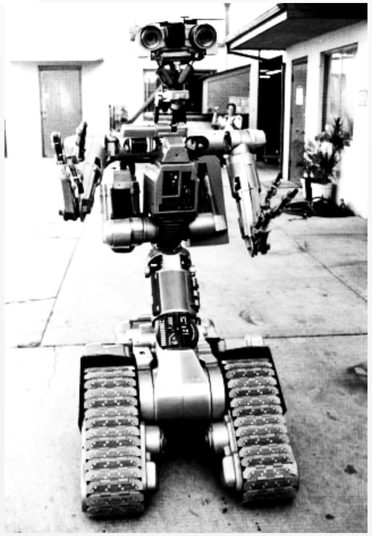




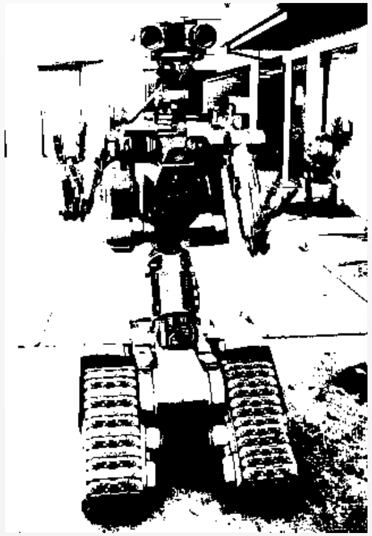
originál



a) negace



b) zvýraznění jasů



c) segmentace

TRANSFORMACE HODNOT JASU

- γ-korekce intenzity $I' = \alpha . I^{\gamma}$, $0 < \gamma \leq 1$, logaritmická citlivost oka ($\gamma = 0{,}5$), pozorovatelnost jasů v rozsahu 9 řádů
- Interpretace obrazu člověkem (zvýšení kontrastu), jinak bez významu, **(-)** ztráta informace, když transformace není invertovatelná (není prosté zobrazení)
- Transformace v reálném čase >>> použití tabulky hodnot
- Vyhledávací tabulka >>> paleta

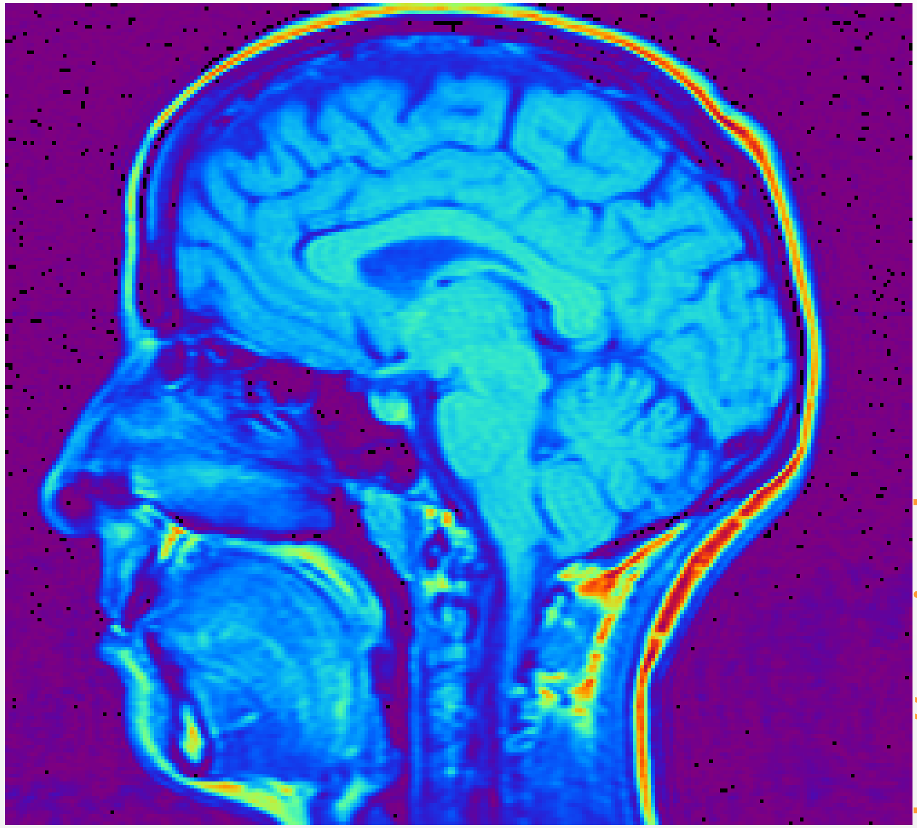
paletové obrazy >>> výchozí obraz byl barevný >>> ztrátově komprimován do jediného obrazu s M jasovými úrovněmi (M je mocnina 2, typicky M = 256), barevný prostor obrazu se rozdělí do M souvislých shluků, které reprezentují podobné barvy, pro každý shluk se zvolí jeden typický zástupce, ležící "uprostřed" shluku, 3 vyhledávací tabulky jsou vytvořeny tak, aby M hodnot obrazové funkce představovaly indexy do 3 vyhledávacích tabulek, s obrazem se uchovává i paleta, tj. $3 \times \log_2 (M)$ bitů

TRANSFORMACE HODNOT JASU

- **paletové obrazy** – 16 barev

TRANSFORMACE HODNOT JASU

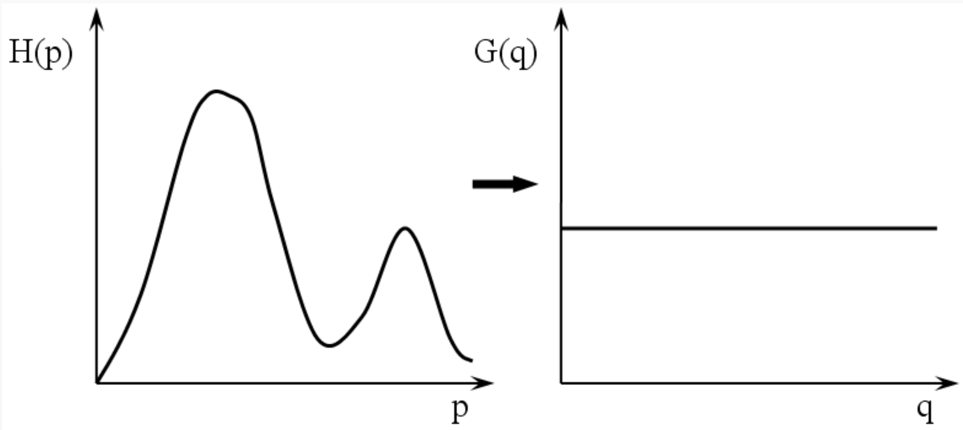
- **pseudobarevné obrazy** >>> výchozí monochromatický obraz >>> jasům jsou přiřazeny barvy >>> lidské oko je více citlivé na změnu barvy než na změnu jasu, člověk rozliší více "jasových" detailů



TRANSFORMACE HODNOT JASU

- **Ekvalizace (vyrovnání) histogramu** >>> zvýšení kontrastu blízko maxim histogramu, snížení kontrastu blízko minim histogramu, ideál všechny jasy zastoupeny v histogramu stejně četně

výsledný histogram: $\sum_{i=0}^{k} G(q_i) = \sum_{i=0}^{k} H(p_i)$



ekvalizovaný histogram G(q) odpovídá rovnoměrnému rozdělení f (hustota P je konstantní), obraz má rozměr NxN, ideální ekvalizace - pro spojitý signál

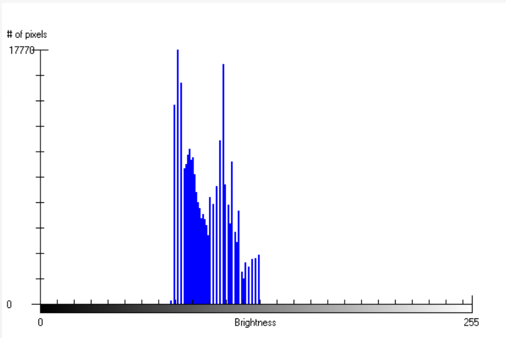
$$f = \frac{N^2}{q_k - q_0}$$

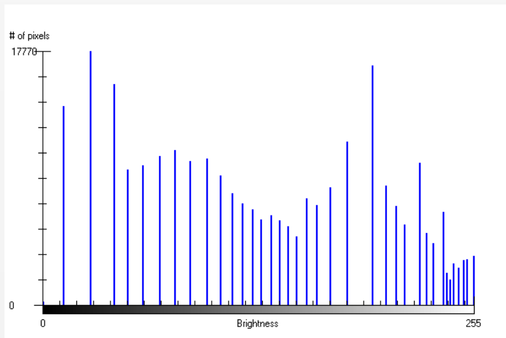
$$N^2 \int_{q_0}^{q} \frac{1}{q_k - q_0}\, ds = \frac{N^2 (q - q_0)}{q_k - q_0} = \int_{p_0}^{p} H(s)\, ds$$

TRANSFORMACE HODNOT JASU

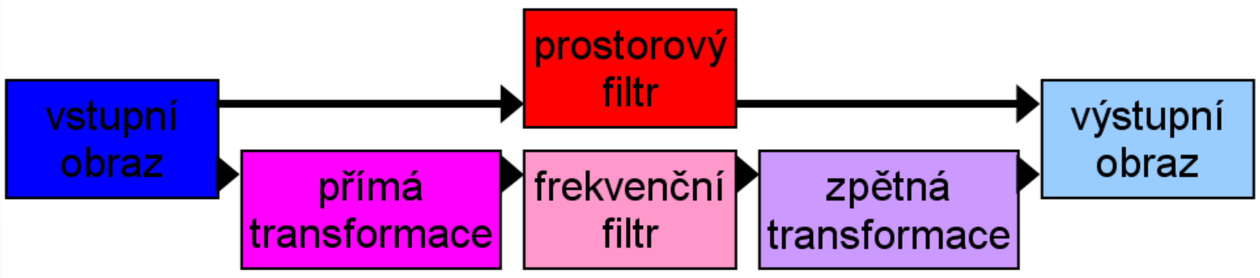
- Kumulativní histogram, hledaná transformace jasové stupnice:

$$q = T(p) = \frac{q_k - q_0}{N^2} \int_{p_0}^{p} H(s)\, ds + q_0$$ diskrétní aproximace $$\boxed{q = T(p) = \frac{q_k - q_0}{N^2} \sum_{i=p_0}^{p} H(i) + q_0}$$





DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE



- **Filtrace v prostorové oblasti** (1D v časové oblasti) >>> lineární kombinace vstupního obrazu s koeficienty filtru (často jako lokální filtry), využití konvoluce

- **Filtrace ve frekvenční oblasti** >>> převedení obrazu lineární integrální transformací do "frekvenční reprezentace" >>> filtrace >>> výsledek filtrace se inverzní lineární integrální transformací převede opět na obraz

- Obraz f, rozměry M x N

$$f = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}$$

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- Výsledný obraz F, rozměry M x N, P a Q transformační matice rozměru M x M (N x N)

F = PfQ, $F(u,v) = \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} P(u,m) f(m,n) Q(n,v)$ u = 0, 1, …, M - 1; v = 0, 1, …, N – 1

- pokud P a Q jsou regulární (det ≠ 0) existuje P^{-1} a Q^{-1}, inverzní transformace:

f = $P^{-1}FQ^{-1}$

- matice M, transponovaná matice MT, komplexní matice C, C* každý prvek matice je nahrazen komplexně sdruženým prvkem (1 + 2i >>> 1 - 2i)

1) M = MT, M je symetrická matice
2) M^TM = E (jednotková matice), M je ortogonální matice
3) M^{-1} = M, platí pro reálnou, symetrickou a ortogonální matici
4) C^{*T} = C, C je hermitovská matice
5) $C^{*T}C$ = E, C je unitární matice
6) C^{-1} = C, platí pro čtvercovou, komplexní, unitární a hermitovskou matici

- ortogonální transformace >>> P a Q jsou reálné, symetrické a ortogonální (komplexní, unitární a hermitovské) matice

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Fourierova transformace**

$$\Phi_{JJ}(k,l) = \frac{1}{J}\exp\left(-i\frac{2\pi}{J}kl\right) \qquad k, l = 0, 1, \ldots, J-1$$

- Diskrétní Fourierova transformace 2D DFT, P = ΦMM, Q = ΦNN

$$F = \Phi_{MM} f \, \Phi_{NN}$$

$$F(u,v) = \frac{1}{MN}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)\exp\left[-2\pi i\left(\frac{mu}{M}+\frac{nv}{N}\right)\right] \quad u = 0, 1, \ldots, M-1;\ v = 0, 1, \ldots, N-1$$

$$F(u,v) = \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\left[\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)\exp\left(\frac{-2\pi i n v}{N}\right)\right]\exp\left(\frac{-2\pi i m u}{M}\right)$$

- Inverzní diskrétní Fourierova transformace 2D IDFT

$$\Phi_{JJ}^{-1}(k,l) = \frac{1}{J}\exp\left(i\frac{2\pi}{J}kl\right)$$

$$f(m,n) = \sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)\exp\left[2\pi i\left(\frac{mu}{M}+\frac{nv}{N}\right)\right]$$

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Fourierova transformace**

- Periodická transformace F, periodický obraz f; a, b … celá čísla

$$F(u,-v) = F(u,N-v) \qquad f(-m,n) = f(M-m,n)$$
$$F(-u,v) = F(M-u,v) \qquad f(m,-n) = f(m,N-n)$$
$$F(aM+u,bN+v) = F(u,v) \qquad f(aM+m,bN+n) = f(m,n)$$

f(m, n) lineární kombinace periodických vzorků $2\pi i\left(\frac{mu}{M}+\frac{nv}{N}\right)$

F(u, v) váhová funkce

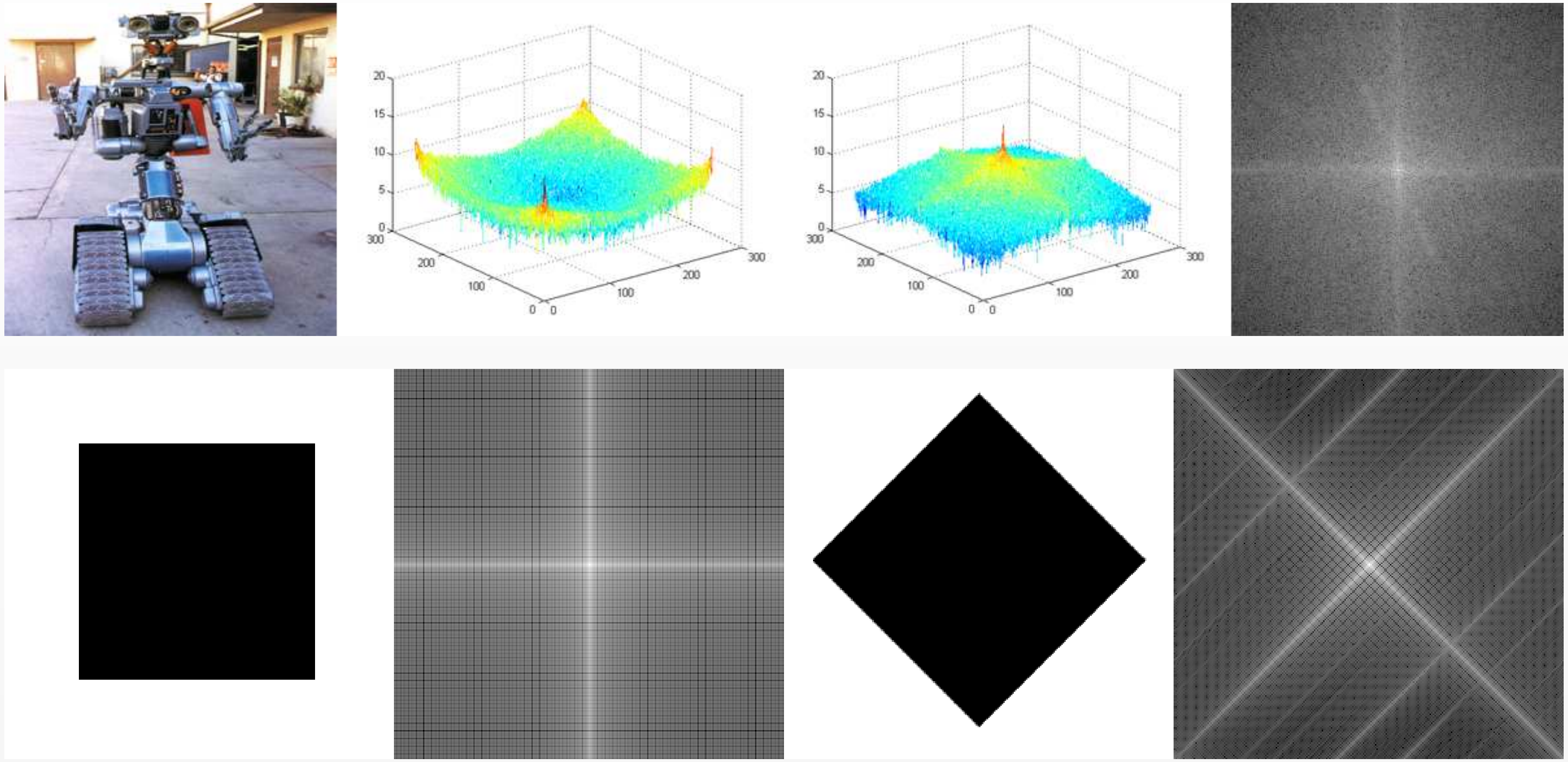
$$F(u,v) = \mathrm{Re}(u,v) + i\,\mathrm{Im}(u,v)$$

$$|F(u,v)| = \sqrt{\mathrm{Re}^2(u,v)+\mathrm{Im}^2(u,v)}$$ amplitudové frekvenční spektrum

$$\Phi(u,v) = \tan^{-1}\left[\frac{\mathrm{Im}(u,v)}{\mathrm{Re}(u,v)}\right]$$ fázové spektrum

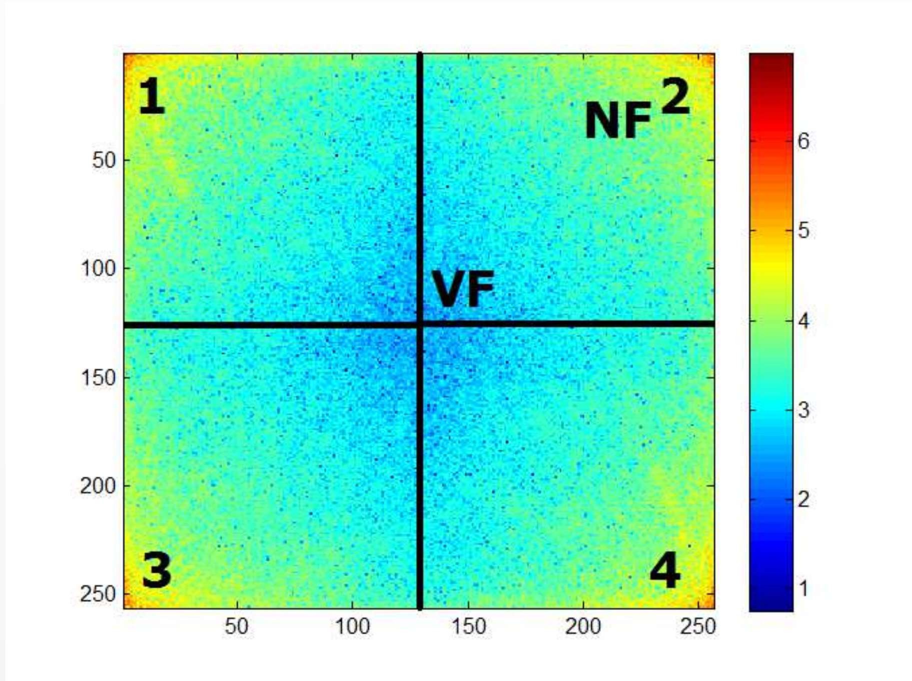
$$P(u,v) = |F(u,v)|^2 = \mathrm{Re}^2(u,v)+\mathrm{Im}^2(u,v)$$ výkonové spektrum (výkonová spektrální hustota)

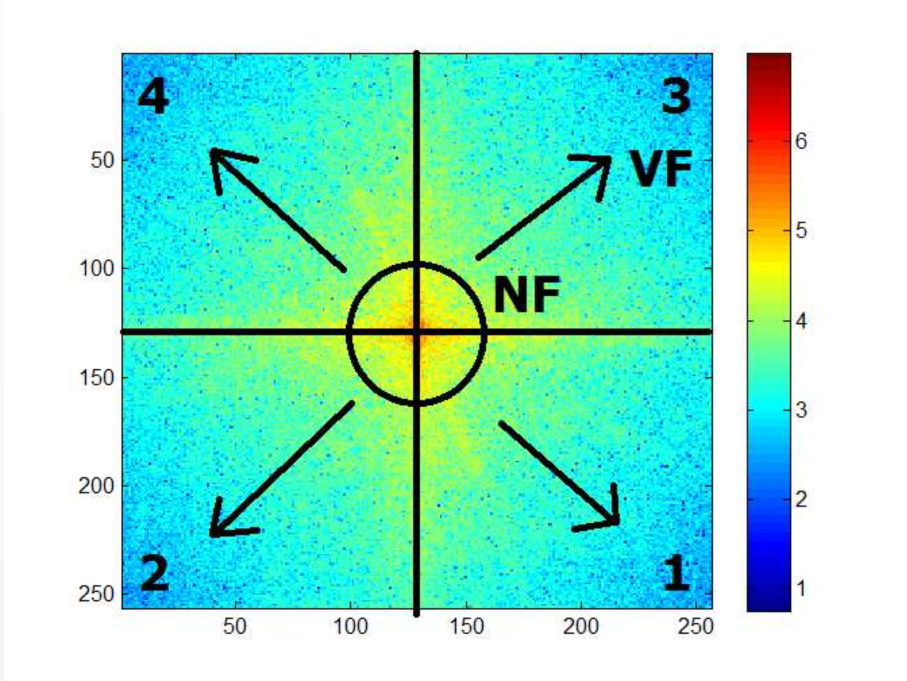
DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE



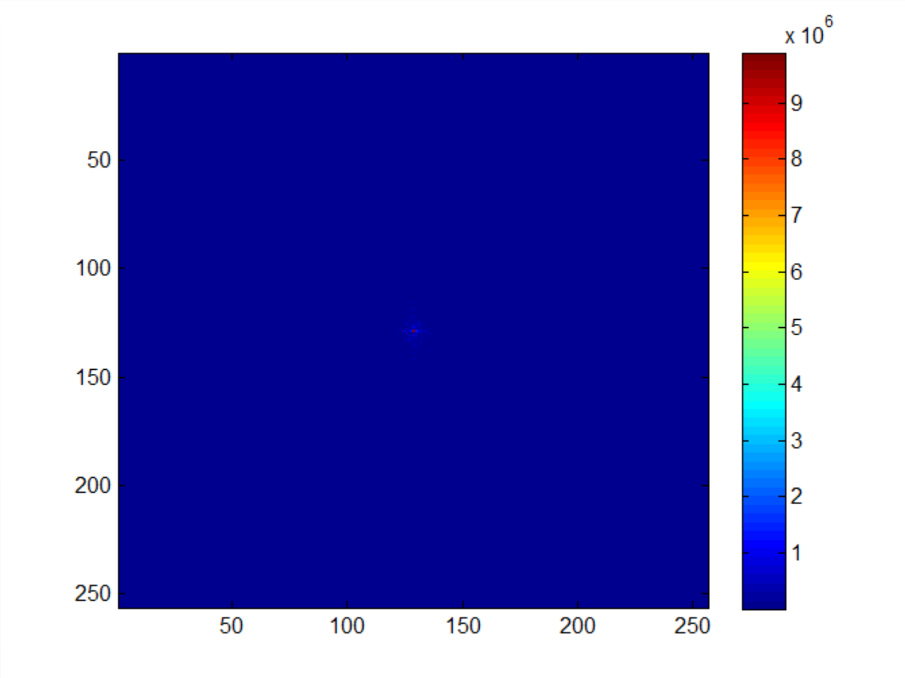
- Obraz >>> 1 perioda 2D periodické funkce, nespojitost na okraji obrazu (nenávaznost), nespojitosti – centrální kříž, druhý kříž natočen – převažující směr jasových úrovní v obrazu (gradient obrazové funkce), svislé směry kříže odpovídají vodorovným hranám a naopak
- Rozklad signálu na kombinaci bázových periodických ortogonálních harmonických signálů

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

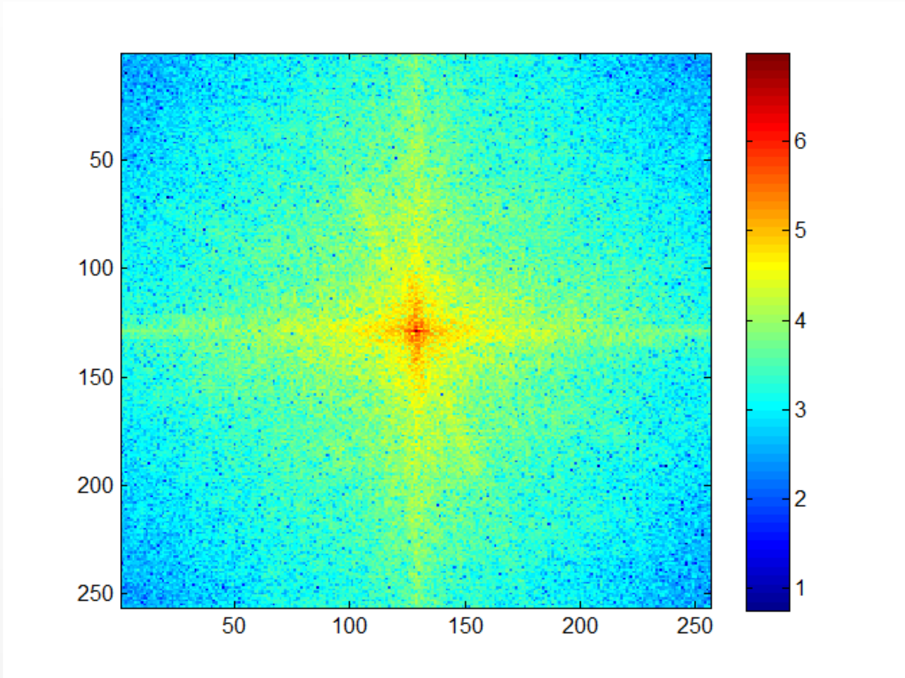




DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

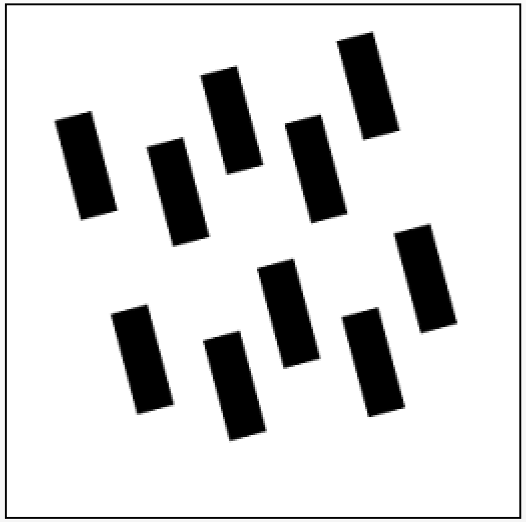


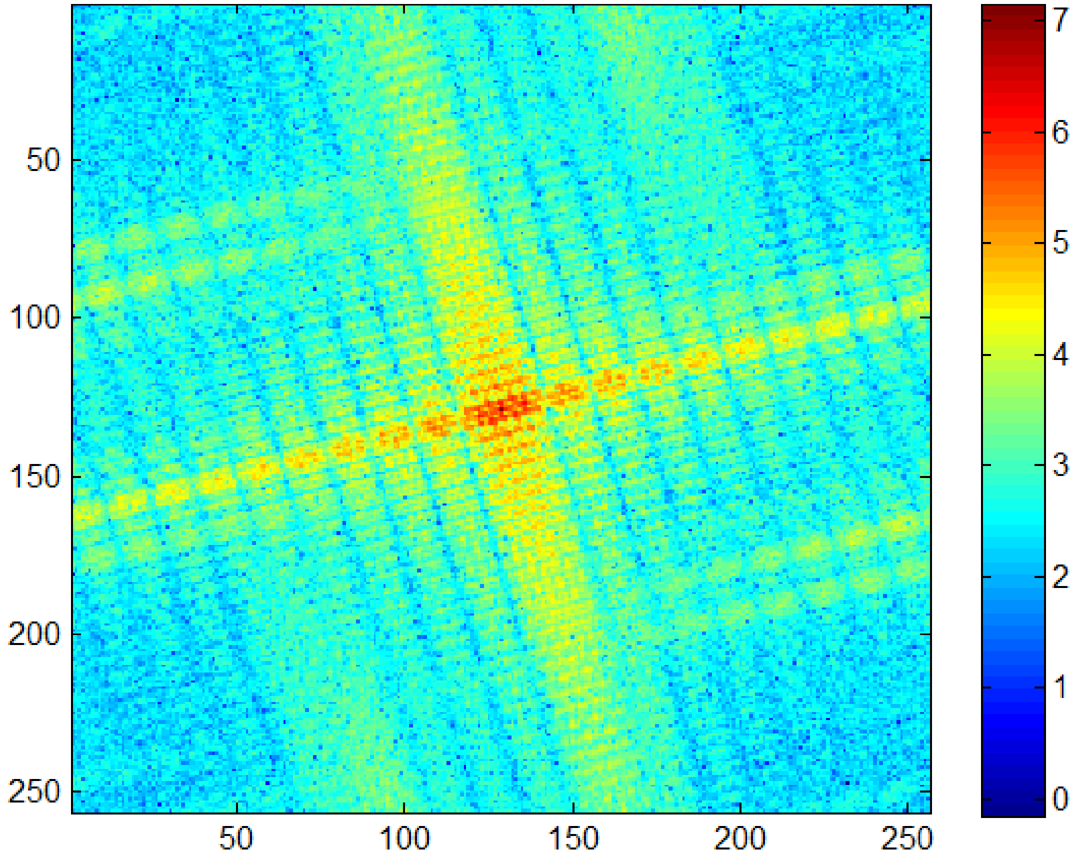
abs(fft(x))



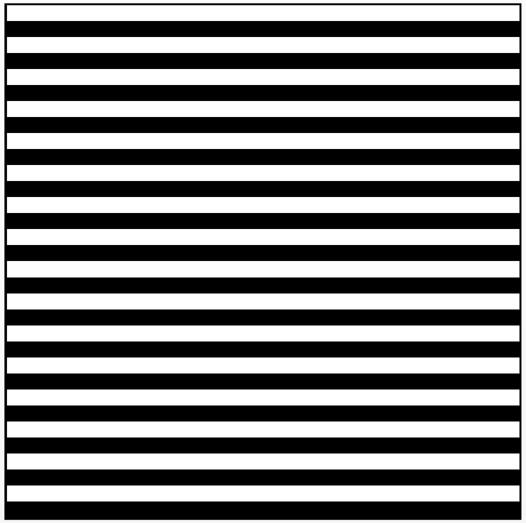
log(abs(fft(x)))

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

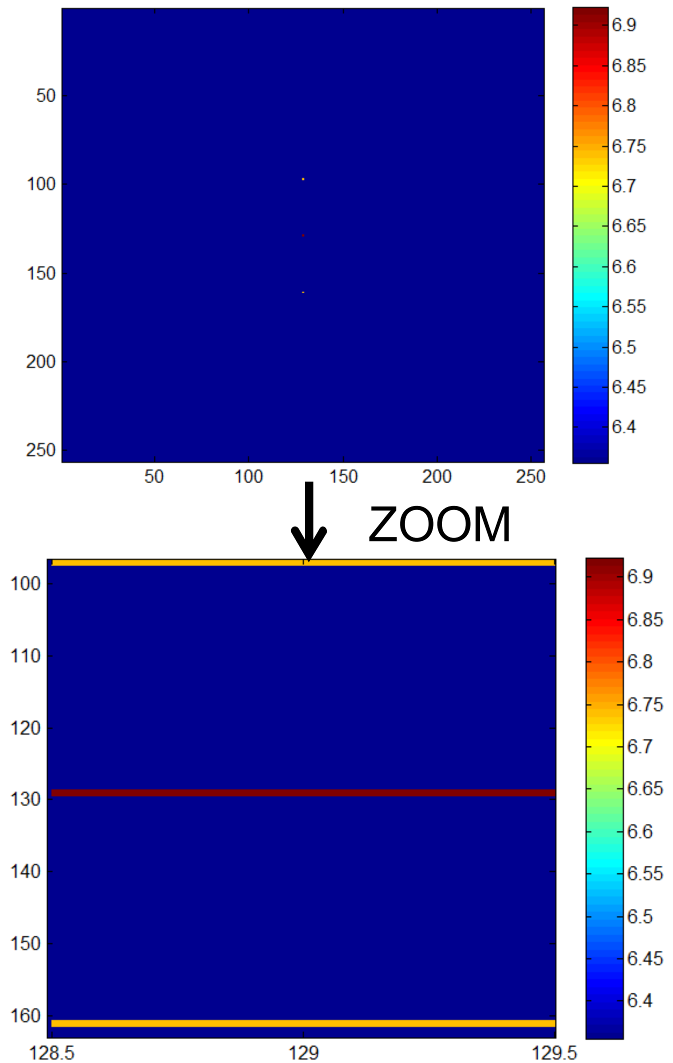




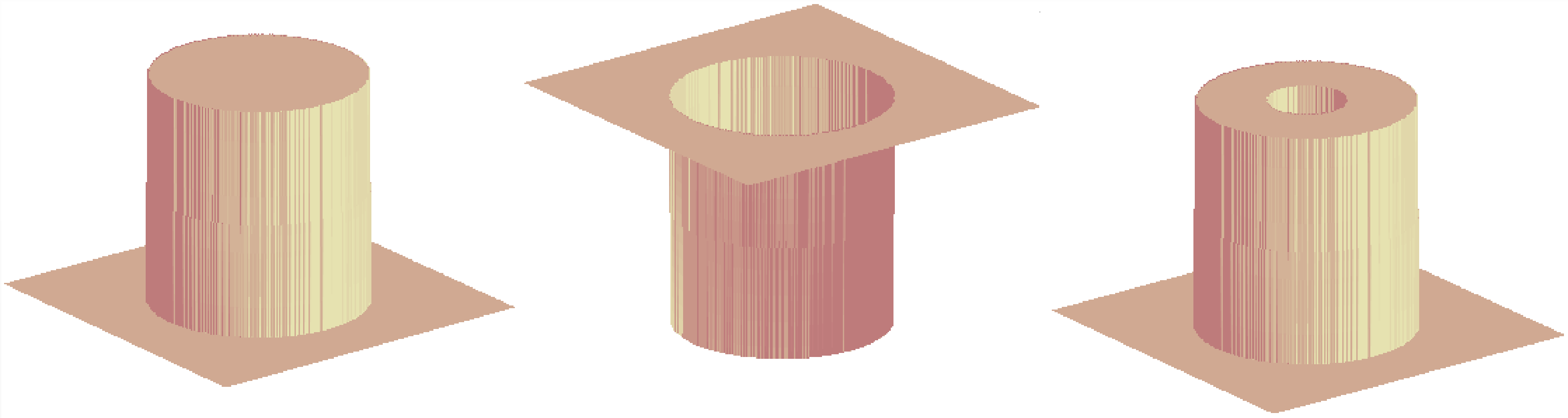
DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE



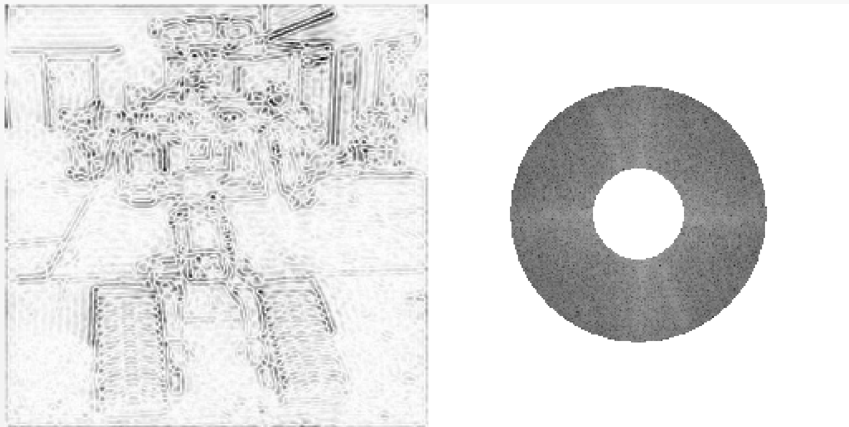
256x256



2D filtrace ve frekvenční oblasti

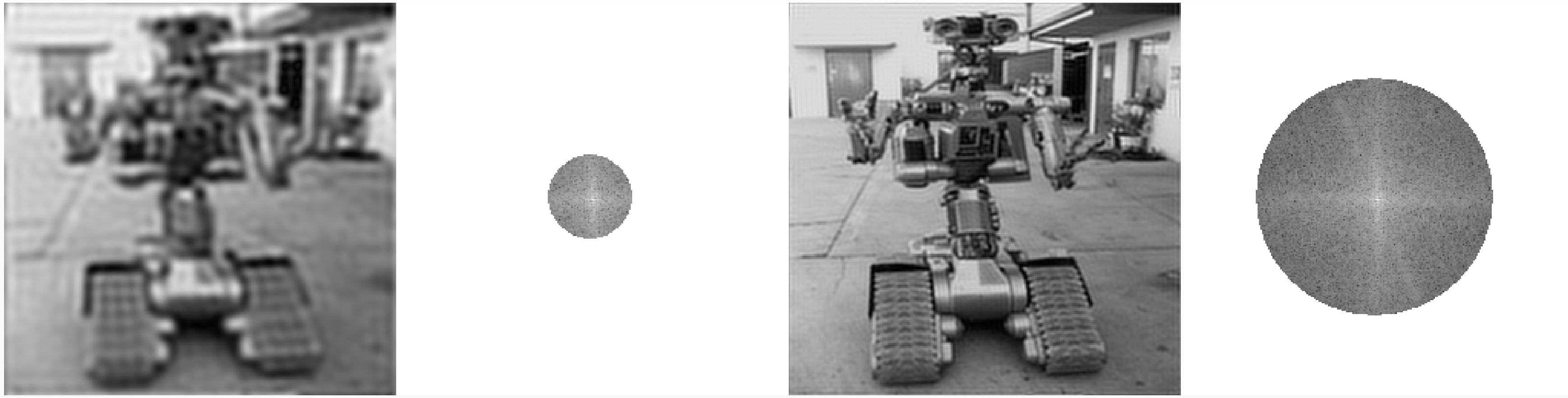


dolní propust horní propust pásmová propust

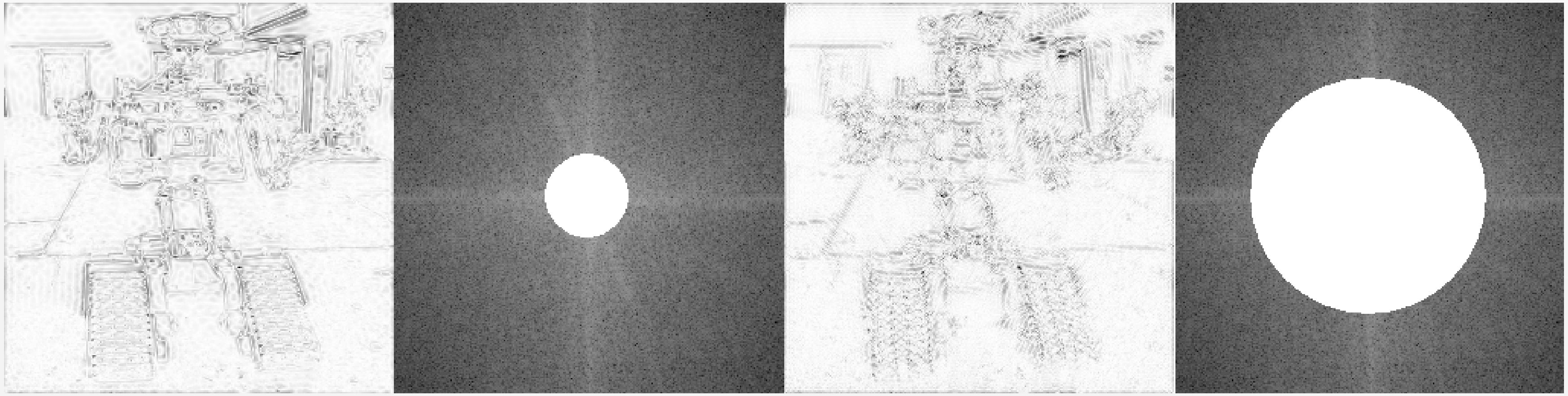


pásmová propust

2D filtrace ve frekvenční oblasti



dolní propust



horní propust

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Konvoluce** >>> obrazu s lineárním filtrem >>> filtrace

$$x(m,n) * y(m,n) \Leftrightarrow X(u,v).Y(u,v)$$

$$g(a,b) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)\, h(a-m, b-n)$$

$$G(u,v) = F(u,v)\, H(u,v)$$

$$g(a,b) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)\, H(u,v) \exp\left[2\pi i \left(\frac{au}{M} + \frac{bv}{N}\right)\right]$$

- **Korelace**

$$x(m,n) ** y(m,n) \Leftrightarrow X(u,v).Y(u,v)^*$$

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad B180 = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A * B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 5 & 3 \\ 5 & 12 & 21 & 16 & 9 \\ 12 & 27 & 46 & 35 & 21 \\ 11 & 24 & 43 & 33 & 21 \\ 7 & 15 & 31 & 25 & 18 \end{bmatrix} \qquad A ** B = \begin{bmatrix} 9 & 17 & 24 & 15 & 7 \\ 15 & 28 & 39 & 24 & 11 \\ 18 & 33 & 54 & 35 & 19 \\ 9 & 16 & 27 & 17 & 9 \\ 3 & 5 & 9 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

A * *B* [0, 0] = 1*9 + 1*8 + 1*7 + 1*6 + 1*5 + 1*4 + 1*3 + 1*2 + 2*1 = 46

A ** *B* [0, 0] = 1*1 + 1*2 + 1*3 + 1*4 + 1*5 + 1*6 + 1*7 + 1*8 + 2*9 = 54

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Hadamardova transformace**

- Rozklad signálu na kombinaci bázových periodických ortogonálních harmonických signálů

- Reálné bázové (Walshovy) funkce >>> pravoúhlé průběhy, hodnoty ± 1, rekurzivní postup při vytváření, uspořádání podle počtu průchodu nulovou úrovní (sinusovky dle frekvence)

$$H_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ řád } 2^k \quad H_{2J2J} = \begin{bmatrix} H_{JJ} & H_{JJ} \\ H_{JJ} & -H_{JJ} \end{bmatrix} \qquad H_{JJ}^{-1} = \frac{1}{J} H_{JJ}$$

- Hadamardova transformace:

$$F = H_{MM} f H_{NN}$$

$$f = \frac{1}{MN} H_{MM} F H_{NN}$$

- Použití obdobné jako u FT, jiná interpretace výsledků, snadné hardwarové řešení

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Diskrétní kosinová transformace**

- čtyři definice DCT-I, DCT-II, DCT-III, DCT-IV; DCT-II: bázové funkce >>> vzorkované kosinusovky, obraz rozměru NxN, pro JPEG kompresi, výpočet pomocí 2N – FFT

$$C_{NN}(k,l) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & pro\ l = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}\cos\left(\frac{(2k+1)l\pi}{2N}\right)} & proostatní\ k,l \end{cases}$$

$$F = C_{MM} f\, C_{NN}^{T} \qquad f = C_{NN}^{T} F\, C_{NN} \qquad u = 0, 1, \ldots, N\text{-}1,\ v = 0, 1, \ldots, N\text{-}1$$

$$F(u,v) = \frac{2c(u)c(v)}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n) \cos\left(\frac{2m+1}{2N} u\pi\right) \cos\left(\frac{2n+1}{2N} v\pi\right)$$

$$c(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & pro\ k = 0 \\ 1 & jinde \end{cases}$$

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Vlnková transformace**

- Rozložení signálů na jednodušší kombinace pomocí bázových funkcí >>> vlnky (wavelets)

- Fourierovské spektrum >>> z hlediska frekvence, umístění v prostoru x, y?

- U 1D signálů nemožnost určení frekvence v čase >>> použití okénka

- Vlnky lze lokalizovat jak ve frekvenci, tak v čase (prostoru), lepší analýza v různých měřítkách

- Popis špiček a nespojitostí je u vlnek úspornější než u FS

- Mateční funkce:

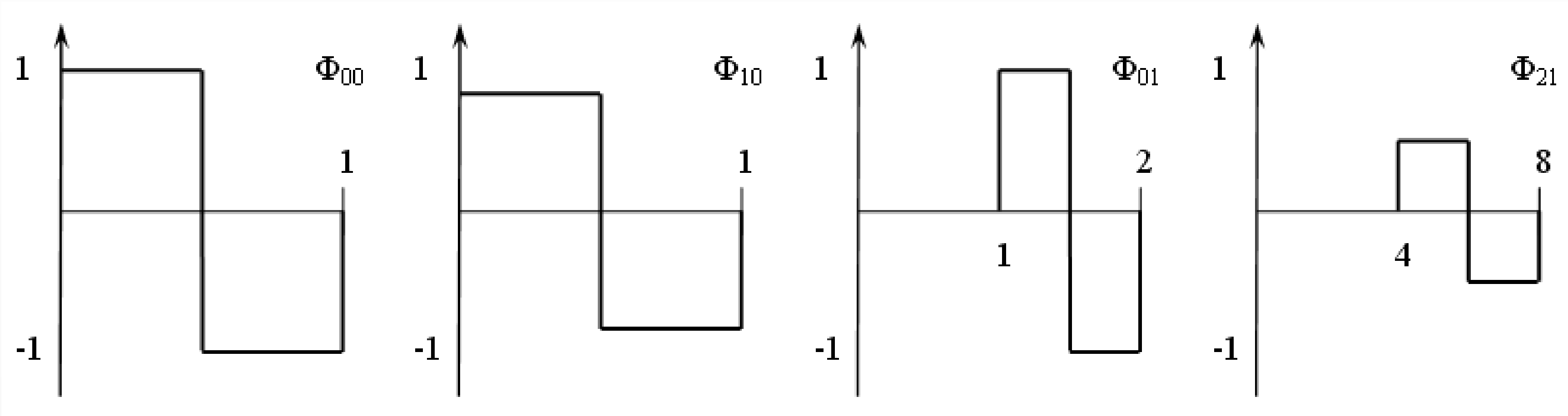
$$\Phi_{(s,l)}(x) = 2^{-(s/2)}\Phi\left(2^{-s}x - l\right)$$

s ... šířka vlny (mocnina 2), l ... celočíselný index určuje pozici v prostorové oblasti

- Ortogonalita (nemusí být zajištěna): $\int \Phi_{(s1,l1)}(x)\Phi_{(s2,l2)}(x) = 0$ s1 $\neq$ s2 nebo l1 $\neq$ l2

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Vlnková transformace**



- Další mateční funkce >>> Mayerovy, Ingrid Daubechiesové (wavelets)

- Použití >>> komprese dat, potlačování šumu (malé detaily nejsou rozmazány), popis obrysu objektů

DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Další transformace**

- Paleyova, Walshova transformace podobné jako Hadamardova transformace, hodnoty ± 1

- Haarova transformace >>> nesymetrické matice s prvky ± 1 násobené a 0

- Hadamardova - Haarova transformace >>> kombinace

- Slant (šikmý) - Haarova transformace >>> bázové funkce >>> pilovité průběhy

- Rekonstrukce 2D signálu z 1D projekcí (tomografie, astronomie, holografie) >>> Radonovy t.

- Houghova transformace >>> segmentace obrazu >>> hledání parametricky popsaných objektů, zvláštní případ Radonovy transformace

- Karhunen – Loeveova transformace >>> použití vlastních vektorů jako bázových vektorů pro ortogonální rozklad kovarianční matice příslušného lineárního prostoru, A. Ř. >>> převod matice do Jordanova kanonického tvaru (metoda hlavních směrů), rozpoznávání >>> měření informativnosti příznaků

2D filtrace ve frekvenční oblasti

- **Lineární filtry** >>> potlačení šumu, zvýraznění hran, odstraňování strukturovaného šumu
- Šum >>> široké frekvenční pásmo >>> omezení vysokých frekvencí (odstranění hran, detailů, tenkých čar – rozmazání obrazu)