Processamento digital de sinais

November 29, 2017

1 Trabalho - Convolução na frequência

Disciplina: Processamento Digital de sinais - PPGEEC

Aluna: Rute Souza de Abreu

Este trabalho contém 3 simulações relacionadas a convolução no dominio da frequência, ele tem como objetivo demonstrar a implementação dos algoritmos FFT, IFFT, sobreposição e soma e sobreposição e armazenamento, e através destes, realizar a filtragem de um sinal com ruído senoidal.

Este trabalho contém ainda, todos os códigos necessários para a realização de todas as simulações, sendo possível visualizá-lo de maneira interativa, através do link:

`http://nbviewer.jupyter.org/github/ruteee/ConvolucaoFrequencia/blob/master/Trabalho%20pds.ipynb`

Onde é possível ouvir todos os audio gerados, como ruído, voz, voz filtrada e etc.

1.1 Funções Acessórias

Para realizar este trabalho foram criadas algumas funções acessórias, que consistem em funções que designadas para auxiliar o desenvolvimento das funções principais: FFT, IFFT, convolução a partir do método sobreposição e soma e convolução a partir do método de Sobreposição e armazenamento.

São as funções: plot, calcular_numero_de_zeros, complete_zeros, get_fft_index, org_index_fft e wN. A seguir o descrição de cada função pode ser observada:

- **plot(y, title, args)**: Função utilizada para desenhar todos os gráficos deste relatório
- **calcular_numero_de_zeros(vetor)**: Calcula o número de zeros as serem adicionados em um vetor para que este possua um comprimento da potência de 2 mais próxima a este.
- **complete_zeros(n, vector)**: Função que adiciona um numero de zeros, n, ao fim de um vetor
- **get_fft_index(i, width)**: Retorna o índice correto de um elemento da fft, ainda não organizada
- **org_index_fft(size_fft)**: Organiza os elementos da fft, na ordem correta.
- **wN(N, signal)**: Calcula o valor de $W_n = e^{-j2\pi/N}$

```
In [1]: import numpy as np
        import matplotlib.pyplot as plt
        from scipy.io import wavfile
        import IPython.display as ipd
```

```
In [2]: def plot(y, title, *args):
            plt.figure(figsize=(16,4))
            plt.title(title)
            if(args):
                plt.plot(args[0],y)
            else:
                plt.plot(y)
            plt.show()

        def calcular_numero_de_zeros(vetor):
            return int(2**np.ceil(np.log2(len(vetor))) - len(vetor))

        def complete_zeros(n, vector):
            return np.concatenate([vector, np.zeros(n)])

        def get_fft_index(i, width):
            i_fft = '{:0{width}b}'.format(i, width=width)
            return int(i_fft[::-1], 2)

        def org_index_fft(size_fft):
            org_index_fft = []
            for i in np.arange(0,size_fft):
                numbits = int(np.ceil(np.log2(size_fft)))
                org_index_fft.append(get_fft_index(i,numbits))
            return org_index_fft

        def wN(N, signal):
            return np.exp(signal*1j*2*np.pi/N)
```

2 Simulação 1

Nesta simulação serão desenvolvidos os algoritmos de FFT, IFFT, Sobreposição e Soma e Sobreposição e armazenamento. Estes algoritmos serão utilizados em conjunto para, inicialmente, convoluir dois sinais do tipo porta, podendo assim ser verificada a eficacia e corretude dos mesmos.

2.1 Desenvolvimento da FFT

Para realizar o cálculo da FFT, foi implementada uma função recursiva que tem como base o algoritmo raiz de 2, com decimação na frequência.

Neste algorimo a fft é calculada por partes utilizando as definições:

$$g[n] = x[n] + x[n + N/2]$$

$$h[n] = x[n] - x[n + N/2]$$

Onde N é o número de amostras da sequência que será transformada.

Na primeira chamada da função, o vetor de amostras é dividido em duas partes iguais, denominadas: p1 e p2, a partir dessas partes os vetores g e h são calculados. Para o calculo de h, é ainda realizado o ponderamento pelo fator W_n. Dessa forma temos que:

$$g = p1 + p2$$

$$h = (p1 - p2) * Wns$$

Onde Wns é o vetor composto por todos os Wn calculados na chamada atual da função.

Calculados g e h, são realizadas duas chamadas da função fft, agora recebendo, em cada chamada, respectivamente, os vetores g e h. Este processo é repetido até que se chegue no caso base da função, que consiste em receber um vetor de tamanho 2; neste caso g e h, são:

$$g = x[0] + x[1]$$

$$h = x[0] - x[1]$$

Após todos os calculos de g e h serem realizados, uma concatenção destes vetores, que consistem do resultado final da fft, é feita. O vetor final é reorganizado e retornado ao usuário

O bloco abaixo mostra a implementação desta função

```
In [3]: def fft(fact,N, vec=[]):

            size_v = len(vec)//2
            p1 = vec[0:len(vec)//2]
            p2 = vec[len(vec)//2:]

            if size_v == 1:
                g = vec[0] + vec[1]
                h = vec[0] - vec[1]
                return np.array([g,h])
            else:
                wNs_tam = size_v
                Wns = wN(N, -1)**[(fact*i) for i in np.arange(0,wNs_tam)]

                g = p1 + p2
                h = (p1 - p2)*Wns

                fact = fact*2

                g = fft(fact, N, g)
                h = fft(fact, N, h)
            fft_ = np.concatenate([g,h])
            if fact == 2:
                fft_ = fft_[org_index_fft(len(fft_))]
            return fft_
```

2.2 Desenvolvimento da IFFT

O desenvolvimento da IFFT é semelhante ao da FFT,diferindo apenas em dois aspectos, o cálculo de W_n, sendo este na IFFT: $e^{-j2\pi/N}$ e a ponderação final, já que neste caso o resultado final de ser multiplicado por $1/N$, onde N é o número de amostras da sequência que será inversamente transformada.

O bloco abaixo mostra o desenvolvimento do algoritmo da transformada inversa

```
In [4]: def inverse_fft(fact,N, vec):
            size_v = len(vec)//2
            p1 = vec[0:len(vec)//2]
            p2 = vec[len(vec)//2:]

            if size_v == 1:
                g = vec[0] + vec[1]
                h = vec[0] - vec[1]
                return np.array([g,h])
            else:
                wNs_tam = size_v
                Wns = wN(N, 1)**[(fact*i) for i in np.arange(0,wNs_tam)]

                g = p1 + p2
                h = (p1 - p2)*Wns

                fact = fact*2

                g =inverse_fft(fact, N, g)
                h = inverse_fft(fact, N, h)

            fft_ = np.concatenate([g,h])
            if fact == 2:
                fft_ = (fft_[org_index_fft(len(fft_))])/N
            return fft_
```

2.3 Desenvolvimento do algoritmo: Sobreposição e soma (Over and Add)

Neste algoritimo a sequência x é dividida em blocos de tamanho $N - (M - 1)$ e a resposta ao impulso, h, de tamanho: M, é completada com zeros até o comprimento N

Como é realizada uma convolução circular, cada bloco de x, inicialmente com tamanho: N -(M - 1), é completado com zeros para que ambos, x e h, atinjam o mesmo comprimento N. A partir daí, é realizada a convolução circular com as dfts dos blocos de x e h.

A saída final do algoritmo consiste em somar os resultados de cada convolução, já no dominio do tempo, realizando uma sobrepósição das $(M - 1)$ amostras finais do y anterior com a $(M - 1)$ primeiras amostras do y atual.

```
In [5]: def overlap_add(N, x , h ):
            M = int(len(h))
            No = N - M + 1
            num_blocks_x = int(np.ceil(len(x))/No)
            y = np.zeros(int(len(x)) + M-1, dtype='complex')
```

```
    not_div_flag = False

    if(len(x) % N != 0):
        not_div_flag = True

    h = complete_zeros((N-M),h)
    h_jw = fft(1, N, h)

    for i in np.arange(0,num_blocks_x):
        x_block = x[i*(No):(i+1)*No]
        x_block = complete_zeros(M-1, x_block)

        if(i == (num_blocks_x -1) and not_div_flag):
            num_zeros_add = N-len(x_block)
            x_block = np.concatenate([x_block, np.zeros(num_zeros_add)])

        x_block_jw = fft(1, N, x_block)
        conv_temp = inverse_fft(1, N, h_jw*x_block_jw)
        y[i*No: (i*No + N)] += conv_temp
    return y
```

2.4 Desenvolvimento do algoritmo: Sobreposição e armazenamento (Over and Save)

Neste algoritimo são consideradas as sequências x, entrada, e h, resposta ao impulso de tamanho: M. A resposta ao impulso é completada com zeros até que atinja o comprimento N, e a entrada é dividida em blocos de tamanho L, onde $L = N - (M - 1)$ e posteriormente completada com zeros até que também atinja o comprimento N.

Com h e cada bloco de x com o mesmo tamanho, é realizada uma convolução circular atrávés das dfts das sequências. Para compor o sinal de saída cada convolução, já no dominio do tempo, é concatenada as demais, descartando-se as $(M-1) primeiras amostras de cada resultado.

```
In [6]: def overlap_save(N, x, h):
            M = int(len(h))
            L = N - M + 1
            tam_x_in = L - (M-1)

            number_blocks_x = int(np.ceil(len(x)/L))

            y = np.zeros(0, dtype='complex')
            h = complete_zeros((N-M),h)
            not_div_flag = False

            if(len(x) % N != 0):
                not_div_flag = True

            x_block = np.concatenate([np.zeros(M-1), x[0: L]])

            conv_freq = fft(1, N,x_block)* fft(1, N, h)
```

```
    conv_temp = inverse_fft(1, N, conv_freq)

    y = np.concatenate([y,conv_temp[(M-1):]])
    for j in np.arange(1, number_blocks_x):
        x_block = x[j*L - (M-1) : ((j+1)*L)]

        if(j == (number_blocks_x -1) and not_div_flag):
            num_zeros_add = N-len(x_block)
            x_block = np.concatenate([x_block, np.zeros(num_zeros_add)])

        h_jw = fft(1, N, h)
        x_block_jw = fft(1, N, x_block)

        conv_temp = inverse_fft(1, N, h_jw*x_block_jw)

        y = np.concatenate([y,conv_temp[(M-1):]])
    return y
```

2.5 Criação e plots do sinal tipo porta de 3000 pontos e de 220 pontos

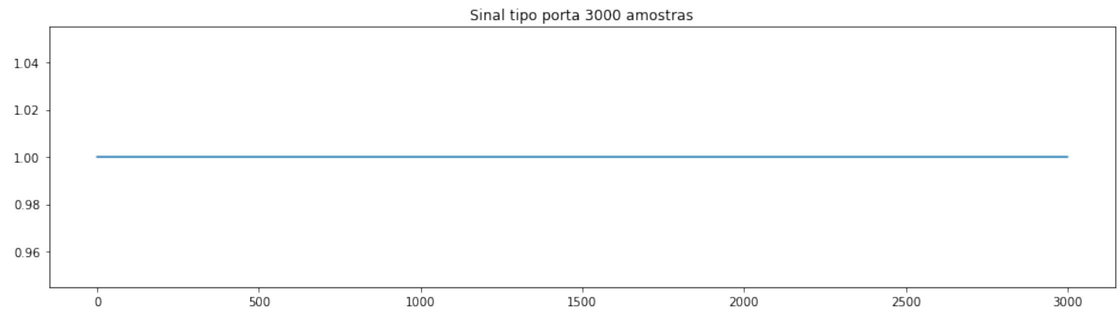
Para testar os métodos de sobreposição e soma, sobreposição e armazenamento, fft e ifft foram criados dois sinais do tipo porta, signal_port_3000 com 3000 amostras e signal_port_220 com 220 amostras. O bloco abaixo mostra esta criação

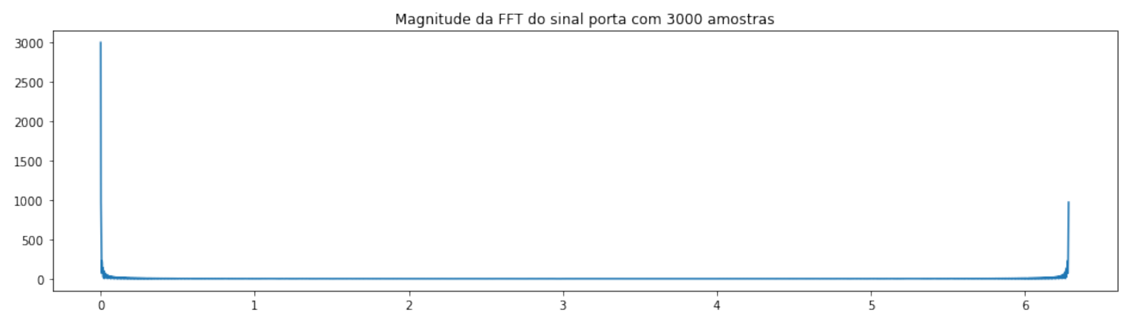
```
In [7]: signal_port_3000 = np.ones(3000)
        signal_port_220 = np.ones(220)
```

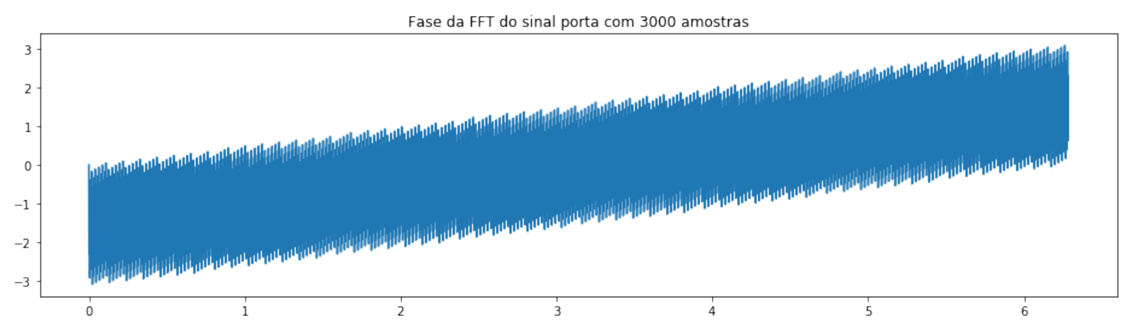
2.5.1 Plot dos sinais porta, (Sinal no tempo, e FFT, em fase e magnitude)

Sinal porta de 3000 amostras

```
In [8]: signal_port_3000_add = complete_zeros(
            calcular_numero_de_zeros(signal_port_3000), signal_port_3000)

        fft_3000 = np.fft.fft(signal_port_3000_add)

        plot(signal_port_3000, "Sinal tipo porta 3000 amostras")
        plot(np.absolute(fft_3000),
             'Magnitude da FFT do sinal porta com 3000 amostras',
             np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_3000)))
        plot(np.angle(fft_3000),
             'Fase da FFT do sinal porta com 3000 amostras',
             np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_3000)) )
```



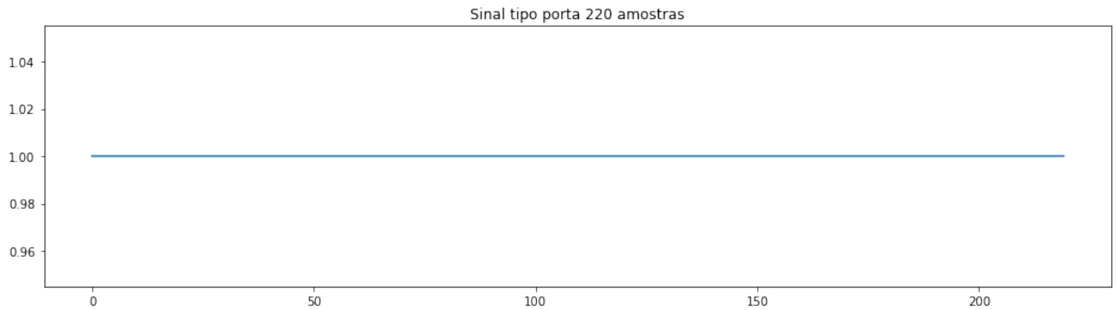


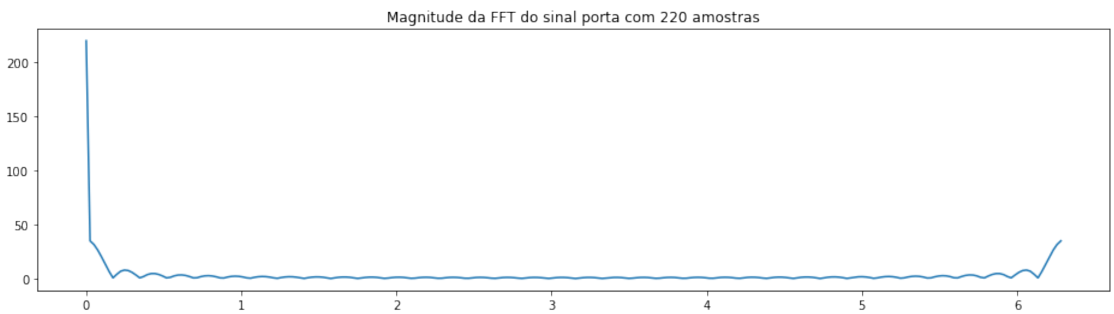


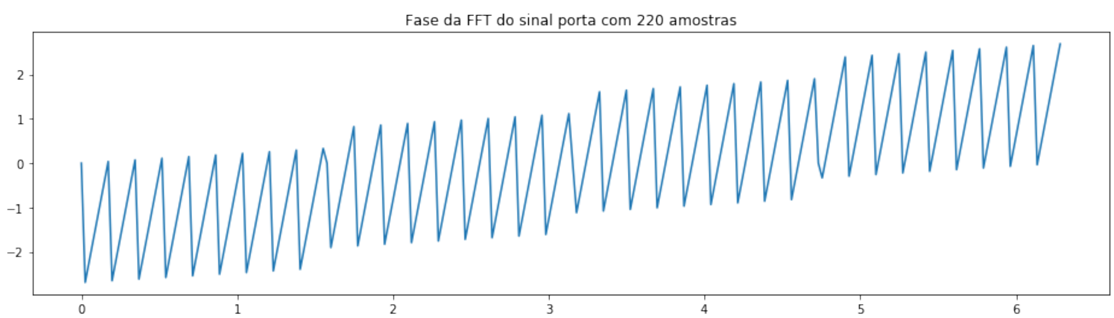
Sinal porta de 220 amostras

```
In [9]: signal_port_220_add = complete_zeros(
            calcular_numero_de_zeros(signal_port_220), signal_port_220)

        fft_220 = np.fft.fft(signal_port_220_add)

        plot(signal_port_220, "Sinal tipo porta 220 amostras")
        plot(np.absolute(fft_220),
             'Magnitude da FFT do sinal porta com 220 amostras',
```

```
        np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_220)))
    plot(np.angle(fft_220),
        'Fase da FFT do sinal porta com 220 amostras',
        np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_220)) )
```



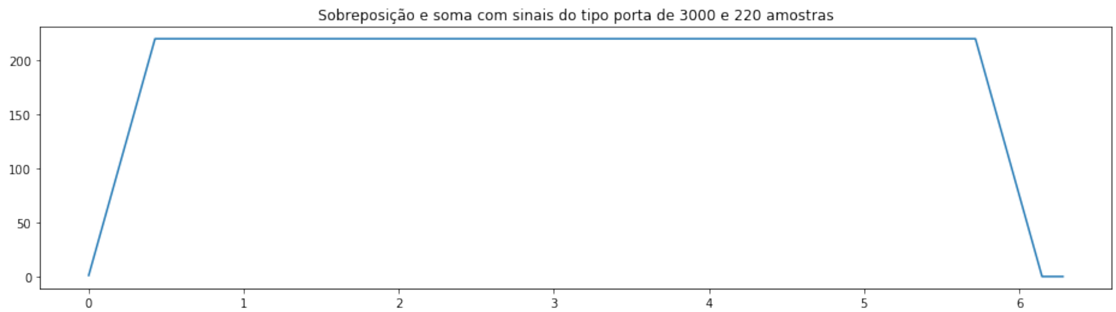


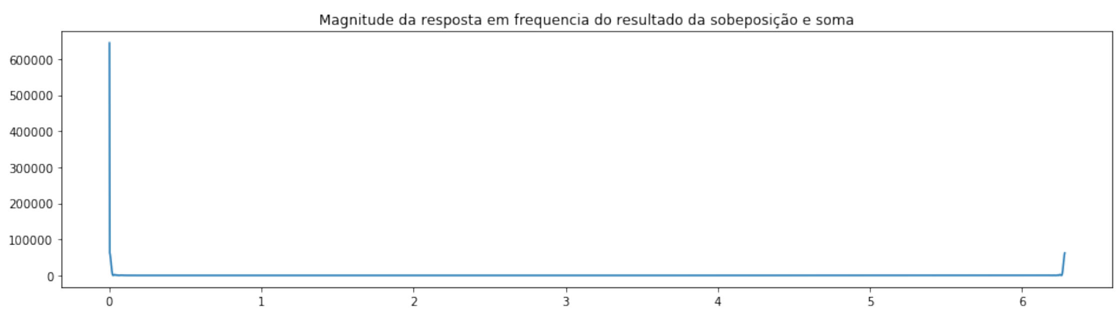


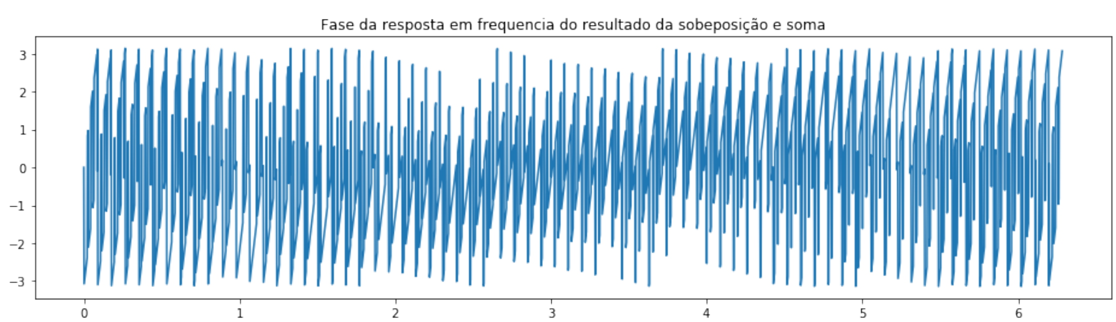
2.5.2 Gráficos da convolução utilizando o método Sobreposição e soma

Os gráficos abaixo mostram o resultado da convolução no tempo e na frequencia utilizando o algoritmo de sobreposição e soma

```
In [10]: over_and_add = overlap_add(512, signal_port_3000, signal_port_220)
         fft_over_add = np.fft.fft(over_and_add)

         plot(np.absolute(over_and_add),
              "Sobreposição e soma com sinais do tipo porta de 3000 e 220 amostras",
              np.linspace(0,2*np.pi, len(over_and_add)))
         plot(np.absolute(fft_over_add),
              'Magnitude da resposta em frequencia do resultado da sobeposição e soma',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_over_add)))
         plot(np.angle(fft_over_add),
              'Fase da resposta em frequencia do resultado da sobeposição e soma',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_over_add)))
```





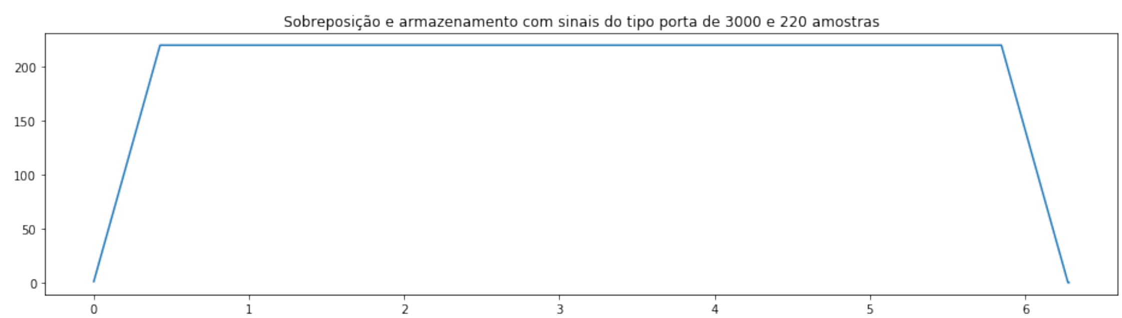


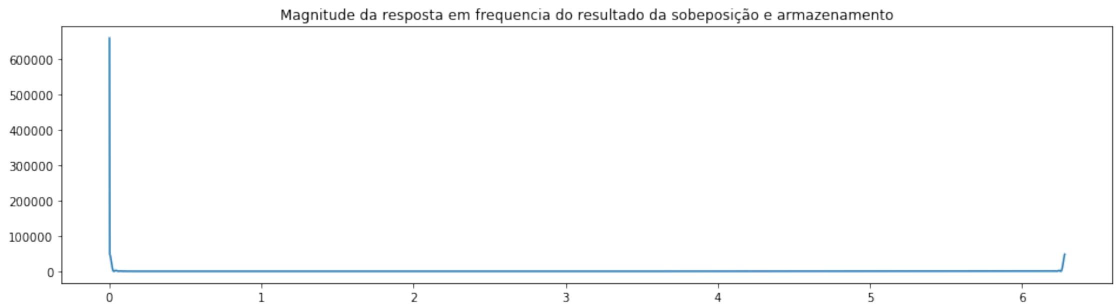
Como era esperado, o sinal de saída da convolução entre dois sinais do tipo porta, tem a forma trapezoidal, é possível ainda ver uma pequena cauda de zeros no gráfico. Isso acontece porque o algoritmo utilizado trabalha com adição de zeros nos blocos de x e h, neste caso no sinal tipo porta de 3000 e no sinal tipo porta de 220 amostras, essa adição é necessária para que se possa obter uma convolução linear dos sinais, que exige que o tamanho de cada sub-bloco dos sinais tenham o mesmo comprimento, afim de produzir o mesmo resultado de uma convolução usual.

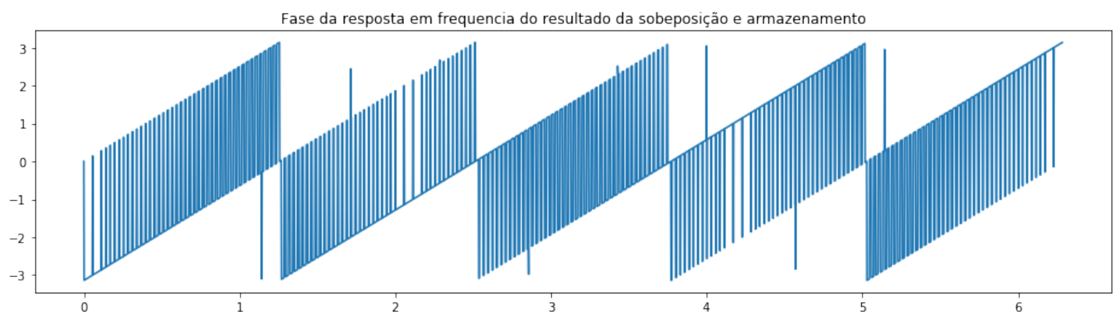
2.5.3 Gráficos da convolução utilizando o método Sobreposição e armazenamento

Os gráficos abaixo mostram o resultado da convolução no tempo e na frequencia utilizando o algoritmo de sobreposição e armazenamento

```
In [11]: over_and_save = overlap_save(512, signal_port_3000, signal_port_220)
         fft_over_save = np.fft.fft(over_and_save)

         plot(np.absolute(over_and_save),
              "Sobreposição e armazenamento com sinais do tipo porta" +
              "de 3000 e 220 amostras",
              np.linspace(0,2*np.pi, len(over_and_save)))
         plot(np.absolute(fft_over_save),
              'Magnitude da resposta em frequencia do resultado da ' +
              'sobeposição e armazenamento',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_over_save)))
         plot(np.angle(fft_over_save),
              'Fase da resposta em frequencia do resultado da ' +
              'sobeposição e armazenamento',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_over_save)))
```







Assim como no gráfico do algoritmo anterior, esta convolução posui a mesma forma trapezoidal, assim como um pequena cauda de zeros, devido ao mesmo motivo mencionado anteriormente.

2.6 Convolução utilizando a função 'convolve' do numpy (Python)

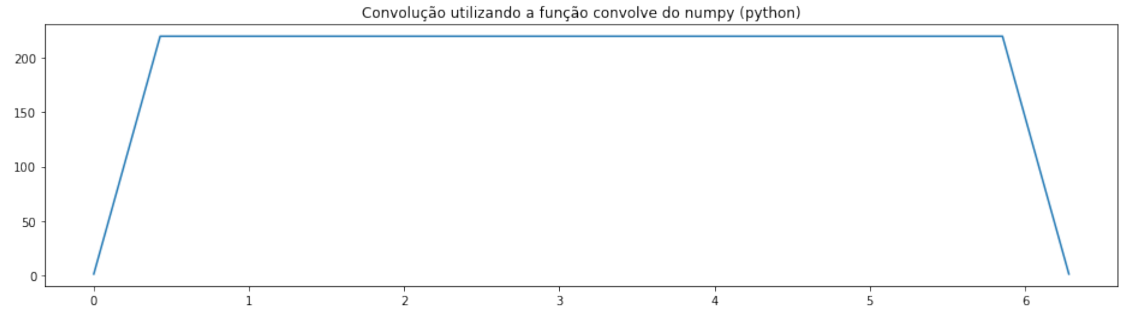
Para fazer uma comparação dos resultados, são plotados abaixo os resultados utilizando a função *convolve* da biblioteca *numpy* da liguagem *Pyhton*

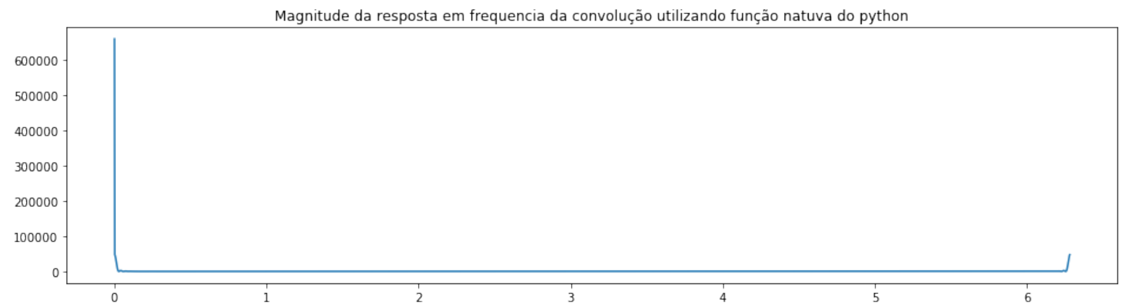
```
In [12]: np_conv = np.convolve(signal_port_3000, signal_port_220)
```

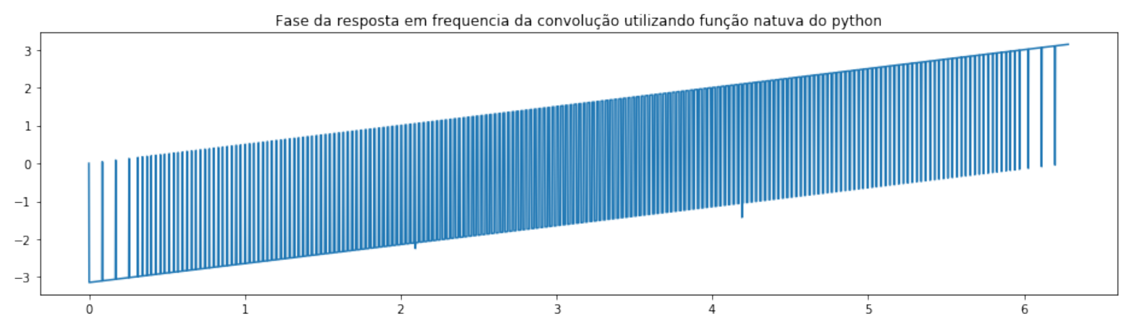
2.7 Gráficos da convolução original do python

```
In [13]: fft_np_conv= (np.fft.fft(np_conv))

         plot(np.absolute(np_conv),
              'Convolução utilizando a função convolve do numpy (python)',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(np_conv)))

         plot(np.absolute(fft_np_conv),
              'Magnitude da resposta em frequencia da convolução utilizando' +
              'função nativa do python',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_np_conv)))
         plot(np.angle(fft_np_conv),
```

```
'Fase da resposta em frequencia da convolução utilizando'+
'função nativa do python',
np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_np_conv)))
```







É possível notar neste gráfico a semelhança com os anteriores, a excessão da cauda de zeros. Isso mostra que os algoritmos implementados neste trabalho produziram um resultado correto

3 Simulação 2

Nesta simulação, um audio de voz da autora deste trabalho é gravado por 10s a uma taxa de amostragem de 8kHz, apoós isto, é adicionado a esse áudio um ruído senoidal de 2Khz.

O objetivo desta simulação é utilizar o filtro passa baixas, dado, para, através dos algoritmos de sobreposição e soma e sobreposição e armazenamento, filtrar o ruído senoidal adicionado.

3.1 Criação do filtro, h[n]

O bloco de código abaixo cria o filtro h[n] de acordo com a expressão dada no trabalho

$$h[n] = \frac{sin(0.325(n-62))}{\pi(n-62)} \left[0.5 - 0.5cos(\frac{2\pi n}{124}) \right]$$

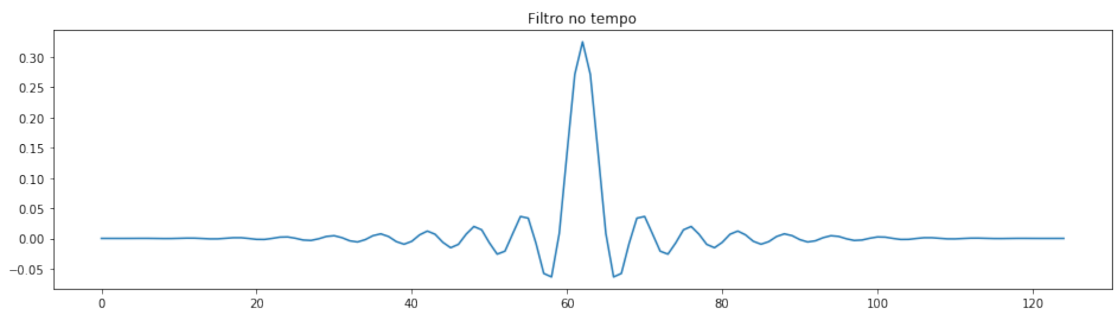
com

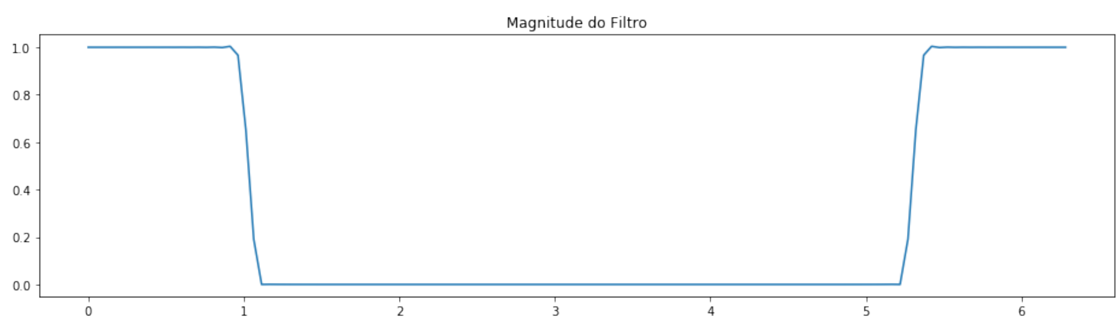
$$0 < n < 124$$

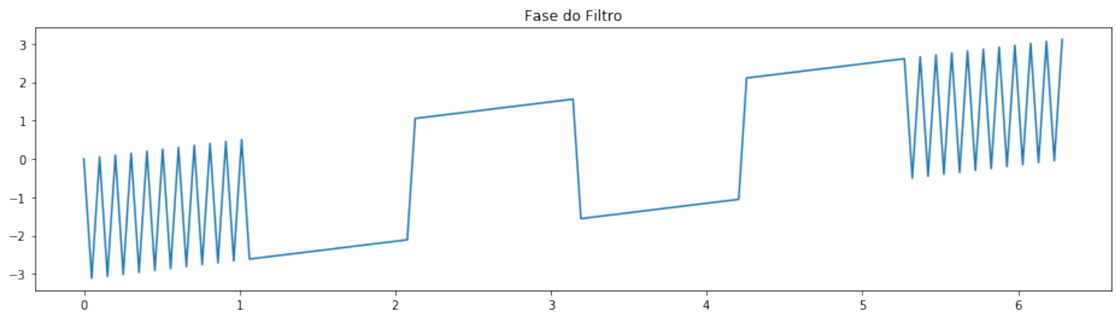
```
In [14]: n = np.arange(0,125)
         h = ((np.sinc(0.325*(n - 62)))*(0.325))* (0.5 - 0.5*np.cos(2*np.pi*n/124))
```

3.2 Plots do filtro no tempo e resposta em frequência em fase e magnitude.

```
In [15]: h_jw = np.fft.fft(h)
         plot(h, "Filtro no tempo")
         plot(np.absolute(h_jw), "Magnitude do Filtro", np.linspace(0,2*np.pi, len(h)))
         plot(np.angle(h_jw), "Fase do Filtro", np.linspace(0,2*np.pi, len(h)))
```







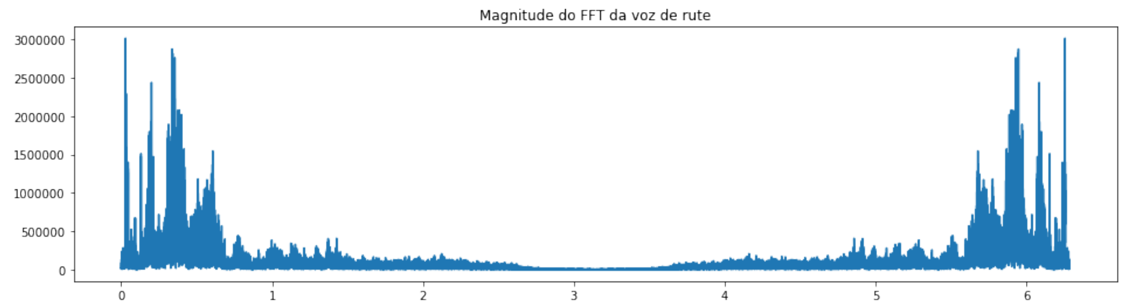
3.3 Importação dos arquivos de áudio

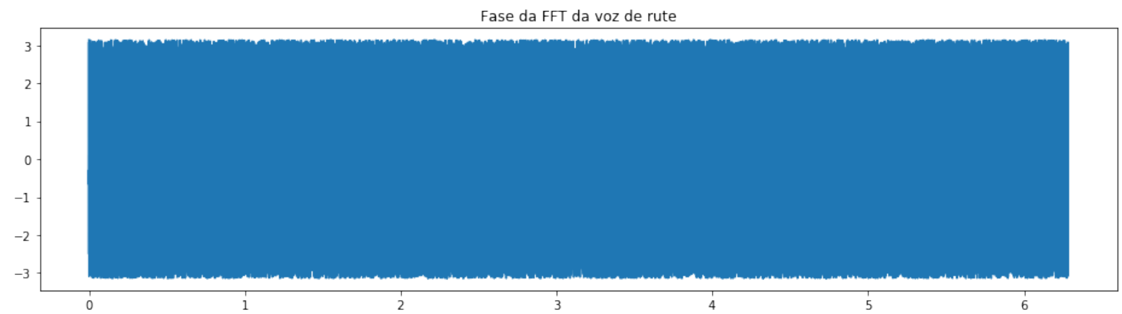
O áudio de voz, foi gravado através do *software* audacity e o ruído senoidal com $f = 2kHz$, foi gerado pelo mesmo software a uma taxa de $8kHz$. Posteriormente estes audios foram importados como mostra o trecho de código abaixo.

```
In [16]: fs, data_rute = wavfile.read('Audios/voz_de_rute.wav')
         fs, data_ruido = wavfile.read('Audios/ruido.wav')
```

3.3.1 Plots do sinal de audio de voz

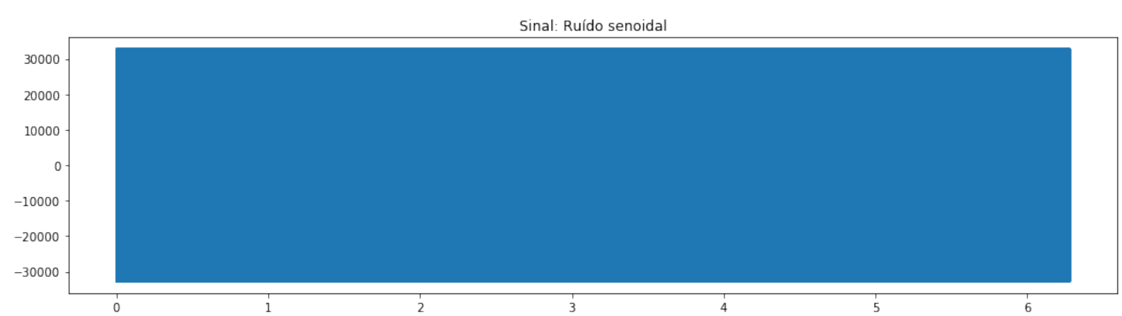
```
In [18]: fff_rute = np.fft.fft(data_rute)

         plot(np.real(data_rute), 'Sinal gravado: Voz de rute',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(data_rute)))
         plot(np.absolute(fff_rute), 'Magnitude do FFT da voz de rute',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(fff_rute)))
         plot(np.angle(fff_rute), 'Fase da FFT da voz de rute',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(fff_rute)))
```

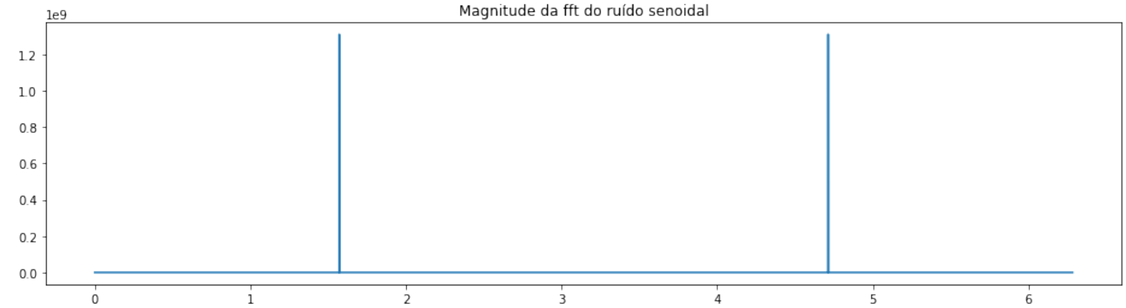


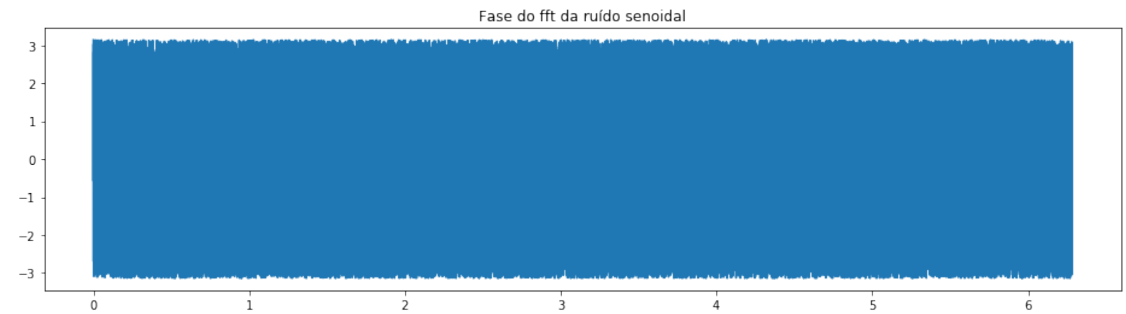


3.3.2 Plot da fft, em fase e magnitude, do ruído

```
In [20]: fft_ruido = np.fft.fft(data_ruido)

         plot(np.real(data_ruido), 'Sinal: Ruído senoidal',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(data_ruido)))
         plot(np.absolute(fft_ruido), 'Magnitude da fft do ruído senoidal',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_ruido)))
         plot(np.angle(fft_ruido), 'Fase do fft da ruído senoidal',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_ruido)))
```







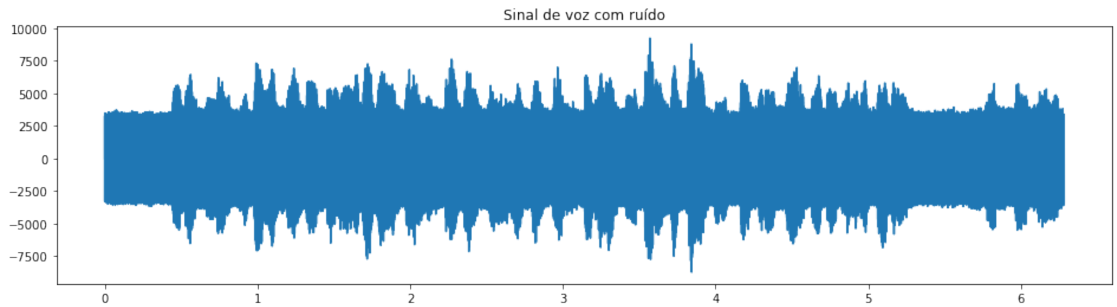
3.4 Sinal de voz com adição do ruído

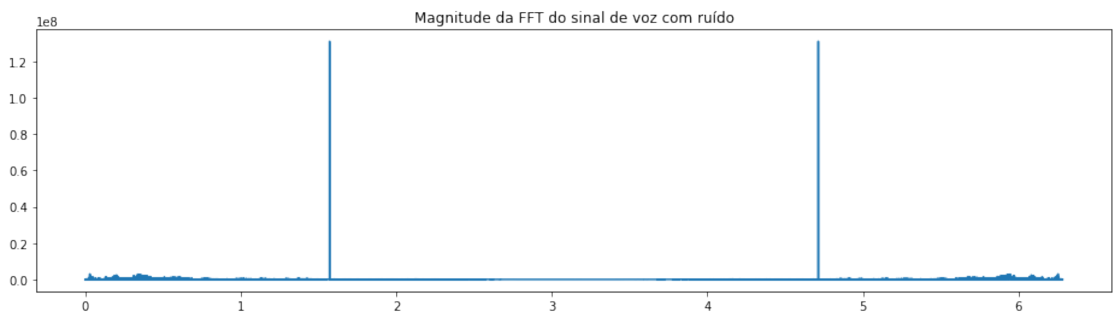
No bloco de código abaixo o sinal de ruído é adicionado ao sinal de voz. É possível ouvir a mistrura dos dois sinais através deste bloco.

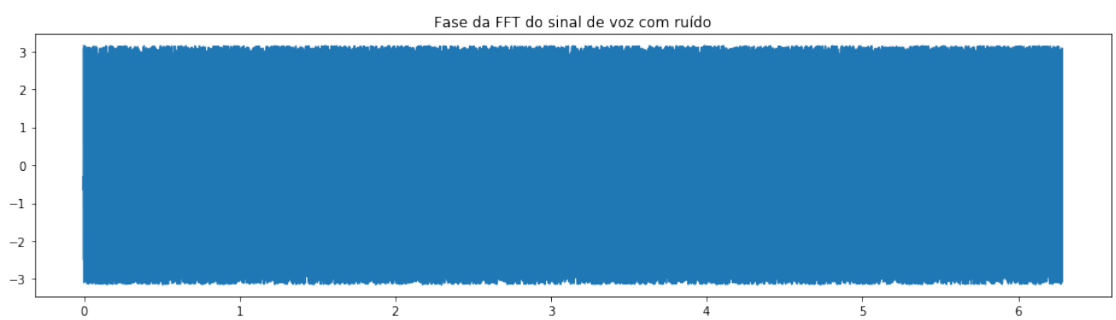
```
In [37]: voz_com_ruido = data_rute+0.1*data_ruido
```

3.4.1 Plots do sinal de voz com ruído adicionado

```
In [22]: voz_com_ruido_fft = np.fft.fft(voz_com_ruido)

         plot(np.real(voz_com_ruido), 'Sinal de voz com ruído',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(voz_com_ruido)))

         plot(np.absolute(voz_com_ruido_fft),
              'Magnitude da FFT do sinal de voz com ruído',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(voz_com_ruido_fft)))

         plot(np.angle(voz_com_ruido_fft),
              'Fase da FFT do sinal de voz com ruído',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(voz_com_ruido_fft)))
```







3.5 Voz filtrada utilizando o método de Sobreposição e soma e filtro passa-baixas

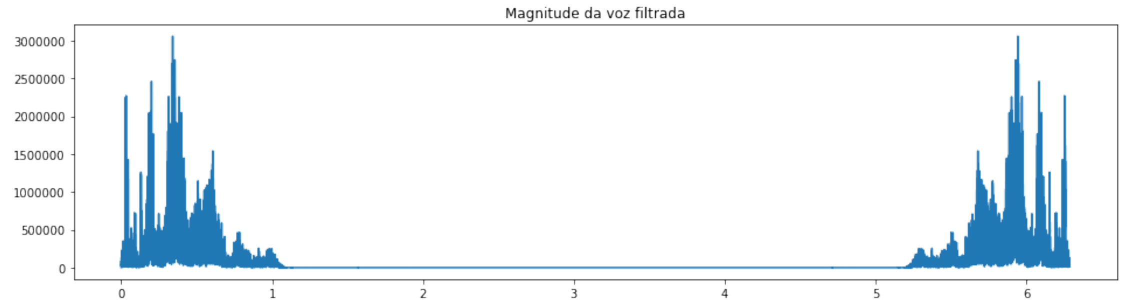
Nos blocos abaixo é possível ouvir a voz filtrada com filtro passa baixas, h, utilizando o método de sobreposição e soma

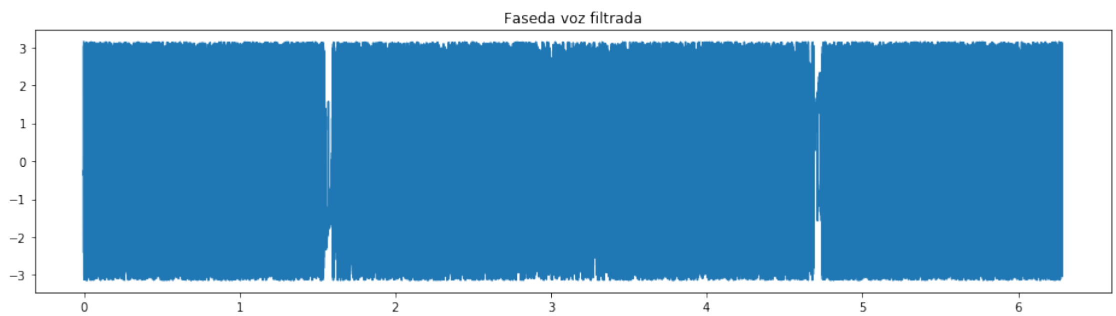
```
In [23]: voz_filtrada_over_and_add = overlap_add(512, voz_com_ruido, h)
```

3.5.1 Plot da fft, em magnitude e fase, do sinal de voz filtrado

```
In [25]: fft_voz_filtrada_soma = np.fft.fft(voz_filtrada_over_and_add)
         plot(np.absolute(fft_voz_filtrada_soma),
```

```
     'Magnitude da voz filtrada', np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_voz_filtrada_soma)))
plot(np.angle(fft_voz_filtrada_soma),
     'Faseda voz filtrada', np.linspace(0,2*np.pi, len(fft_voz_filtrada_soma)))
```





3.6 Voz filtrada utilizando o método de Sobreposição e armazenamento com filtro passa-baixas

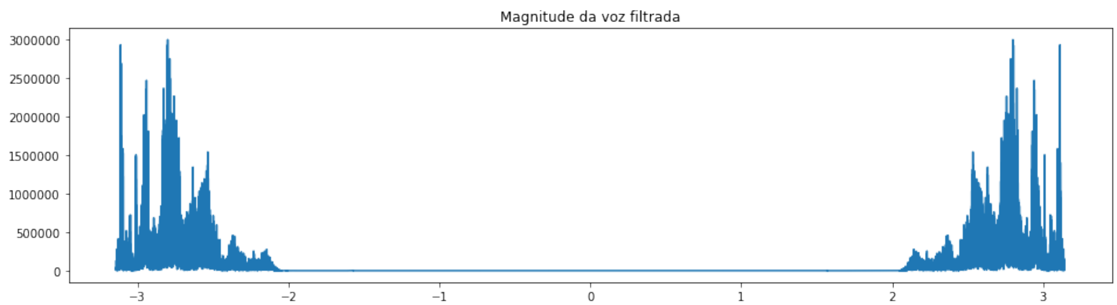
Nos blocos abaixo é possível ouvir o sinal de voz filtrado com filtro passa-baixas h, utilizando o método de sobreposição e armazenamento

```
In [26]: voz_filtrada_over_and_save = overlap_save(512, voz_com_ruido, h)
```

3.6.1 Plot da fft, em magnitude e fase, do sinal de voz filtrado

```
In [28]: voz_filtrada_over_and_save_add = complete_zeros(
             calcular_numero_de_zeros(voz_filtrada_over_and_save),
             voz_filtrada_over_and_save)

         voz_filtrada_save_fft = fft(1,
                                     len(voz_filtrada_over_and_save_add),
                                     voz_filtrada_over_and_save_add)

         plot(np.absolute(voz_filtrada_save_fft),
```

```
        'Magnitude da voz filtrada',
        np.linspace(-np.pi,np.pi, len(voz_filtrada_save_fft)))
plot(np.angle(voz_filtrada_save_fft),
        'Fase da voz filtrada',
        np.linspace(-np.pi,np.pi, len(voz_filtrada_save_fft)))
```



4 Simulação 3: Projeto de filtro rejeita faixas para rejeitar o ruído de 2kHz

Para o projeto deste filtro foram uilizados frequências de corte $W_c1 = 0.45\pi$ e $W_c2 = 0.55\pi$ com $\delta_1 = \delta_2 = 0.01$. O método de filtragem foi o de filragem por janelamento, utilizando a janela de Haninng. Escolhendo $w_{s1} = 0.475\pi$, $w_{s2} = 0.575\pi$ e $w_{p1} = 0.425$ foi obtido um M = 97, para a janela escolhida.

A função do filtro, h, ideal é definida como:

$$\frac{sin(wc_{c1}n) - sin(w_{c2}n)}{\pi n} para|n| > 0$$

e

$$1 - \frac{wc_{c2} - w_{c1}}{\pi} paran = 0$$

A equação da janela de Hanning é dada por

$$0.5\left[1 - \frac{cos(2\pi n)}{N-1}\right]$$

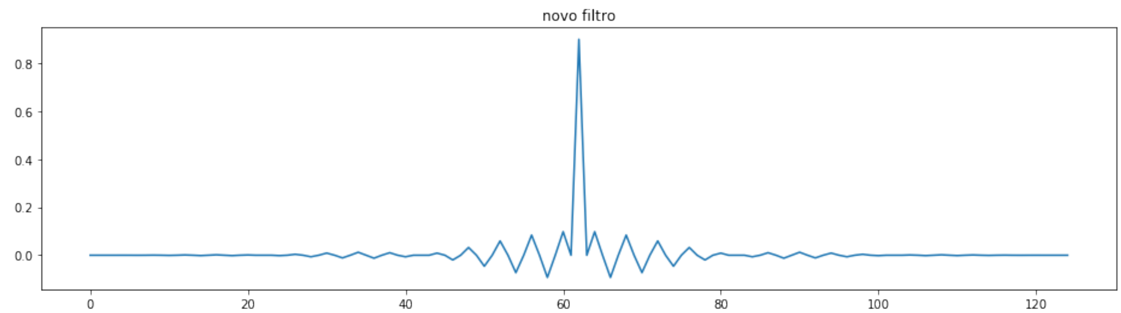
para n > 0
e

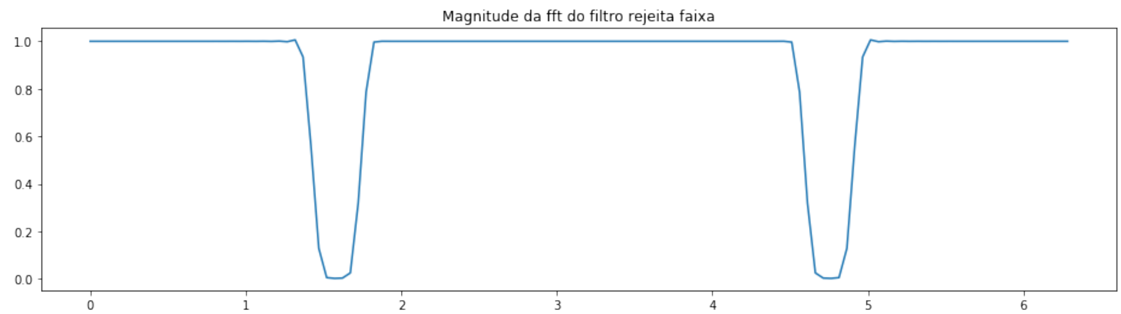
0

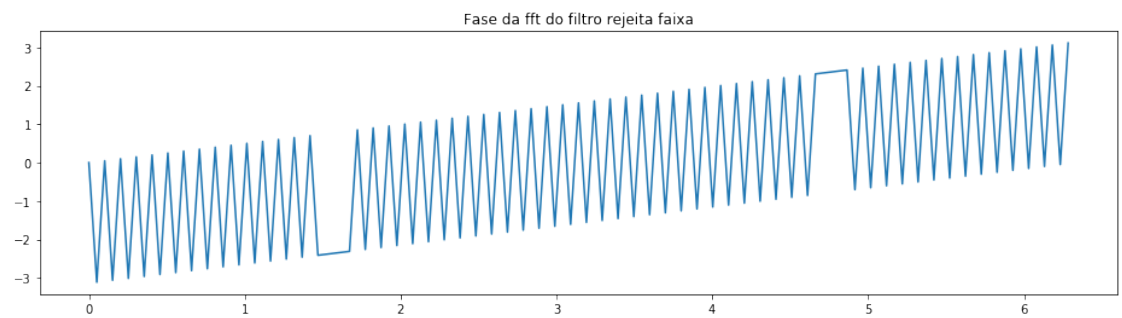
caso contrário

In [29]:
```
wc1 = 1.8*(np.pi*2*1/8)
wc2 = 2.2*(np.pi*2*1/8)

ws1 = 1.9*(np.pi*2*1/8)
ws2 = 2.1*(np.pi*2*1/8)

wp1 = 2*wc1-ws1

deltaW = np.absolute(ws1-wp1)

deltaF = deltaW/(2*np.pi)

M = int(3.1/deltaF)

n = np.arange(0,M+1)

h_rejeita_faixa = np.zeros(M+1)

for i in np.arange(0,len(n)):
    if i != M/2:
        h_rejeita_faixa[i] = (1/((i - M/2)*np.pi))*
            (np.sin(wc1*(i - M/2)) - np.sin(wc2*(i - M/2)))*
            (0.5 - 0.5*np.cos(2*np.pi*i/M))
    else:
        h_rejeita_faixa[i] =  1 - ((wc2 -wc1)/np.pi)
```

In [30]:
```
plot(h_rejeita_faixa,'novo filtro')
h_rejeita_faixa_fft = np.fft.fft(h_rejeita_faixa)

plot(np.absolute(h_rejeita_faixa_fft),
     'Magnitude da fft do filtro rejeita faixa',
     np.linspace(0,2*np.pi, len(h_rejeita_faixa_fft)))
plot(np.angle(h_rejeita_faixa_fft),
     'Fase da fft do filtro rejeita faixa',
     np.linspace(0,2*np.pi, len(h_rejeita_faixa_fft)))
```







4.1 Utilização dos algoritimos: Sobreposição e soma e Sobreposição e armazenamento

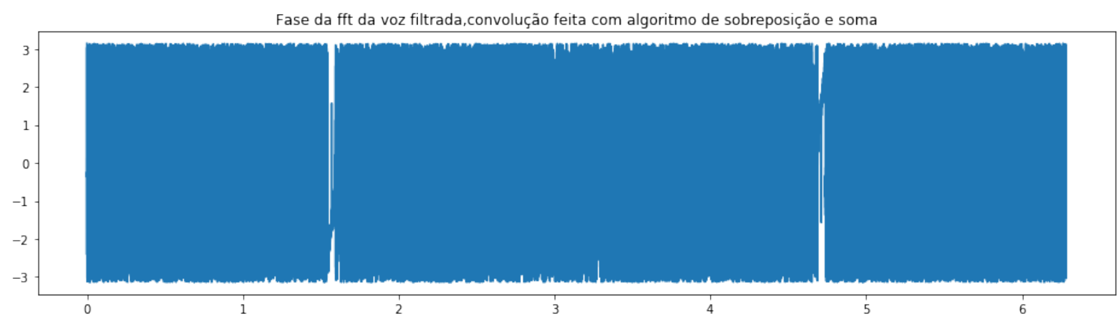
Utilizando os algoritmos de sobreposição e soma e sobreposição e armazenamento, a voz com ruído senoidal adicionado, foi filtrada utilizando, agora, o filtro rejeita faixas projetado.

4.1.1 Sobreposição e soma com o novo filtro

```
In [31]: voz_novo_filtro_over_add = overlap_add(512, voz_com_ruido, h_rejeita_faixa)
```

Plot da fft do sinal, em fase e magnitude, filtrado utilizando o filtro rejeita faixa Os gráficos abaixo estão variando, no eixo horizontal, de 0 à 2π.

```
In [33]: voz_novo_filtro_over_add_fft = np.fft.fft(voz_novo_filtro_over_add)
         plot(np.absolute(voz_novo_filtro_over_add_fft),
              'Magnitude da fft voz filtrada, convolução feita' +
              'com algoritmo de sobreposição e soma',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(voz_novo_filtro_over_add_fft)))
         plot(np.angle(voz_novo_filtro_over_add_fft),
              'Fase da fft da voz filtrada,convolução feita' +
              'com algoritmo de sobreposição e soma',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(voz_novo_filtro_over_add_fft)))
```



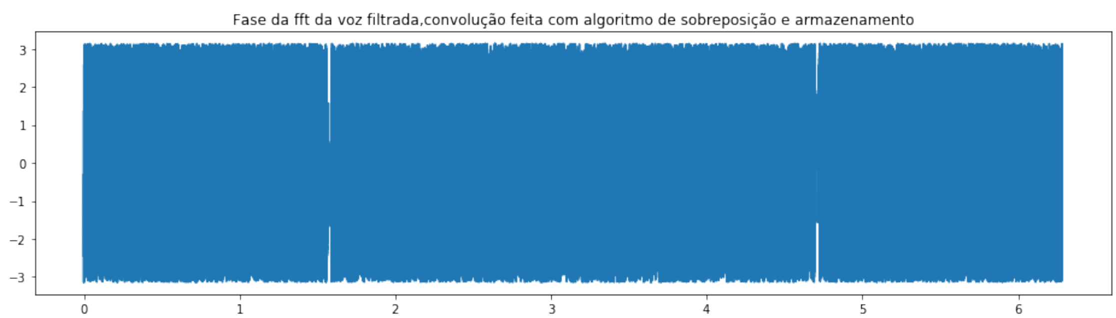
Pelo gráfico de magnitude da transformada da voz filtrada, podemos ver que o pico do ruído em 2kHz, no gráfico entre s valores de 1rad e 2rad e 4rad e 5rad, foi quase que completamente atenuado, pelo filtro rejeita faixas projetado. Isso mostra que a convolução realizada pelo algoritmo de sobreposição e soma foi realizada corretamente, já que o filtro foi aplicado ao sinal de maneira satisfatória.

4.1.2 Sobreposição e armazenamento com o novo filtro

```
In [34]: voz_novo_filtro_over_save= overlap_save(512, voz_com_ruido, h_rejeita_faixa)
```

4.1.3 Plot da fft do sinal, em fase e magnitude, filtrado utilizando o filtro rejeita faixa

```
In [36]: voz_novo_filtro_over_save_fft = np.fft.fft(voz_novo_filtro_over_save)

         plot(np.absolute(voz_novo_filtro_over_save_fft),
              'Magnitude da fft voz filtrada, convolução feita com algoritmo' +
              'de sobreposição e aramazenamento',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(voz_novo_filtro_over_save_fft)))
         plot(np.angle(voz_novo_filtro_over_save_fft),
              'Fase da fft da voz filtrada,convolução feita com algoritmo' +
              'de sobreposição e armazenamento',
              np.linspace(0,2*np.pi, len(voz_novo_filtro_over_save_fft)))
```



Assim como o método de sobreposição e soma, o método de sobreposição e armazenamento convoluiu os sinais de maneira correta. Podemos ver que o filtro rejeita faixas foi aplicado ao sinal, removendo o sinal de ruído. É possível ver no gráfico de magnitude da voz filtrada, na região entre 1rad e 2rad, assim como na região entre 4rad e 5rad, que o pico do sinal de ruído foi bastante atenuado, ficando praticamente nulo.