REI201G Heimaverkefni 2

Annar heimadæmaskammtur er úr efni kafla 2.1 og 3 í kennslubók og á að skila dæmunum föstudaginn 23. febrúar. Lausnum á að skila á Gradescope í formi Jupyter vinnubókar á PDF sniði (Velja File/Download as HTML, opna skrá í vafra og prenta í PDF skrá).

Til að skrá sig inn á námskeiðið í Gradescope þarf að slá inn kóða 9KYPRX.

- Athugið að merkja allar lausnir vandlega með nafni og hi.is notendanafni.
- Merkið við hvar hvert dæmi er að finna á síðunum.
- Ef engu er skilað fyrir eitthvað dæmi þarf að merkja það sem autt.

Í dæmatíma í næstu viku verður farið yfir nokkur dæmi á töflunni (færri dæmi en í síðustu viku) en restin af tímanum verður svo notuð til að vinna í heimadæmum.

Eftirfarandi reglur gilda um heimadæmaskil:

Þeir nemendur sem vinna að lausn heimadæma með öðrum þurfa alltaf að skrifa upp og skila inn sinni eigin lausn. Þeir þurfa ennfremur að tilgreina með hverjum var unnið að lausn verkefnisins. Það er óheimilt að fá lausnir hjá öðrum, afrita lausnir eða láta aðra fá lausnina sína. Ef kennari verður var við afritaðar lausnir mun hann lækka einkunn fyrir viðkomandi verkefni. Hikið ekki við að leita til kennara ef þið eruð í vafa um hvað telst eðlileg samvinna og hvað ekki.

Athugið: Til að hljóta próftökurétt þarf að skila 3 heimaverkefnum af fyrstu 5 og hljóta að lágmarki 5.0 í meðaleinkunn fyrir 3 bestu verkefnin.

Heimadæmi

1. Til að sýna að fall $f(x)$ sé línulegt er nóg að sýna vigur a sem er þannig að $f(x) = a^T x$.

a) Sýnið að meðaltal staka í sætum með slétt sætisnúmer í n-vigri sé línulegt fall. Þið megið gera ráð fyrir að n sé slétt tala, $n = 2k$. *Dæmi*: $f((1,2,3,4)) = 2/2 + 4/2 = 3$.

b) Sýnið að eftirfarandi "brúun" á n-vigri sé línulegt fall, $x_n + (x_n - x_{n-1})$ fyrir $n \geq 2$ (þetta er einföld aðferð til að spá fyrir um gildi á x_{n+1} sem byggir á að teikna línu gegnum x_n og x_{n-1}).

2. Til að sýna að fall sé ólínulegt er nóg að finna tiltekna vigra x og y og tölur α og β þannig að $f(\alpha x + \beta y) \neq \alpha f(x) + \beta f(y)$.

a) Sýnið að $f(x) = (x_1 - x_2 + x_3)^2$ sé ólínulegt fall.

b) Sýnið að miðgildi n-vigurs sé ólínulegt fall. Gerið ráð fyrir að n sé oddatala, þ.e. $n = 2k + 1$. Miðgildi vigurs er skilgreint sem $(k + 1)$-stærsta stakið. *Dæmi*: Miðgildi vigursins (-1.2, 1, 3, 0.5, -2) er 0.5.

3.Skrifið Python föll sem reikna stærðirnar hér að neðan. Þið megið nota Numpy föllin `dot`, `ones`, `sum`, `sqrt` og öll svið í `ndarray`, t.d. `ndim` og `shape`. Föllin taka inn vigur x eða vigra x og y.

a) $||x||^2$

b) **std**(x)

c) $\rho = \frac{\tilde{x}^T \tilde{y}}{||\tilde{x}|| \, ||\tilde{y}||}$ (hér táknar $\tilde{x} - \mathbf{avg}(x)$, sjá nánar bls. 60 í bók).

4. Notið Python og Numpy til að finna *næsta nágranna* við $a = (1,3,4)$ meðal vigranna

$$x_1 = (4,3,5), \qquad x_2 = (0.4, 10, 50), \qquad x_3 = (1,4,10), \qquad x_4 = (30, 40, 50).$$

(Næsti nágranni a meðal vigra $x_1, \ldots x_m$ er sá vigur x_k sem er í stystri fjarlægð frá a).

Hver vigranna $x_1, \ldots, x_4$ er næsti nágranni a og hver er fjarlægð a í hann? Hver vigranna $x_1, \ldots, x_4$ myndar minnsta horn við a? Tilgreinið líka þetta horn.

Ábending: Sjá vika_02.pynb á Piazza. Notið `math.acos` til að reikna arccos fallið (andhverfa kósínius fallsins).

Tímadæmi

1. Til að sýna að fall $f(x)$ sé línulegt er nóg að sýna vigur a sem er þannig að $f(x) = a^T x$.

Sýnið að mismunur fyrsta og síðasta staks í n-vigri sé línulegt fall, $f(x) = x_n - x_1$.

2. Til að sýna að fall sé ólínulegt er nóg að finna tiltekna vigra x og y og tölur α og β þannig að $f(\alpha x + \beta y) \neq \alpha f(x) + \beta f(y)$.

Sýnið að fallið $f(x) = \max_k x_k - \min_k x_k$ sé ólínulegt fall. *Dæmi*: $f((4, 3, 1, 2)) = 4 - 1 = 3$.

3. Skrifið Python fall sem reiknar stærðina $x - \mathbf{avg}(x)$. Þið megið nota Numpy föllin `dot`, `ones`, `sum`, `sqrt` og öll svið í `ndarray`, t.d. `ndim` og `shape`. Fallið tekur inn vigur x af taginu `numpy.ndarray`.