Решение задачи линейного программирования

Владимир Руцкий, 3057/2

23 марта 2009 г.

1 Постановка задачи

Целью данной работы является изучение нескольких методов решения *задачи линейного программирования*, которая без ограничения общности может быть представлена в *канонической форме*:

$$\min c^{\mathsf{T}} x, \quad \forall x \in S$$

$$S = \{\, x \mid a_i^{\mathsf{T}} x - b^{(i)} = 0, \quad i = \overline{1,M}, x \geqslant 0 \,\},$$

где $c^{\mathsf{T}} x$ — целевая функция, а множество S — множество допустимых точек.

Результатом решения задачи линейного программирования в представленной форме является один из следующих выводов:

1. Множество допустимых точек непусто и найдётся точка $x_* \in S$ такая, что $c^{\mathsf{T}} x_* \leqslant c^{\mathsf{T}} x, \quad \forall x \in S$. Такая точка x_* называется *оптимальной*.
2. Множество допустимых точек непусто и функция $c^{\mathsf{T}} x$ неограничена снизу при $x \in S$.
3. Множество допустимых точек пусто: $S \neq \varnothing$.

Каноническую задачу линейного программирования можно представить в матричной форме:

$$\min c^{\mathsf{T}}[N]\, x[N], \quad x[N] \in S$$

$$S = \{\, x[N] \mid A[M,N]\, x[N] = b[M], \quad x[N] \geqslant 0 \,\}.$$

Я решаю задачу для следующих данных:

$$A[M,N] = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b[M] = \begin{pmatrix} 13 \\ 26 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$c^{\mathsf{T}}[N] = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2 Исследование применимости метода

2.1 Симплекс метод

Симплекс метод применим для любой задачи линейного программирования представленной в указанной выше матричной форме, а значит и применим в данном случае.

2.2 Метод перебора крайних точек множества допустимых точек

2.3 Генетический алгоритм

3 Описание алгоритма

4 Код программы

5 Результаты решения

6 Возможные дополнительные исследования

7 Обоснование достоверности полученного результата