

Решение задачи линейного программирования

Владимир Руцкий, 3057/2

19 мая 2009 г.

1 Постановка задачи

Целью данной работы является изучение нескольких методов решения задачи линейного программирования, которая без ограничения общности может быть представлена в канонической форме:

$$\min c^T x, \quad \forall x \in S$$

$$S = \{ x \mid a_i^T x - b^{(i)} = 0, \quad i = \overline{1, M}, x \geq 0 \},$$

где $c^T x$ — целевая функция, а множество S — множество допустимых точек.

Результатом решения задачи линейного программирования в представленной выше форме является один из следующих выводов:

1. Множество допустимых точек непусто и найдётся точка $x_* \in S$ такая, что $c^T x_* \leq c^T x, \quad \forall x \in S$.
Такая точка x_* называется *оптимальной*.
2. Множество допустимых точек непусто и функция $c^T x$ неограничена снизу при $x \in S$.
3. Множество допустимых точек пусто: $S \neq \emptyset$.

Каноническую задачу линейного программирования можно представить в матричной форме:

$$\min c^T[N] x[N], \quad x[N] \in S$$

$$S = \{ x[N] \mid A[M, N] x[N] = b[M], \quad x[N] \geq 0 \}.$$

В данной работе решается задача для следующих исходных данных:

$$A[M, N] = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b[M] = \begin{pmatrix} 13 \\ 26 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$c^T[N] = (\ 4 \quad -3 \quad 0 \quad -1 \quad 1 \quad 0)$$

2 Исследование применимости методов

2.1 Симплекс метод

Симплекс метод применим для решения любой задачи линейного программирования.

Однако используемая конкретная реализация симплекс метода требует, чтобы задача была приведена к каноническому виду и ранг матрицы ограничений A был полным, что выполняется в данных условиях.

2.2 Метод перебора крайних точек множества допустимых точек

2.3 Генетический алгоритм

3 Описание алгоритма

3.1 Симплекс метод

3.2 Метод перебора крайних точек множества допустимых точек

3.3 Генетический алгоритм

4 Код программы

4.1 Симплекс метод

4.2 Метод перебора крайних точек множества допустимых точек

4.3 Генетический алгоритм

5 Результаты решения

5.1 Симплекс метод

5.2 Метод перебора крайних точек множества допустимых точек

5.3 Генетический алгоритм

6 Возможные дополнительные исследования

7 Обоснование достоверности полученного результата