

# Решение задачи многомерной минимизации функции

Владимир Руцкий, 3057/2

31 марта 2009 г.

# 1 Постановка задачи

Требуется найти с наперёд заданной точностью минимум многомерной функции  $f(x)$  в некоторой области:

$$\min f(x), \quad x \in \mathbb{R}^n,$$

используя *метод градиентного спуска* и *генетический алгоритм*.

Исходная функция:  $f(x) = x_1^3 + 2x_2 + 4\sqrt{2 + x_1^2 + x_2^2}$ , заданная на  $\mathbb{R}^2$ .

## 2 Исследование применимости методов

### 2.1 Метод градиентного спуска

*Метод градиентного спуска* основывается на том, что для гладкой выпуклой функции градиент функции в точке направлен в сторону увеличения функции. Используя этот факт можно построить итерационный процесс в котором каждая следующая точка выбирается на луче противоположном градиенту в текущей точке:

$$x_{k+1} = x_k - \lambda_k \nabla f(x_k).$$

Шаг на который двигается текущая точка за одну итерацию равен  $\lambda_k$  и может задаваться различными способами, например:

1.  $\lambda_k = \text{const}$ , фиксированный шаг;
2.  $\lambda_k = c\lambda_{k-1}$ ,  $0 < c < 1$ , равномерно уменьшающийся шаг;
3.  $\lambda_k \in (0, q)$ :  $f(x_k - \lambda_k \nabla f(x_k)) = \min_{0 < \lambda < q} f(x_k - \lambda \nabla f(x_k))$ , в качестве следующей точки выбирается точка в которой достигается минимум на отрезке уменьшения функции, направленным против градиента.

Исходная функция в исследуемой области удовлетворяет необходимым для сходимости метода градиентного спуска условиям, указанным в 2.1.

### 2.2 Генетический алгоритм

## 3 Описание алгоритма

### 3.1 Метод градиентного спуска

В используемой реализации алгоритма  $\lambda_k$  выбирается таким согласно последнему методу, указанному в 2.1:

$$\lambda_k \in (0, q): \quad f(x_k - \lambda_k \nabla f(x_k)) = \min_{0 < \lambda < q} f(x_k - \lambda \nabla f(x_k)).$$

### **3.2 Генетический алгоритм**

## **4 Код программы**

### **4.1 Метод градиентного спуска**

### **4.2 Генетический алгоритм**

## **5 Результаты решения**

### **5.1 Метод градиентного спуска**

### **5.2 Генетический алгоритм**

## **6 Возможные дополнительные исследования**

### **6.1 Метод градиентного спуска**

### **6.2 Генетический алгоритм**

## **7 Обоснование достоверности полученного результата**

### **7.1 Метод градиентного спуска**

### **7.2 Генетический алгоритм**