

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Лабораторная работа № 2

по курсу «Стохастические модели»

«Определение параметров распределения потока заявок
по наблюдениям нагрузки системы»

Студент:	Руцкий В. В.
Группа:	5057/2
Преподаватель:	Иванков А. А.

Санкт-Петербург 2011

1 Постановка задачи

Данной работе производится анализ лога загруженности процессора сервера при поступающих заявках на обработку информации.

В отсутствие заявок величина загруженности процессора представляет собой сумму некоторой постоянной величины загрузки m и случайных отклонений:

$$B(t) = m + \sigma W(t),$$

где $W(t)$ — это винеровский процесс.

Количество и интенсивность поступления заявок подчиняются закону распределения Пуассона $\mathcal{P}(\lambda)$.

При поступлении одной заявки нагрузка на процессор мгновенно возрастает, а затем экспоненциально снижается до прежнего уровня. Увеличение загрузки процессора от одной заявки, поступившей в момент времени t_c выражается следующим образом:

$$K_{t_c}(t) = \mathcal{N}(m_c, \sigma_c) \cdot \mathbf{I}(t > t_c) \cdot e^{-\lambda_c(t-t_c)}.$$

В логе загруженности процессора наблюдается общая загрузка процессора:

$$X(t) = B(t) + \sum_{t_c \in T_c} K_{t_c}(t),$$

где T_c — это моменты времени поступления заявок.

Необходимо по дискретным наблюдениям $X(t_i)$

1. оценить моменты времени поступления заявок T_c ,
2. оценить параметры модели $m, \sigma, \lambda, m_c, \sigma_c, \lambda_c$.

Для упрощения решения λ принимается равным величине близкой к нулю, т.е. каждая пришедшая заявка увеличивает загрузку процессора на некоторую фиксированную величину.

[1]

2 Решение

2.1 Оценка моментов времени поступления заявок

Предположим, что в интервале (t_i, t_{i+n}) не пришло ни одной заявки. Тогда наблюдения $X(t_i), \dots, X(t_{i+n})$ представляют собой наблюдения $B(t)$. Оценим по этим наблюдениям параметры $B(t)$.

При условии, что интервал (t_i, t_{i+n}) небольшой, $B(t)$ можно считать нормально распределённой случайной величиной:

$$B(t) = \mathcal{N}(m_{t_i}, \sigma_{t_i}^2).$$

Построим точечные оценки m_{t_i} и σ_{t_i} методом максимального правдоподобия:

$$m_{t_i} = \frac{1}{n} \sum_1^n X(t_i),$$

$$\sigma_{t_i}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (X(t_i) - m_{t_i})^2.$$

3 Результаты работы

Список литературы

- [1] Г.И. Ивченко and Ю.И. Медведев. *Введение в математическую статистику*. М: Издательство ЛКИ, 2010.