TP 1 : Moments d'une forme

binôme : Aurore Allart et Benjamin Ruytoor
date : 20 janvier 2013

1. Axes principaux d'inertie

La fonction « spec » permet de calculer les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice d'inertie. Les valeurs propres sont les moments principaux d'inertie et les vecteurs propres définissent les axes d'inertie. Un axe d'inertie c'est l'axe autour duquel la forme peut tourner en faisant le moins d'effort ou le plus d'effort. Pour les rectangles diagonales, les valeurs propres sont :

- non lissé :

$$\begin{vmatrix} 59 & 0 \\ 0 & 1298 \end{vmatrix}$$

- lissé :

$$\begin{vmatrix} 99{,}67 & 0 \\ 0 & 1393{,}74 \end{vmatrix}$$

On peut conclure que, le fait que la figure soit lisser et donc qui contient plus de pixel, influe sur les valeurs propres. Cela s'explique par l'ajout dans le calcul de pixel.

La particularité des moments principaux d'inertie pour des carrés, c'est que les valeurs propres sont identiques pour un carré. Par exemple pour le carré de 10 cm et de rotation 45° et celui de 10 cm de coté, les valeurs propres sont :

- 10 cm de coté :

$$\begin{vmatrix} 825 & 0 \\ 0 & 825 \end{vmatrix}$$

- avec une rotation de 45° :

$$\begin{vmatrix} 838{,}54 & 0 \\ 0 & 841{,}52 \end{vmatrix}$$

Certes avec la rotation, on a une légère différence, mais elle est très minime. On peut donc en conclure qu'en utilisant, les moments principaux d'inertie, on peut reconnaître les carrés des autres formes d'une image.

2. Moments normalisés

Les moments calculés auparavant ne sont pas invariants à un changement d'échelle de la forme dans l'image. Pour obtenir cette invariance, il faut utiliser les moments normalisés. En voici la preuve, prenons les 2 carrés précédents ainsi que les rectangles en diagonale.

- carré de 10 cm de coté

8,17	0
0	8,17

- carré avec une rotation de 45°

8,36	0
0	8,39

On garde cette légère différence dans les calculs des moments normalisés.

- rectangle non lissé

1	0
0	22

- rectangle lissé

1,52	0
0	21,28

Pour les rectangles, on voit bien maintenant, qu'ils font partie de la même famille. A partir de là, on peut regrouper les formes de l'image qui se ressemble.

Malheureusement, cette méthode ne fonctionne pas, si on a des triangles dans l'image. Car les valeurs des diagonales des moments normalisés, sont trop proches l'une de l'autre, et on pourrait les confondre avec des carrés. En voici un exemple :

- triangle de 10 cm de coté

6,04	0
0	6,41

- triangle de rotation de 60°

10,74	0
0	14,95

En conclusion, on ne peut utiliser les moments normalisés comme attribut de forme. Cependant, cela permet de distinguer les rectangles des autres formes.

3. Moments invariants

Nous allons utiliser dans cette partie les moments invariants sur différentes formes avec différentes orientations. Pour les exemples suivants, et pour une cohérence de calcul, nous allons nous contenter de donner les valeurs obtenues avec les formes utilisées dans les parties précédentes.

- rectangle non lissé

Hu1 = 0,4034
Hu2 = 0,1357
Hu3 = 0
Hu4 = 0
Hu5 = 0

- rectangle lissé

Hu1 = 0.3589
Hu2 = 0.0967
Hu3 = 2.2306E-6
Hu4 = 1.7920E-6
Hu5 = 0.0014

- carré de 10 cm de coté

Hu1 = 0,165
Hu2 = 0
Hu3 = 0
Hu4 = 0
Hu5 = 0

- carré de rotation de 45°

Hu1 = 0.1706
Hu2 = 9.160344805247494E-8
Hu3 = 2.829153298607398E-8
Hu4 = 4.322032219071865E-9
Hu5 = -6.7109263060617994E-6

- triangle de 10 cm de coté

Hu1 = 0,1956
Hu2 = 3.52E-5
Hu3 = 0,0046
Hu4 = 4.91E-7
Hu5 = 0,0675

- triangle de rotation de 45°

Hu1 = 0,1957
Hu2 = 2.85E-5
Hu3 = 0,0046
Hu4 = 1.47E-7
Hu5 = -0,0494

Comme on peut le constater, les moments invariants permettent de distinguer les 3 formes. Les valeurs étant quasiment identiques pour une même forme, et différentes pour les autres formes possibles.

Conclusion

Pour différencier des formes dans une image, il est préférable d'utiliser les moments invariants de chaque figure.