TAREA 1: Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden

Trabajo individual.

1. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

   i) $x' + x = 4; \quad x(0) = 0$
   ii) $x' + 3x = 2; \quad x(0) = 4$
   iii) $3x' + 6x = 5; \quad x(0) = 0$
   iv) $x' + x = t; \quad x(0) = 4$
   v) $x' - x = 2te^{2t}; \quad x(0) = 1$
   vi) $x' - 4x = t^6 e^t; \quad x(1) = 0$
   vii) $x' + x = te^{-t} + 1; \quad x(0) = 1$

2. **Modelo de Evans.** Considerar las siguientes funciones de demanda y oferta de un bien en donde p denota el precio y q la cantidad del bien:

$$D(t) = 8 - 2p$$
$$S(t) = -2 + p$$

   Suponer que $p = p(t)$ es una función del tiempo y, por lo tanto también, q. El precio cambia en el tiempo de acuerdo con la ecuación diferencial,

$$\frac{d}{dt}p(t) = j(D(t) - S(t))$$

   y la condición inicial $p(0) = 5$.

   a) Resolver la ecuación diferencial para $p(t)$, cuando la velocidad de ajuste es $j = 0.1$. Esbozar la gráfica de la solución.
   b) Determinar el estado estacionario.

3. (Tomado de Sydsaeter) En un modelo macroeconómico $C(t), I(t)$ e $Y(t)$ designan respectivamente consumo, inversión y renta nacional de un país en el instante t. Supongamos que:

$$Y(t) = C(t) + I(t); \quad I(t) = kC'(t); \quad C(t) = aY(t) + b$$

   Para todo t, donde a, b y k son constantes positivas, $a < 1$.

   a) Deducir la siguiente ecuación diferencial para $x(t)$:

$$Y' = \frac{1-a}{ka}Y(t) - \frac{b}{ka}$$

   b) Resolver la ecuación con $Y(0) = Y_0 > \frac{b}{1-a}$, y hallar la función $I(t)$ correspondiente.
   c) Calcular $\lim_{t\to\infty} \left[\frac{Y(t)}{I(t)}\right]$.