TAREA 2: Estabilidad de sistemas no lineales

Trabajo en equipo.

1. Considerar el siguiente sistema dinámico
$$x_1' = x_2 + x_1(1 - x_1^2 - x_2^2)$$
$$x_2' = -x_1 + x_2(1 - x_1^2 - x_2^2)$$
Demostrar que $(x_1, x_2) = (0,0)$ es el único punto crítico y es inestable.

2. Analizar la estabilidad del siguiente sistema dinámico no lineal.
$$x_1' = -x_1 + x_2^2$$
$$x_2' = x_1^2 - x_2^3$$

3. Construir una función de Lyapunov para los siguientes sistemas
   i)
$$x_1' = x_1$$
$$x_2' = 4x_1 - 3x_2$$
   ii)
$$x_1' = -2x_1 - x_2$$
$$x_2' = -2x_1 - 5x_2$$

4. Analizar la estabilidad de todos los puntos críticos del sistema
$$x_1' = x_2$$
$$x_2' = -6x_1 - x_2 + x_2^2$$

5. Estudiar la estabilidad del siguiente sistema
$$x_1' = e^{x_1} - 1$$
$$x_2' = x_2 e^{x_1}$$

6. Suponer que en un ambiente cerrado lobos (L) y coyotes (C) compiten por un suministro de alimento (por ejemplo, conejos). La presencia de ambos animales disminuye la cantidad de alimento disponible, tanto para uno como para otro. De modo que la población de lobos y coyotes están regidas por el siguiente par de ecuaciones
$$L^{'} = L(1.5 - L - 0.5C)$$
$$C^{'} = C(2 - 0.5c - 1.5L)$$
   i) Encontrar los puntos críticos
   ii) Determinar la estabilidad o inestabilidad de los puntos críticos.