TAREA 2: BASES DE ESPACIOS VECTORIALES

Trabajo en equipo

1. *Decida la dependencia o independencia en* $\mathbb{R}^2$ *y* $\mathbb{R}^3$ *de*
   a) *los vectores* $(1, 1)$ *y* $(1, -2)$.
   b) *los vectores* $(1, -3, 2), (2, 1, -3)$ *y* $(-3, 2, 1)$.
   c) *los vectores* $(1, 3, 2), (2, 1, 3)$ *y* $(3, 2, 1)$.
2. *Demuestre que el siguiente subconjunto de las matrices* 2×2
   $$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$
   es linealmente independiente
3. *Demostrar que los siguientes vectores forman una base para* $\mathbb{R}^2$.
   a)
   $$\alpha_1 = (1, 1), \quad \alpha_2 = (1, -1)$$
   b)
   $$\alpha_1 = (-1, 1), \quad \alpha_2 = (-1, 0)$$
4. *Demostrar que los siguientes vectores forman una base para* $\mathbb{R}^3$.

a)
$$\alpha_1 = (1, 0, 1), \quad \alpha_2 = (1, 1, 0), \quad \alpha_3 = (0, 1, 1)$$
b)
$$\alpha_1 = (1, 0, -1), \quad \alpha_2 = (1, 2, 1), \quad \alpha_3 = (0, 3, -2)$$
c)
$$\alpha_1 = (1, 0, -1), \quad \alpha_2 = (1, 1, 1), \quad \alpha_3 = (1, 0, 0)$$

5. *Encuentre una base para cada uno de los siguientes subespacios de* $\mathbb{R}^4$
   a) *Todos los vectores cuyas componentes son iguales.*

b) *Todos los vectores tales que la suma de sus componentes es cero.*

6. *Encuentre una base para cada uno de los siguientes subespacios de matrices 3 por 3:*

   a) *Todas las matrices diagonales*

   b) *Todas las matrices simétrica*

c) *Todas las matrices sesgadas simétricas* ($A^T = -A$)

7. *Encontrar la dimensión y una base para la siguiente matriz.*

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. *Encontrar la dimensión y una base para la siguiente matriz.*

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

9. *Sea* V *el espacio vectorial de las matrices* 2×2 *sobre el campo* $\mathbb{R}$. *Demuestre que* V *tiene dimensión 4 encontrando una base de* V *que tenga cuatro elementos.*