

TAREA 3: TRANSFORMACIONES LINEALES

Trabajo en equipo

1. ¿Cuáles de las siguientes funciones T de \mathbb{R}^2 en \mathbb{R}^2 son transformaciones lineales?

(a) $T(x, y) = (1 + x, y)$

(b) $T(x, y) = (y, x)$

(c) $T(x, y) = (x^2, y)$

(d) $T(x, y) = (x - y, 0)$

2. ¿Existe una transformación lineal T de \mathbb{R}^3 en \mathbb{R}^2 tal que $T(1, -1, 1) = (1, 0)$ y $T(1, 1, 1) = (0, 1)$?

3. Para cada una de las siguientes transformaciones lineales, encuentre su núcleo y rango

a) Sea $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $T(x, y) = (x - y, 3x + 2y)$

b) Sea $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $T(x, y) = x + y$

c) Sea $T_A : V \rightarrow V$, dada por $T_A(X) = AX$, con V el espacio vectorial de las matrices 2×2 , $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ y $X = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$

4. Sea T el operador lineal sobre \mathbb{R}^2 definido por

$$T(x, y) = (-y, x)$$

a) ¿Cuál es la matriz de T en la base canónica de \mathbb{R}^2 .

b) ¿Cuál es la matriz de T respecto de la base ordenada en \mathbb{R}^2 formada por los vectores $\alpha_1 = (1, 2)$ y $\alpha_2 = (1, -1)$?

5. Sea T la transformación lineal de \mathbb{R}^3 en \mathbb{R}^2 definida por

$$T(x, y, z) = (x + y, 2z - x).$$

Si B es la base ordenada canónica de \mathbb{R}^3 y B' es la base ordenada canónica de \mathbb{R}^2 , ¿cuál es la matriz de T respecto al par de bases B, B' .

6. Sea T el operador lineal en \mathbb{R}^3 definido por

$$T(x, y, z) = (3x + z, -2x + y, -x + 2y + 4z)$$

- a) ¿Cuál es la matriz de T en la base canónica de \mathbb{R}^3 .
- b) ¿Cuál es la matriz de T respecto de la base ordenada en \mathbb{R}^3 formada por los vectores $\alpha_1 = (1, 0, 1)$, $\alpha_2 = (-1, 2, 1)$ y $\alpha_3 = (2, 1, 1)$?

Métodos Cuantitativos 2012