TAREA 2: BASES DE ESPACIOS VECTORIALES

Trabajo en equipo

1. *Decida la dependencia o independencia en* $\mathbb{R}^2$ *y* $\mathbb{R}^3$ *de*

    a) *los vectores* $(1,1)$ *y* $(1,-2)$.

    b) *los vectores* $(1,-3,2),(2,1,-3)$ *y* $(-3,2,1)$.

    c) *los vectores* $(1,3,2),(2,1,3)$ *y* $(3,2,1)$.

2. *Demuestre que el siguiente subconjunto de las matrices* 2×2

$$\left\{\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$$

    es linealmente independiente

3. *Demostrar que los siguientes vectores forman una base para* $\mathbb{R}^2$.

    a)
$$\alpha_1=(1,1),\quad \alpha_2=(1,-1)$$

    b)
$$\alpha_1=(-1,1),\quad \alpha_2=(-1,0)$$

4. *Demostrar que los siguientes vectores forman una base para* $\mathbb{R}^3$.

a)
$$\alpha_1=(1,0,1),\quad \alpha_2=(1,1,0),\quad \alpha_3=(0,1,1)$$

b)
$$\alpha_1=(1,0,-1),\quad \alpha_2=(1,2,1),\quad \alpha_3=(0,3,-2)$$

c)
$$\alpha_1=(1,0,-1),\quad \alpha_2=(1,1,1),\quad \alpha_3=(1,0,0)$$

5. *Encuentre una base para cada uno de los siguientes subespacios de* $\mathbb{R}^4$

    a) *Todos los vectores cuyas componentes son iguales.*

b) Todos los vectores tales que la suma de sus componentes es cero.

6. *Encuentre una base para cada uno de los siguientes subespacios de matrices 3 por 3:*

   a) Todas las matrices diagonales

   b) Todas las matrices simétrica

c) Todas las matrices sesgadas simétricas ($A^T = -A$)

7. *Encontrar la dimensión y una base para la siguiente matriz.*

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. *Encontrar la dimensión y una base para la siguiente matriz.*

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

9. *Sea V el espacio vectorial de las matrices 2×2 sobre el campo $\mathbb{R}$. Demuestre que V tiene dimensión 4 encontrando una base de V que tenga cuatro elementos.*