

### **TAREA 3: TRANSFORMACIONES LINEALES**

*Trabajo en equipo*

1. ¿Cuáles de las siguientes funciones  $T$  de  $\mathbb{R}^2$  en  $\mathbb{R}^2$  son transformaciones lineales?

(a)  $T(x, y) = (1 + x, y)$

(b)  $T(x, y) = (y, x)$

(c)  $T(x, y) = (x^2, y)$

(d)  $T(x, y) = (x - y, 0)$

2. ¿Existe una transformación lineal  $T$  de  $\mathbb{R}^3$  en  $\mathbb{R}^2$  tal que  $T(1, -1, 1) = (1, 0)$  y  $T(1, 1, 1) = (0, 1)$ ?

3. Para cada una de las siguientes transformaciones lineales, encuentre su núcleo y rango

a) Sea  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definida por  $T(x, y) = (x - y, 3x + 2y)$

b) Sea  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $T(x, y) = x + y$

c) Sea  $T_A : V \rightarrow V$ , dada por  $T_A(X) = AX$ , con  $V$  el espacio vectorial de las matrices  $2 \times 2$ ,  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  y  $X = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$

4. Sea  $T$  el operador lineal sobre  $\mathbb{R}^2$  definido por

$$T(x, y) = (-y, x)$$

a) ¿Cuál es la matriz de  $T$  en la base canónica de  $\mathbb{R}^2$ .

b) ¿Cuál es la matriz de  $T$  respecto de la base ordenada en  $\mathbb{R}^2$  formada por los vectores  $\alpha_1 = (1, 2)$  y  $\alpha_2 = (1, -1)$ ?

5. Sea  $T$  la transformación lineal de  $\mathbb{R}^3$  en  $\mathbb{R}^2$  definida por

$$T(x, y, z) = (x + y, 2z - x).$$

Si  $B$  es la base ordenada canónica de  $\mathbb{R}^3$  y  $B'$  es la base ordenada canónica de  $\mathbb{R}^2$ , ¿cuál es la matriz de  $T$  respecto al par de bases  $B, B'$ .

6. Sea  $T$  el operador lineal en  $\mathbb{R}^3$  definido por

$$T(x, y, z) = (3x + z, -2x + y, -x + 2y + 4z)$$

- a) ¿Cuál es la matriz de  $T$  en la base canónica de  $\mathbb{R}^3$ .
- b) ¿Cuál es la matriz de  $T$  respecto de la base ordenada en  $\mathbb{R}^3$  formada por los vectores  $\alpha_1 = (1, 0, 1)$ ,  $\alpha_2 = (-1, 2, 1)$  y  $\alpha_3 = (2, 1, 1)$ ?