

TAREA 3: Ecuaciones diferenciales de variables separables

Trabajo en equipo.

1. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales de variables separables.

i) $x' = 2x$; $x(0) = 1$

ii) $x' = \frac{x^3}{t^3}$; $x(1) = 1$

iii) $x' = (x - 1)^2$; $x(0) = 2$

iv) $\frac{L'}{L} = n$; $L(0) = L_0$

2. Realizar el diagrama de fase para cada una de las siguientes ecuaciones, identificando los puntos de equilibrio y mencionar si son estables o inestables.

i) $x' = 2 - x$

ii) $x' = 4x^2 + 8x$

iii) $x' = \frac{1}{2}x - x^2$

iv) $x' = x^3 - 15x^2 + 36x$

v) $x' = 4x - x^3$

3. Si $v(t)$ representa el valor de un bono en el instante t , $r(t)$ es el tipo de interés y $k(t)$ es el pago del cupón, entonces $v' + k = rv$ describe el valor del bono en algún momento previo al vencimiento.

- a) Si T es el momento en el que el bono alcanza la fecha de vencimiento y $v(T) = z$ demuestre que:

$$v(t) = e^{-A} \left(z + \int_t^T k(u) e^A du \right), \quad \text{donde } A = \int_t^T r(x) dx$$

- b) Qué apariencia tiene $v(t)$ si tiene un bono cupón cero; es decir, si $k(t) = 0$?