TAREA 1: ESPACIOS Y SUBESPACIOS VECTORIALES

Trabajo individual.

1. *Demostrar que el conjunto* V *de matrices* 3×3*, es un espacio vectorial sobre* $\mathbb{R}$ *con las operaciones suma y producto por escalar usuales, es decir:*

   Si $A = [a_{ij}], B = [b_{ij}]$ *matrices 3 por 3. La operación* ***suma*** *de* A *con* B *es:*

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33} \end{bmatrix}$$

   y producto de una matriz por un escalar:

$$\lambda \cdot A = \lambda \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \lambda a_{23} \\ \lambda a_{31} & \lambda a_{32} & \lambda a_{33} \end{bmatrix}$$

2. *Una matriz (cuadrada) 3* $\times 3$ $[a_{ij}]$ *sobre* $\mathbb{R}$ *es simétrica si* $a_{ij} = a_{ji}$ *para todo* i, j*. Demostrar que las matrices simétricas forman un subespacio del espacio de las matrices* 3×3*.*

3. *Sea* V *el conjunto de todas las matrices* 2×2 *sobre* $\mathbb{R}$*. Demostrar que* V *es un espacio vectorial sobre* $\mathbb{R}$ *con las operaciones usuales de suma y producto por escalar usuales. Sea* W *el subconjunto de* V *que consta de las matrices de la forma*

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & 0 \end{bmatrix}$$

   con $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$*. Demostrar que* W *es un subespacio vectorial de* V*.*

4. *Demostrar que los siguientes conjuntos de vectores* $\alpha = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ *son subespacios vectoriales de* $\mathbb{R}^3$

   a) *Todos los* α*, tales que* $x_1 \geq 0$*.*
   b) *Todos los* α*, tales que* $x_1 + 3x_2 = x_3$*.*