

## TAREA 1: ESPACIOS Y SUBESPACIOS VECTORIALES

Trabajo individual.

1. Demostrar que el conjunto  $V$  de matrices  $3 \times 3$ , es un espacio vectorial sobre  $\mathbb{R}$  con las operaciones suma y producto por escalar usuales, es decir:

Si  $A = [a_{ij}]$ ,  $B = [b_{ij}]$  matrices 3 por 3. La operación **suma** de  $A$  con  $B$  es:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} + b_{23} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} + b_{32} & a_{33} + b_{33} \end{bmatrix}$$

y producto de una matriz por un escalar:

$$\lambda \cdot A = \lambda \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \lambda a_{23} \\ \lambda a_{31} & \lambda a_{32} & \lambda a_{33} \end{bmatrix}$$

2. Una matriz (cuadrada)  $3 \times 3$   $[a_{ij}]$  sobre  $\mathbb{R}$  es simétrica si  $a_{ij} = a_{ji}$  para todo  $i, j$ . Demostrar que las matrices simétricas forman un subespacio del espacio de las matrices  $3 \times 3$ .
3. Sea  $V$  el conjunto de todas las matrices  $2 \times 2$  sobre  $\mathbb{R}$ . Demostrar que  $V$  es un espacio vectorial sobre  $\mathbb{R}$  con las operaciones usuales de suma y producto por escalar usuales. Sea  $W$  el subconjunto de  $V$  que consta de las matrices de la forma

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & 0 \end{bmatrix}$$

con  $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$ . Demostrar que  $W$  es un subespacio vectorial de  $V$ .

4. Demostrar que los siguientes conjuntos de vectores  $\alpha = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$  son subespacios vectoriales de  $\mathbb{R}^3$ 
  - a) Todos los  $\alpha$ , tales que  $x_1 \geq 0$ .
  - b) Todos los  $\alpha$ , tales que  $x_1 + 3x_2 = x_3$ .