

TAREA 1: Máximos y mínimos

Ejemplos

■ Primer Ejemplo

```
In[1]:= f[x_] :=  $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{1}{3}$ 
```

```
"Derivada:"
```

```
f'[x]
```

```
"Busco Puntos Críticos (derivada=0):"
```

```
Solve[f'[x] == 0, x]
```

```
Out[2]= Derivada:
```

```
Out[3]=  $-2 - x + x^2$ 
```

```
Out[4]= Busco Puntos Críticos (derivada=0):
```

```
Out[5]=  $\{ \{x \rightarrow -1\}, \{x \rightarrow 2\} \}$ 
```

```
In[6]:= "Segunda Derivada"
```

```
f''[x]
```

```
"Segunda Derivada en el punto crítico en x=-1:"
```

```
f''[-1]
```

```
If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
```

```
"Segunda Derivada en el punto crítico x=2:"
```

```
f''[2]
```

```
If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
```

```
Out[6]= Segunda Derivada
```

```
Out[7]=  $-1 + 2x$ 
```

```
Out[8]= Segunda Derivada en el punto crítico en x=-1:
```

```
Out[9]=  $-3$ 
```

```
Out[10]= máximo
```

```
Out[11]= Segunda Derivada en el punto crítico x=2:
```

```
Out[12]=  $3$ 
```

```
Out[13]= mínimo
```

```

In[14]:= "Intervalo de Crecimiento (derivada>0):"
Reduce[f'[x] > 0, x]
"Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):"
Reduce[f'[x] < 0, x]
"Cóncava hacia arriba:"
Reduce[f''[x] > 0, x]
"Cóncava hacia abajo:"
Reduce[f''[x] < 0, x]
"Gráfico:"
Plot[f[x], {x, -3, 4}, AspectRatio -> 1]

```

Out[14]= Intervalo de Crecimiento (derivada>0):

Out[15]= $x < -1 \mid x > 2$

Out[16]= Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):

Out[17]= $-1 < x < 2$

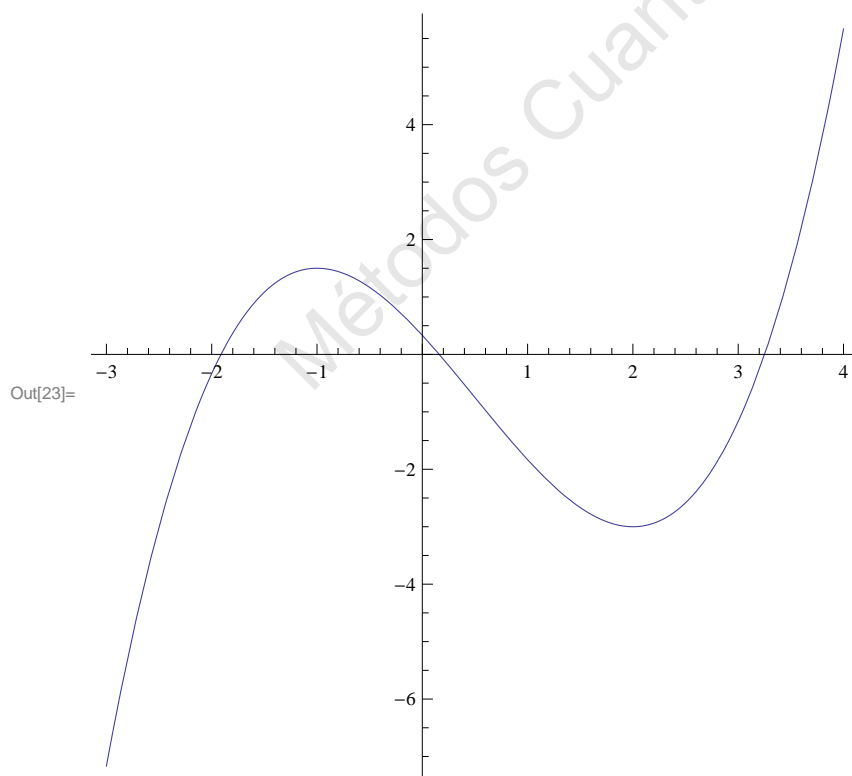
Out[18]= Cóncava hacia arriba:

Out[19]= $x > \frac{1}{2}$

Out[20]= Cóncava hacia abajo:

Out[21]= $x < \frac{1}{2}$

Out[22]= Gráfico:



In[24]:= **Clear[f]**

■ Segundo Ejemplo

```
In[25]:= f[x_] :=  $\frac{x^4}{4} - 2x^2 + 4$ 
```

```
"Derivada:"
```

```
f'[x]
```

```
"Busco Puntos Críticos (derivada=0):"
```

```
Solve[f'[x] == 0, x]
```

```
Out[26]= Derivada:
```

```
Out[27]=  $-4x + x^3$ 
```

```
Out[28]= Busco Puntos Críticos (derivada=0):
```

```
Out[29]= {{x -> -2}, {x -> 0}, {x -> 2}}
```

```
In[30]:= "Segunda Derivada"
```

```
f''[x]
```

```
"Segunda Derivada en el punto crítico en x=-2:"
```

```
f''[-2]
```

```
If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
```

```
"Segunda Derivada en el punto crítico x=0:"
```

```
f''[0]
```

```
If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
```

```
"Segunda Derivada en el punto crítico x=2:"
```

```
f''[2]
```

```
If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
```

```
Out[30]= Segunda Derivada
```

```
Out[31]=  $-4 + 3x^2$ 
```

```
Out[32]= Segunda Derivada en el punto crítico en x=-2:
```

```
Out[33]= 8
```

```
Out[34]= mínimo
```

```
Out[35]= Segunda Derivada en el punto crítico x=0:
```

```
Out[36]= -4
```

```
Out[37]= máximo
```

```
Out[38]= Segunda Derivada en el punto crítico x=2:
```

```
Out[39]= 8
```

```
Out[40]= mínimo
```

```

In[41]:= "Intervalo de Crecimiento (derivada>0):"
Reduce[f'[x] > 0, x]
"Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):"
Reduce[f'[x] < 0, x]
"Cóncava hacia arriba:"
Reduce[f''[x] > 0, x]
"Cóncava hacia abajo:"
Reduce[f''[x] < 0, x]
"Gráfico:"
Plot[f[x], {x, -3, 3}, AspectRatio -> 1]

```

Out[41]= Intervalo de Crecimiento (derivada>0):

Out[42]= $-2 < x < 0 \mid x > 2$

Out[43]= Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):

Out[44]= $x < -2 \mid 0 < x < 2$

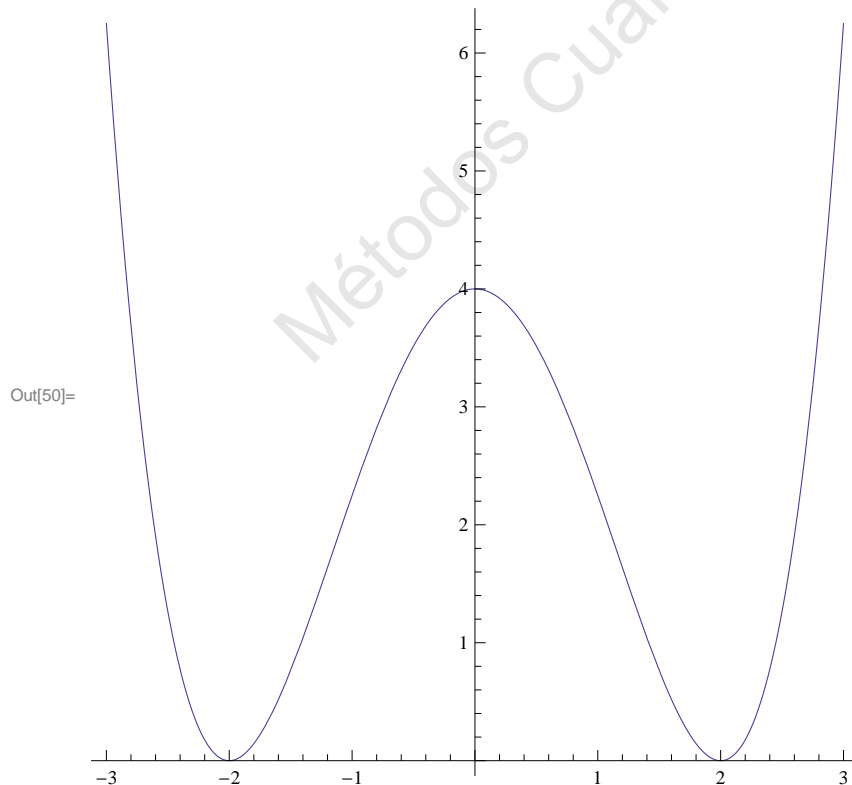
Out[45]= Cóncava hacia arriba:

Out[46]= $x < -\frac{2}{\sqrt{3}} \mid x > \frac{2}{\sqrt{3}}$

Out[47]= Cóncava hacia abajo:

Out[48]= $-\frac{2}{\sqrt{3}} < x < \frac{2}{\sqrt{3}}$

Out[49]= Gráfico:



■ Tercer Ejemplo

```

In[51]:= f[x_] := x3 - 3 x + 3
          "Derivada:"
          f'[x]
          "Busco Puntos Críticos (derivada=0):"
          Solve[f'[x] == 0, x]

Out[52]= Derivada:

Out[53]= -3 + 3 x2

Out[54]= Busco Puntos Críticos (derivada=0):

Out[55]= {{x → -1}, {x → 1}}

In[56]:= "Segunda Derivada"
          f''[x]
          "Segunda Derivada en el punto crítico en x=-1:"
          f''[-1]
          If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
          "Segunda Derivada en el punto crítico x=1:"
          f''[1]
          If[% < 0, "máximo", "mínimo"]

Out[56]= Segunda Derivada

Out[57]= 6 x

Out[58]= Segunda Derivada en el punto crítico en x=-1:

Out[59]= -6

Out[60]= máximo

Out[61]= Segunda Derivada en el punto crítico x=1:

Out[62]= 6

Out[63]= mínimo

```

```

In[64]:= "Intervalo de Crecimiento (derivada>0):"
Reduce[f'[x] > 0, x]
"Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):"
Reduce[f'[x] < 0, x]
"Cóncava hacia arriba:"
Reduce[f''[x] > 0, x]
"Cóncava hacia abajo:"
Reduce[f''[x] < 0, x]
"Gráfico:"
Plot[f[x], {x, -3, 3}, AspectRatio -> 1]

```

Out[64]= Intervalo de Crecimiento (derivada>0):

Out[65]= $x < -1 \mid x > 1$

Out[66]= Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):

Out[67]= $-1 < x < 1$

Out[68]= Cóncava hacia arriba:

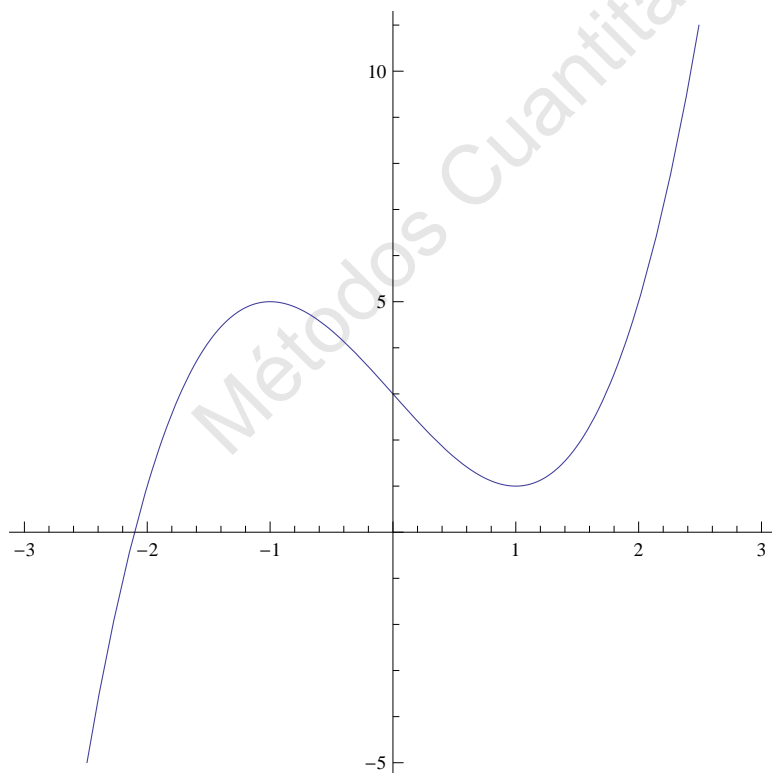
Out[69]= $x > 0$

Out[70]= Cóncava hacia abajo:

Out[71]= $x < 0$

Out[72]= Gráfico:

Out[73]=



■ Cuarto Ejemplo

```

In[74]:= f[x_] := -2 x^3 + 6 x^2 - 3
          "Derivada:"
          f'[x]
          "Busco Puntos Críticos (derivada=0):"
          Solve[f'[x] == 0, x]

Out[75]= Derivada:

Out[76]= 12 x - 6 x^2

Out[77]= Busco Puntos Críticos (derivada=0):

Out[78]= {{x -> 0}, {x -> 2}}

In[79]:= "Segunda Derivada"
          f''[x]
          "Segunda Derivada en el punto crítico en x=0:"
          f''[0]
          If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
          "Segunda Derivada en el punto crítico x=2:"
          f''[2]
          If[% < 0, "máximo", "mínimo"]

Out[79]= Segunda Derivada

Out[80]= 12 - 12 x

Out[81]= Segunda Derivada en el punto crítico en x=0:

Out[82]= 12

Out[83]= mínimo

Out[84]= Segunda Derivada en el punto crítico x=2:

Out[85]= -12

Out[86]= máximo

```

```

In[87]:= "Intervalo de Crecimiento (derivada>0):"
Reduce[f'[x] > 0, x]
"Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):"
Reduce[f'[x] < 0, x]
"Cóncava hacia arriba:"
Reduce[f''[x] > 0, x]
"Cóncava hacia abajo:"
Reduce[f''[x] < 0, x]
"Gráfico:"
Plot[f[x], {x, -1, 3}, AspectRatio -> 1]

```

Out[87]= Intervalo de Crecimiento (derivada>0):

Out[88]= $0 < x < 2$

Out[89]= Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):

Out[90]= $x < 0 \mid \mid x > 2$

Out[91]= Cóncava hacia arriba:

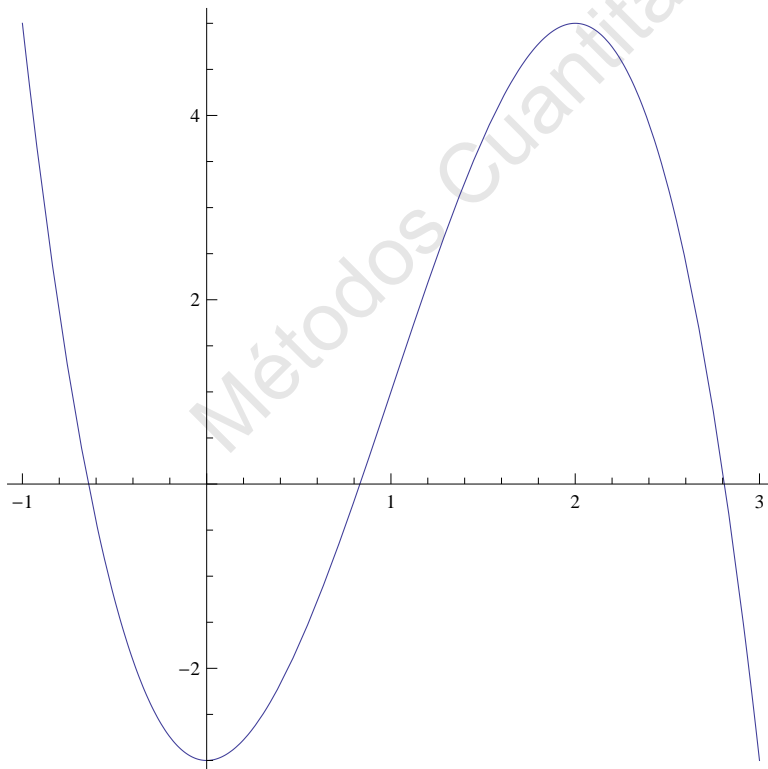
Out[92]= $x < 1$

Out[93]= Cóncava hacia abajo:

Out[94]= $x > 1$

Out[95]= Gráfico:

Out[96]=



■ Quinto Ejemplo

```
In[97]:= f[x_] := x^2 -  $\frac{x^4}{8}$ 
```

```
"Derivada:"
```

```
f'[x]
```

```
"Busco Puntos Críticos (derivada=0):"
```

```
Solve[f'[x] == 0, x]
```

```
Out[98]= Derivada:
```

```
Out[99]=  $2x - \frac{x^3}{2}$ 
```

```
Out[100]= Busco Puntos Críticos (derivada=0):
```

```
Out[101]= {{x → -2}, {x → 0}, {x → 2}}
```

```
In[102]:= "Segunda Derivada"
```

```
f''[x]
```

```
"Segunda Derivada en el punto crítico en x=-2:"
```

```
f''[-2]
```

```
If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
```

```
"Segunda Derivada en el punto crítico x=0:"
```

```
f''[0]
```

```
If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
```

```
"Segunda Derivada en el punto crítico en x=2:"
```

```
f''[2]
```

```
If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
```

```
Out[102]= Segunda Derivada
```

```
Out[103]=  $2 - \frac{3x^2}{2}$ 
```

```
Out[104]= Segunda Derivada en el punto crítico en x=-2:
```

```
Out[105]= -4
```

```
Out[106]= máximo
```

```
Out[107]= Segunda Derivada en el punto crítico x=0:
```

```
Out[108]= 2
```

```
Out[109]= mínimo
```

```
Out[110]= Segunda Derivada en el punto crítico en x=2:
```

```
Out[111]= -4
```

```
Out[112]= máximo
```

```

In[113]:= "Intervalo de Crecimiento (derivada>0):"
Reduce[f'[x] > 0, x]
"Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):"
Reduce[f'[x] < 0, x]
"Cóncava hacia arriba:"
Reduce[f''[x] > 0, x]
"Cóncava hacia abajo:"
Reduce[f''[x] < 0, x]
"Gráfico:"
Plot[f[x], {x, -3, 3}, AspectRatio -> 1]

```

Out[113]= Intervalo de Crecimiento (derivada>0):

Out[114]= $x < -2 \mid \mid 0 < x < 2$

Out[115]= Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):

Out[116]= $-2 < x < 0 \mid \mid x > 2$

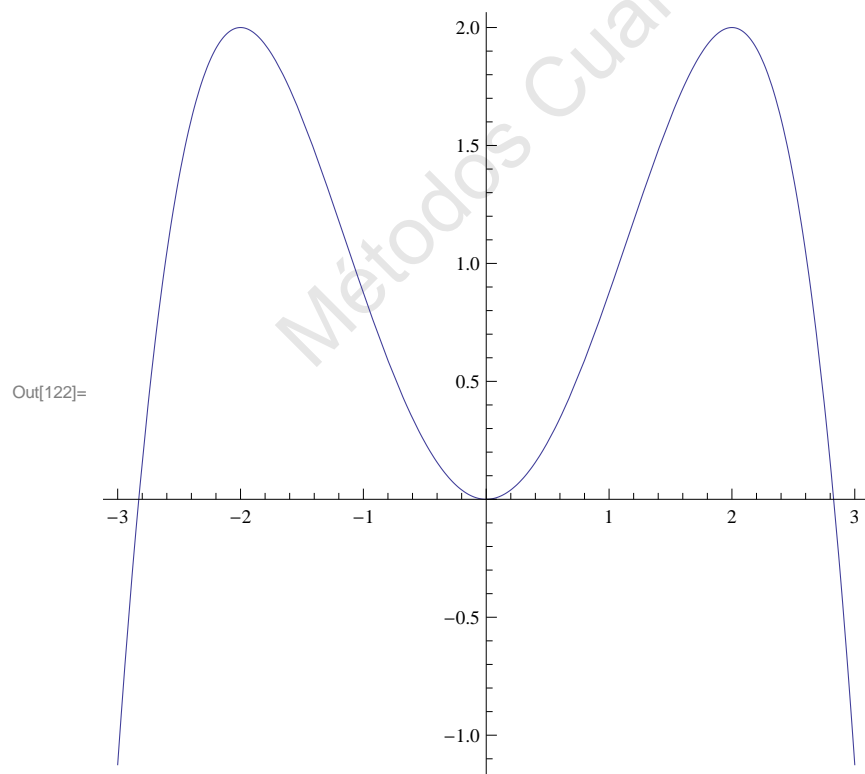
Out[117]= Cóncava hacia arriba:

Out[118]= $-\frac{2}{\sqrt{3}} < x < \frac{2}{\sqrt{3}}$

Out[119]= Cóncava hacia abajo:

Out[120]= $x < -\frac{2}{\sqrt{3}} \mid \mid x > \frac{2}{\sqrt{3}}$

Out[121]= Gráfico:



■ Sexto Ejemplo

```

In[123]:= f[x_] := 2 x^3 + 3 x^2 - 12 x - 7
          "Derivada:"
          f'[x]
          "Busco Puntos Críticos (derivada=0):"
          Solve[f'[x] == 0, x]

Out[124]= Derivada:

Out[125]= -12 + 6 x + 6 x^2

Out[126]= Busco Puntos Críticos (derivada=0):

Out[127]= {{x -> -2}, {x -> 1}}

In[128]:= "Segunda Derivada"
          f''[x]
          "Segunda Derivada en el punto crítico en x=-2:"
          f''[-2]
          If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
          "Segunda Derivada en el punto crítico x=1:"
          f''[1]
          If[% < 0, "máximo", "mínimo"]

Out[128]= Segunda Derivada

Out[129]= 6 + 12 x

Out[130]= Segunda Derivada en el punto crítico en x=-2:

Out[131]= -18

Out[132]= máximo

Out[133]= Segunda Derivada en el punto crítico x=1:

Out[134]= 18

Out[135]= mínimo

```

```

In[136]:= "Intervalo de Crecimiento (derivada>0):"
Reduce[f'[x] > 0, x]
"Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):"
Reduce[f'[x] < 0, x]
"Cóncava hacia arriba:"
Reduce[f''[x] > 0, x]
"Cóncava hacia abajo:"
Reduce[f''[x] < 0, x]
"Gráfico:"
Plot[f[x], {x, -3, 2}, AspectRatio -> 1]

```

Out[136]= Intervalo de Crecimiento (derivada>0):

Out[137]= $x < -2 \mid x > 1$

Out[138]= Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):

Out[139]= $-2 < x < 1$

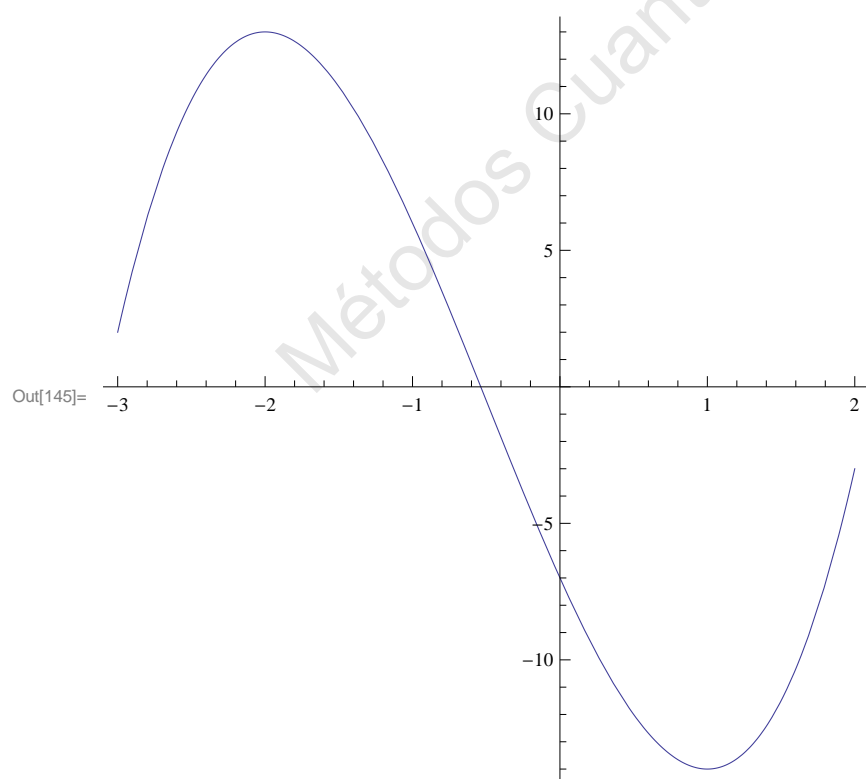
Out[140]= Cóncava hacia arriba:

Out[141]= $x > -\frac{1}{2}$

Out[142]= Cóncava hacia abajo:

Out[143]= $x < -\frac{1}{2}$

Out[144]= Gráfico:



■ Séptimo Ejemplo

```

In[146]:= f[x_] := x^2 - 8 Log[x]
          "Derivada:"
          f'[x]
          "Busco Puntos Críticos (derivada=0):"
          Solve[f'[x] == 0, x]

Out[147]= Derivada:

Out[148]=  $-\frac{8}{x} + 2x$ 

Out[149]= Busco Puntos Críticos (derivada=0):

Out[150]= {{x -> -2}, {x -> 2}}

In[151]:= "Segunda Derivada"
          f''[x]
          "Segunda Derivada en el punto crítico x=2:"
          f''[2]
          If[% < 0, "máximo", "mínimo"]

Out[151]= Segunda Derivada

Out[152]=  $2 + \frac{8}{x^2}$ 

Out[153]= Segunda Derivada en el punto crítico x=2:

Out[154]= 4

Out[155]= mínimo

```

```

In[156]:= "Intervalo de Crecimiento (derivada>0):"
Reduce[f'[x] > 0, x]
"Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):"
Reduce[f'[x] < 0, x]
"Cóncava hacia arriba:"
Reduce[f''[x] > 0, x]
"Cóncava hacia abajo:"
Reduce[f''[x] < 0, x]
"Gráfico:"
Plot[f[x], {x, 0, 4}, AspectRatio -> 1]

```

Out[156]= Intervalo de Crecimiento (derivada>0):

Out[157]= $-2 < x < 0 \mid \mid x > 2$

Out[158]= Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):

Out[159]= $x < -2 \mid \mid 0 < x < 2$

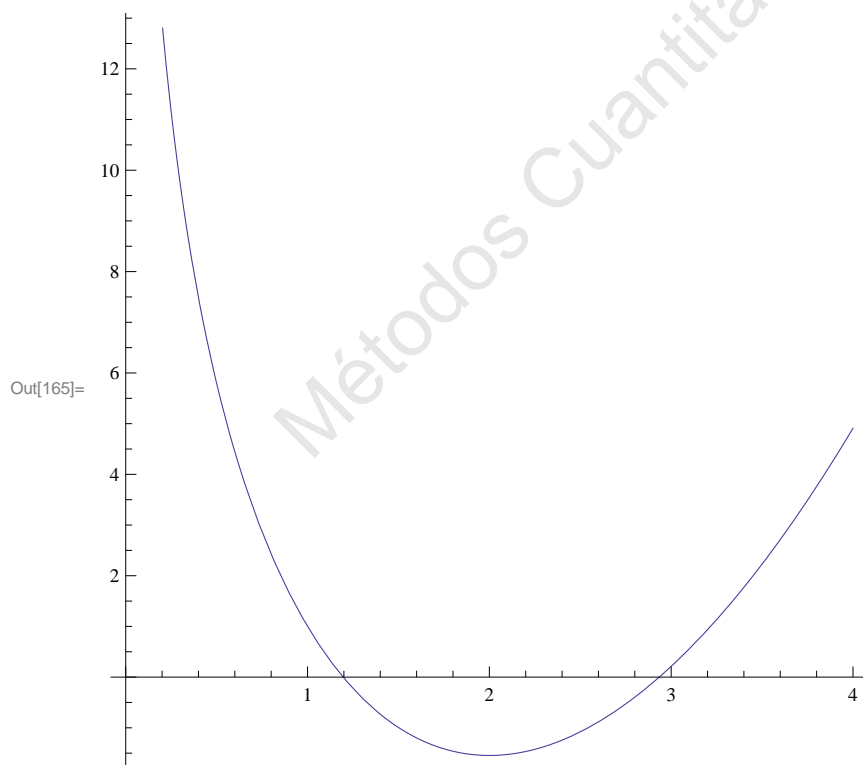
Out[160]= Cóncava hacia arriba:

Out[161]= $x < 0 \mid \mid x > 0$

Out[162]= Cóncava hacia abajo:

Out[163]= False

Out[164]= Gráfico:



■ Octavo Ejemplo

```
In[166]:= f[x_] :=  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ 
```

```
"Derivada:"
```

```
f'[x]
```

```
"Busco Puntos Críticos (derivada=0):"
```

```
Solve[f'[x] == 0, x]
```

```
Out[167]= Derivada:
```

```
Out[168]=  $-\frac{e^{-\frac{x^2}{2}} x}{\sqrt{2\pi}}$ 
```

```
Out[169]= Busco Puntos Críticos (derivada=0):
```

Solve::ifun : Inverse functions are being used by Solve, so some solutions may not be found; use Reduce for complete solution information. >>

```
Out[170]= {{x -> 0}}
```

```
In[171]:= N[f[0]]
```

```
Out[171]= 0.398942
```

```
In[172]:= "Segunda Derivada"
```

```
f''[x]
```

```
"Segunda Derivada en el punto crítico en x=0:"
```

```
N[f''[0]]
```

```
If[% < 0, "máximo", "mínimo"]
```

```
Out[172]= Segunda Derivada
```

```
Out[173]=  $-\frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} + \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} x^2}{\sqrt{2\pi}}$ 
```

```
Out[174]= Segunda Derivada en el punto crítico en x=0:
```

```
Out[175]= -0.398942
```

```
Out[176]= máximo
```

```

In[177]:= "Intervalo de Crecimiento (derivada>0):"
Reduce[f'[x] > 0, x]
"Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):"
Reduce[f'[x] < 0, x]
"Cóncava hacia arriba:"
Reduce[f''[x] > 0, x]
"Cóncava hacia abajo:"
Reduce[f''[x] < 0, x]
"Gráfico:"
Plot[f[x], {x, -5, 5}, AspectRatio -> 1]

```

Out[177]= Intervalo de Crecimiento (derivada>0):

Out[178]= $x < 0$

Out[179]= Intervalo de Decrecimiento (derivada<0):

Out[180]= $x > 0$

Out[181]= Cóncava hacia arriba:

Out[182]= $x < -1 \mid \mid x > 1$

Out[183]= Cóncava hacia abajo:

Out[184]= $-1 < x < 1$

Out[185]= Gráfico:

Out[186]=

