# Diseño de las vigas de concreto reforzado

En la Figura 1 se presenta la sección longitudinal del puente.

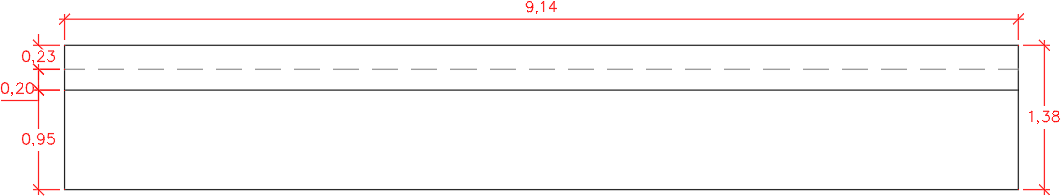


Figura 1. Sección longitudinal del puente.

En la Figura 2 se presenta la sección transversal del puente.

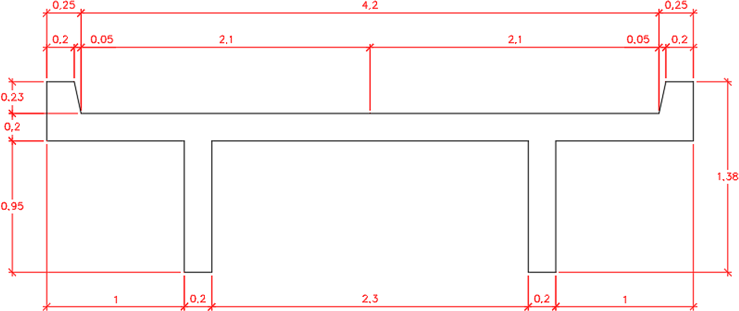


Figura 2. Sección transversal de la superestructura del puente.

## Materiales

En la Tabla 1 se presenta la calidad de los materiales empleados en el diseño del puente.

Tabla 1. Calidad de los materiales.

|  |  |
| --- | --- |
| Concreto de las vigas y la losa, | 28 MPa |
| Peso específico del concreto, ϒc | 23.54 kN/m3 |
| Acero de refuerzo, | 420 MPa |
| Módulo de elasticidad del concreto, | 25.40 GPa |
| Módulo de elasticidad del acero, Es | 200 GPa |

## Características del proyecto

En la Tabla 2 se presentan las características a tener en cuenta para realizar el diseño.

Tabla 2. Características básicas del proyecto.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Sección transversal | e | Según Tabla 4.6.6.2.2-1 |
| Factores de resistencia, ɸ | 0.9 | Según 5.5.4.2.1 |
| Factores de modificación de carga | 1 | Según Tabla 1.3.2 |
| Luz de cálculo, L | 14 m | Según Tabla C.4.6.2.2.1-1 |

En la Tabla 3 se presentan los estados limites empleados para el diseño.

Tabla 3. Estados límites considerados en el diseño.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Estado límite de resistencia I | Incremento de carga vehicular dinámica, | Según Tabla 3.4.1-1 |
| Estado límite de servicio I | Incremento de carga vehicular dinámica, | Según Tabla 3.4.1-1 |
| Estado límite de fatiga I | Incremento de carga vehicular dinámica, | Según Tabla 3.4.1-1 |

## Geometría de la viga

La geometría de las vigas empleadas para el diseño se presenta en la Tabla 4 en función de la Figura 1 y la Figura 2.

Tabla 4. Dimensiones de la viga.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Altura mínima, | 0.98 m | Según Tabla 2.5.2.6.3-1 |
| Separación entre vigas, | 2.00 m |  |
| Distancia del voladizo | 1.00 m |  |
| Ancho efectivo de la aleta, | 2.00 m | Según 4.6.2.6 |
| Ancho del alma de la viga, | 0.40 m | Según C.5.14.1.5.1c |
| Altura de la viga, | 0.80 m |  |
| Espesor de la losa, | 0.20 m |  |

## Diseño a flexión de las vigas

## Avaluó de cargas

En la Tabla 5 se presentan las cargas de la superestructura sobre la viga.

Tabla 5. Cargas permanentes sobre la viga.

|  |  |
| --- | --- |
|  | 9.42 kN/m |
|  | 7.53 kN/m |
|  | 0.71 kN/m |
|  | 18.00 kN/m |

### Momentos flectores

En la Tabla 6 se presentan los momentos flectores en la viga debidos a las cargas de la superestructura.

Tabla 6. Momentos a lo largo de la viga debidos a las cargas de la superestructura.

|  |  |
| --- | --- |
| X [m] | Momento flector [kN m] |
| 0.00 | 0.00 |
| 1.40 | 158.74 |
| 2.80 | 282.21 |
| 4.20 | 370.40 |
| 5.60 | 423.32 |
| 7.00 | 440.96 |
| 8.40 | 423.32 |
| 9.80 | 370.40 |
| 11.20 | 282.21 |
| 12.60 | 158.74 |
| 14.00 | 0.00 |

En la Tabla 7 se presentan los momentos máximos en la viga debido a las cargas permanentes.

Tabla 7. Momentos máximos en la viga debidos a las cargas permanentes ~~(losa, vigas y bordillos)~~.

|  |  |
| --- | --- |
| Momento flector máximo debido a las cargas provenientes de la superestructura | |
| MDC, losa más viga | 415.25 kN m |
| MDC, bordillo | 25.71 kN m |
| MDC, permanentes | 440.96 kN m |

En la Figura 3 se presentan los momentos flectores debidos a la carga permanente.

Figura 3. Momentos flectores debidos a la carga permanente.

En la Tabla 8 se presentan los momentos flectores en la viga debidos a la carga viva vehicular.

Tabla 8. Momentos a lo largo de la viga debidos a la carga viva vehicular.

|  |  |
| --- | --- |
| X [m] | Momento flector [kN m] |
| 0.00 | 0.00 |
| 1.40 | 556.85 |
| 2.80 | 958.26 |
| 4.20 | 1205.73 |
| 5.60 | 1346.82 |
| 7.00 | 1356.25 |
| 8.40 | 1346.82 |
| 9.80 | 1205.73 |
| 11.20 | 958.26 |
| 12.60 | 556.85 |
| 14.00 | 0.00 |

En la Tabla 9 se presentan los momentos máximos producidos por la carga viva vehicular

Tabla 9. Momentos máximos debidos a la carga viva vehicular.

|  |  |
| --- | --- |
| ML, vehículo | 843.14 kN m |
| ML, carril | 252.35 kN m |
| MLL+IM | 1371.13 kN m |

En la Figura 4 se presentan los momentos flectores debidos a la carga viva vehicular.

Figura 4. Momentos flectores debidos a la carga viva vehicular.

### Fuerza cortante

En la Tabla 10 se presenta la fuerza cortante en la viga debida a las cargas de la superestructura.

Tabla 10. Fuerza cortante a lo largo de la viga debida a las cargas de la superestructura.

|  |  |
| --- | --- |
| X [m] | Fuerza cortante [kN] |
| 0.00 | 125.99 |
| 1.40 | 100.79 |
| 2.80 | 75.59 |
| 4.20 | 50.40 |
| 5.60 | 25.20 |
| 7.00 | 0.00 |
| 8.40 | -25.20 |
| 9.80 | -50.40 |
| 11.20 | -75.59 |
| 12.60 | -100.79 |
| 14.00 | -125.99 |

En la Tabla 11 se presenta la fuerza cortante máxima en la viga debido a las cargas permanentes.

Tabla 11. Fuerza cortante máxima en la viga debida a las cargas permanentes.

|  |  |
| --- | --- |
| Fuerza cortante máxima debido a las cargas provenientes de la superestructura | |
| VDC, losa más viga | “{:.2f}”.format(VDCest) kN m |
| VDC, bordillo | “{:.2f}”.format(VDCvol) kN m |
| VDC, permanentes | “{:.2f}”.format(VDCper) kN m |

En la Figura 5 se presenta la fuerza cortante debida a la carga permanente.

Figura 5. Fuerza cortante debida a la carga permanente.

En la Tabla 12 se presenta la fuerza cortante máxima en la viga debida a la carga viva vehicular.

Tabla 12. Fuerza cortante máxima a lo largo de la viga debida a la carga viva vehicular.

|  |  |
| --- | --- |
| X [m] | Fuerza cortante [kN] |
| 0.00 | 451.34 |
| 1.40 | 390.54 |
| 2.80 | 327.82 |
| 4.20 | 265.09 |
| 5.60 | 203.26 |
| 7.00 | 145.90 |
| 8.40 | 90.26 |
| 9.80 | 34.71 |
| 11.20 | -1.18 |
| 12.60 | -37.07 |
| 14.00 | -72.10 |

En la Tabla 13 se presenta la fuerza cortante mínima en la viga debida a la carga viva vehicular.

Tabla 13. Fuerza cortante mínima a lo largo de la viga debida a la carga viva vehicular.

|  |  |
| --- | --- |
| X [m] | Fuerza cortante [kN] |
| 0.00 | 72.10 |
| 1.40 | 37.07 |
| 2.80 | 1.18 |
| 4.20 | -34.71 |
| 5.60 | -90.26 |
| 7.00 | -145.90 |
| 8.40 | -203.26 |
| 9.80 | -265.09 |
| 11.20 | -327.82 |
| 12.60 | -390.54 |
| 14.00 | -451.34 |

En la Tabla 14 se presenta la fuerza cortante máxima debida a la carga viva vehicular.

Tabla 14. Fuerza cortante máxima debida a la carga viva vehicular.

|  |  |
| --- | --- |
| VL, vehículo | 285.14 kN m |
| VL, carril | 72.10 kN m |
| VLL+IM | 451.34 kN m |

En la Figura 6 se presenta la fuerza cortante máxima debida a la carga viva vehicular.

Figura 6. Fuerza cortante máxima debida a la carga viva vehicular.

En la Figura 7 se presenta la fuerza cortante mínima debida a la carga viva vehicular.

Figura 7. Fuerza cortante mínima debida a la carga viva vehicular.

## Cálculo de los factores de distribución

Para determinar el factor de distribución se determina los parámetros presentados en la Tabla 0‑10.

Tabla 0‑15. Parámetros para el cálculo del factor de distribución.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Relación modular |  | 1 |
| Momento centroidal de inercia de la sección simple |  | 0.017 cm4 |
| Área de la sección simple |  | 0.32 cm2 |
| Distancia, |  | 0.50 cm |
| Parámetro, |  | 0.0971 cm4 |

### Factor de distribución. Momento flector.

Se determino el factor de distribución en función de la cantidad de carriles cargados presentados en la Tabla 0‑11.

Tabla 0‑16. Factores de distribución para flexión.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Un carril cargado |  | 0.465 | Según Tabla 4.6.2.2.2b-1 |
| Dos o más carriles cargados |  | 0.609 | Según Tabla 4.6.2.2b-1 |

Igualmente se determinó el factor de distribución en función de la cantidad de carriles cargados presentados en la Tabla 0‑11, a través de la regla de la palanca.

Al definir cada uno de estos valores, se obtienen los valores presentados en la Tabla.

Tabla 0‑17. Parámetros en la ecuación de la regla de la palanca.

|  |  |
| --- | --- |
| Distancia de la carga aplicada por la rueda izquierda del camión al punto de palanca, | 2.2 |
| Distancia de la carga aplicada por la rueda izquierda del camión al punto de palanca, | 0.4 |
| Factor de distribución, | 0.65 |

Tabla 0‑18. Factores de distribución para flexión.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Un carril cargado |  | 0.780 | Según Tabla 4.6.2.2.2d-1 |
| Dos o más carriles cargados | , donde  es la distancia entre el eje vertical centroidal de la viga exterior y la cara interna de la barrera | 0.643 | Según Tabla 4.6.2.2.2d-1 |

El resumen de los momentos máximos para determinar la armadura se presenta en la Tabla

Tabla 0‑19. Resumen de momentos máximos.

|  |  |
| --- | --- |
| MDC, permanentes | 440.96 kN m |
| M(LL+IM) cc-14 | 1371.13 kN m |
| MLL+IM | 883.58 kN m |

## Diseño a flexión

El diseño a flexión se lleva a cabo para el estado límite de resistencia I, teniendo en cuenta los factores de modificación de carga y los momentos máximos como se presentó en la Tabla 3. Así obtenemos un momento último, de 2224 kN m.

### Armadura para resistir el momento máximo ultimo

Se toma una distancia entre el centroide del acero de refuerzo y la fibra inferior igual a 0.1 m. Además, se supone que el eje neutro se encuentra en la aleta y un factor de resistencia por flexión, ɸ de 0.9, en consecuencia para un ancho, igual a 2.0 m, una altura efectiva, de 0.9 m. se presenta la Tabla.

Tabla 0‑20. Acero de refuerzo para resistir el momento máximo.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Parámetro |  | 1373 KN/m2 | Según 5.5.4.2 |
| Parámetro |  | 17.65 |  |
| Cuantía de acero, ρ |  | 0.00376 |  |
| Armadura para resistir el momento máximo, |  | 67.62 cm2 |  |

La armadura suponiendo barras #8, en el centro de las vigas es igual a 14.0. Es decir 14 barras #8 en la parte de abajo en el centro de la luz.

Es importante verificar la posición del eje neutro teniendo en cuenta la siguiente ecuación:

Es decir que es igual a 5.97 cm siendo menor a 20 cm que es el espesor de la losa, confirmando que el eje centroidal se encuentra en la aleta.

De acuerdo con los comentarios en C 5.5.4.2.1 es necesario verificar la deformación unitaria del acero a tracción de manera que se pueda suponer que el factor de resistencia por flexión, ɸ es de 0.9.

La profundidad del bloque de compresiones, para la armadura de 14 barras #8 está dada por la siguiente ecuación:

Donde es igual a 0.85.

Se obtiene para la profundidad del bloque de compresiones, un resultado de 0.070 m.

De la relación de deformaciones, teniendo en cuenta que la deformación unitaria del concreto a compresión, es igual a 0.003, tenemos la siguiente ecuación:

Es decir que es igual a 0.0355 siendo mayor a 0.005 que es el valor de la deformación unitaria del acero a tracción supuesto, confirmando que. el factor de resistencia por flexión, ɸ es de 0.9.

### Armadura para resistir el momento mínimo

De acuerdo con 5.7.3.3.2, la cantidad de refuerzo convencional (no tensionado) debe ser el adecuado para desarrollar una resistencia mayorada a flexión, por lo menos igual o menos entre 1,33 veces el momento requerido por la combinación de carga aplicable especificada en la tabla 3.4.1-1 o , definido por la siguiente ecuación para concreto reforzado.

Donde es el módulo de la sección simple con respecto a la fibra sometida a tracción por las cargas externas, el modulo de la sección compuesta con respecto a la fibra sometida a tracción por las cargas externas y es el momento total no mayorado de carga muerta que actúa sobre una sección monolítica o no compuesta.

Para acero de refuerzo que cumple con la Norma ASMT A706 es igual a 0.75 y para todas las estructuras de concreto con excepción de los puentes prefabricados segmentales es igual a 1.60.

En la Tabla se presenta el resumen de las propiedades geométricas de la sección simple y la sección compuesta de la viga.

Tabla 0‑21.Propiedades geométricas de la sección simple y la sección compuesta.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Sección simple | Sección compuesta |
| Área, | 0.32 m2 | 0.72 m2 |
| Centroide, | 0.40 m | 0.68 m |
| Inercia, | 0.0171 m4 | 0.0628 m4 |
| Módulo de la sección, | 0.0427m3 | 0.0927 m3 |

Para calcular el momento se toma el momento que actúa sobre la sección simple producido por el peso propio de la viga mas el peso propio de la losa. El peso producido por la losa y la viga es igual a 16.95 kN m

En estas condiciones la ecuación para el momento es la siguiente.

Y para el momento , el cual incluye el peso del bordillo, es la siguiente.

La Tabla resume los cálculos necesarios para la determinación de la armadura a flexión en las vigas en secciones escogidas arbitrariamente cada 2 metros.

Tabla 0‑22.Diseño a flexión de las vigas interiores en secciones tomadas arbitrariamente.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X (m) | MDC | MLL+IM | MU | Mdnc | Mcr | Mcu | 1,33 MU |
|  | 0.00 m | 0.00 m |  | 0.00 m |  |  |  |
|  | 149.49 m | 149.49 m |  | 149.49 m |  |  |  |
|  | 265.76 m | 265.76 m |  | 265.76 m |  |  |  |
|  | 348.81 m | 348.81 m |  | 348.81 m |  |  |  |
|  | 398.64 m | 398.64 m |  | 398.64 m |  |  |  |
|  | 415.25 m | 415.25 m |  | 415.25 m |  |  |  |
|  | 398.64 m | 398.64 m |  | 398.64 m |  |  |  |
|  | 348.81 m | 348.81 m |  | 348.81 m |  |  |  |
|  | 265.76 m | 265.76 m |  | 265.76 m |  |  |  |
|  | 149.49 m | 149.49 m |  | 149.49 m |  |  |  |
|  | 0.00 m | 0.00 m |  | 0.00 m |  |  |  |

Armadura de superficie

La norma CCP-14 según 5.7.3.4 dice que si la distancia de miembros no preesforzados o parcialmente preesforzados excede 1 m, el refuerzo superficial debe distribuirse uniformemente a lo largo de ambas caras del elemento, en una distancia mas cercana al refuerzo de tracción por flexión. El área de refuerzo superficial (mm2/m) de altura en cada cara del elemento debe satisfacer la siguiente ecuación:

Donde es el área del refuerzo a tracción dada en mm2 y es el área del acero de preesfuerzo dada en mm2.

Para las vigas se tiene una armadura en el centro de la luz igual a 14 barras #8 y en este caso es igual a una altura efectiva, de 0.9 m. por lo que se efectúa la verificación solicitada para la armadura de superficie como se muestra en la Tabla.

***Tabla 0‑23. Acero de refuerzo para la armadura de superficie****.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Área del refuerzo a tracción, |  | 7140.00 mm2 |
| Distancia |  | 900.00 mm |
| Área del acero de preesfuerzo, |  | 0 |
| Área del acero de superficie, |  | 140.00 mm2/m |

La armadura se toma suponiendo barras #3.

Además, el refuerzo de superficie longitudinal, por cara no necesita exceder un cuarto del refuerzo a tracción por flexión requerido y el espaciamiento máximo del refuerzo superficial no debe exceder o 300 mm. En consecuencia, este espaciamiento será de 0.15 m.

Se toma una barra #3 cada 0.15 m a cada lado de la viga.

Diseño a cortante de las vigas

Es importante primero definir la sección critica a cortante. De acuerdo con 5.8.3.2 cuando la reacción produce compresión en la zona de apoyos, el cortante critico se calcula a una distancia de la cara interna del apoyo. Esta distancia no debe ser menor que la mayor entre o .

La distancia se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

En el caso de secciones de concreto reforzado , por lo que que es la distancia entre el centroide del acero a tracción y la fibra a compresión más alejada del eje neutro, es .

Para determinar la distancia es necesario conocer la ubicación de la sección critica a cortante y el momento flector que actúa en ella, lo que no es posible establecer de antemano. Se recurre entonces a los criterios geométricos mencionados anteriormente, presentados en la Tabla.

***Tabla 0‑24. Criterios para definir dv****.*

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0.81 |
|  | 0.72 |

Por consiguiente, la sección critica a cortantes se encuentra a una distancia igual a:

Es decir 8 m.

Cortante debido a las cargas

El cortante máximo que actúa a 8 m de la cara del apoyo de las vigas debido a cada una de las cargas avaluadas se presenta en la Tabla.

***Tabla 0‑25. Resumen de cortantes máximos****.*

|  |  |
| --- | --- |
| ***VDC, permanentes*** | ***440.96 kN*** |
| ***VL, vehículo*** | ***1371.13 kN*** |
| ***VL, carril*** | ***883.58 kN*** |
| ***VLL+IM*** |  |

Factor de distribución. Fuerza cortante.

Se determino el factor de distribución en función de la cantidad de carriles cargados presentados en la Tabla 0‑11.

***Tabla 0‑26.*** *Factores de distribución para cortante.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Un carril cargado*** |  | ***0.465*** | ***Según Tabla 4.6.2.2.3a-1*** |
| ***Dos o más carriles cargados*** |  | ***0.609*** | ***Según Tabla 4.6.2.2.3a-1*** |

Igualmente se determinó el factor de distribución en función de la cantidad de carriles cargados presentados en la Tabla 0‑11, a través de la regla de la palanca, como se realizó con los momentos.

Al definir cada uno de estos valores, se obtienen los valores presentados en la Tabla.

***Tabla 0‑27.*** *Factores de distribución para cortante mediante la regla de la palanca.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Un carril cargado*** |  | ***0.780*** | ***Según Tabla 4.6.2.2.3b-1*** |
| ***Dos o más carriles cargados*** | ***, donde***  ***es la distancia entre el eje vertical centroidal de la viga exterior y la cara interna de la barrera*** | ***0.643*** | ***Según Tabla 4.6.2.2.3b-1*** |

El resumen de los cortantes máximos para determinar la armadura se presenta en la Tabla

***Tabla 0‑28. Resumen de cortantes máximos****.*

|  |  |
| --- | --- |
| ***VDC, permanentes*** | ***440.96 kN*** |
| ***VLL+IM*** |  |

Diseño a cortante

El diseño a cortante se lleva a cabo para el estado límite de resistencia I, teniendo en cuenta los factores de modificación de carga y los cortantes máximos como se presentó en la Tabla 0‑3. Así obtenemos un cortante último, de 2224 kN.

Por otro parte el esfuerzo cortante resistido por la sección según 5.8.2.1.-2 es . De acuerdo con 5.5.4.2 el factor de reducción para cortante, ɸ es de 0.9.

es el menor entre las dos formulas presentadas en la Tabla

***Tabla 0‑29. Esfuerzo resistido por la sección en función de VN****.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Según 5.8.3.3-1*** |
|  |  | ***Según 5.8.3.3-2*** |

Esfuerzo cortante ultimo en la sección critica

Se determina según 5.8.2.9-1, teniendo en cuenta la siguiente ecuación.

En este caso por lo que es igual a 2224 kN/m2.

Se debe igualmente calcular la deformación unitaria a tracción a la altura del centroide del acero a tracción, a través de la ecuación según 5.8.3.4.2-4

Donde es el momento flector debido a las cargas permanente y transitorias mayoradas en la sección bajo estudio. Recordando la sección critica a cortante se encuentra a una distancia de 2224 m desde el centro del apoyo. Para este caso el es 2224 kN m.

Sustituyendo los valores en la anterior ecuación se obtiene una deformación unitaria, de 2224.

El calculo de la fuerza cortante resistida por el acero y el concreto se presenta en la Tabla.

***Tabla 0‑30. Fuerza cortante resistida por el concreto y el acero****.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Según 5.8.3.4.2-3*** |
|  |  | ***Según 5.8.3.4.2-1*** |
|  |  | ***Según 5.8.3.3-3*** |
|  |  | ***Según 5.8.3.3-1*** |

Una vez también es determinado el momento en la sección critica supuesta es posible obtener el valor del brazo del par de tracción-compresión para compararlo con el valor supuesto de 8 m.

La profundidad del bloque de compresiones en la sección critica a cortante esta dado por la siguiente ecuación.

Es decir que es igual a 5.97 cm.

El brazo interno de palanca, para una altura efectiva, igual a 5.97 cm, esta dado por la siguiente ecuación.

Es decir que es igual a 5.97 cm.

Separación de los estribos en la zona critica

De acuerdo con 5.8.3.3-4 la separación, de los estribos en cualquier sección de una viga esta dada por la siguiente ecuación.

Para α igual a 2224o (estribos verticales), θ igual 2224o y estribos de barras #2224 en dos ramas, es decir igual a 2224 cm2 y definido anteriormente se obtiene una separación, igual a 2224 m.

Es decir que en la zona critica a 2224 m del apoyo se debe proyectar un estribo #2224, de dos ramas, cada 2224 m.

Refuerzo transversal mínimo

Según 5.8.2.5-1.

Sustituyendo en la ecuación se tiene un valor de 2224 cm2 el cual es menor al valor supuesto anteriormente de 2224 cm2.

La Tabla resume los cálculos necesarios para la determinación de separación entre estribos en las vigas en secciones escogidas arbitrariamente cada 2 metros.

En estas condiciones la ecuación para el cortante es la siguiente.

***Tabla 0‑31.Separación de los estribos en secciones tomadas cada 1 metro****.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X (m) | VDC | VLL+IM | VU | MDC | MLL+IM | MU | As | S |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Máximo espaciamiento del refuerzo transversal

Teniendo en cuenta las condiciones dadas en 5.8.2.7, se calcula el espaciamiento máximo del refuerzo transversal presentado en la Tabla.

***Tabla 0‑32.Máximo espaciamiento del refuerzo transversal****.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Si*** |  |  |
| ***Si*** |  |  |

Verificación del acero longitudinal