Las gráficas cúbicas distancia-transitivas

Una gráfica es *distancia-transitiva* si para cualesquiera vértices u, v, w, x tales que $d(u, v) = d(w, x)$ se tiene que existe un automorfismo de la gráfica ϕ tal que $\phi(u) = w$ y $\phi(v) = x$.

La gráfica G de la figura 1 no es distancia-transitiva. Los dos vértices rojos están a distancia 2, como lo están también los vértices azules. Pero no existe un automorfismo $\phi: G \to G$ que envíe los vértices rojos a los azules, pues los azules están en un ciclo de 4 y los rojos no.

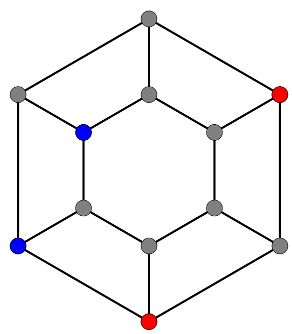

Figura 1: G no es distancia-transitiva

De acuerdo a [1], hay exactamente 12 gráficas cúbicas distancia transitivas. Tales gráficas son:

1. La gráfica K_4 (figura 2) y la gráfica $K_{3,3}$ (ver figura 3).
2. El cubo (ver figura 4)
3. La gráfica de Petersen (ver figura 5)

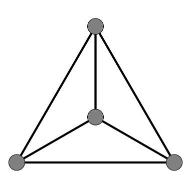

Figura 2: K_4

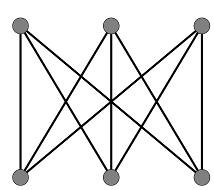

Figura 3: $K_{3,3}$

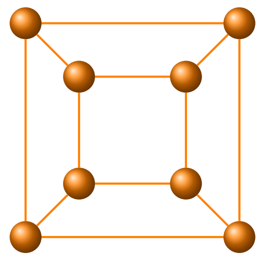

Figura 4: Cubo

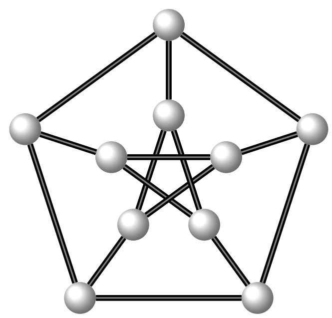

Figura 5: Gráfica de Petersen

4. La gráfica de Heawood (ver figura 6)
5. La gráfica de Pappus (ver figura 7)
6. La gráfica de Desargues (ver figura 8)
7. El dodecaedro (ver figura 9)
8. La gráfica de Coxeter (ver figura 10)
9. La gráfica de Tutte-Coxeter (ver figura 11)
10. La gráfica de Foster (ver figura 12)
11. La gráfica de Biggs-Smith

Referencias

[1] N. L. Biggs and D. H. Smith. On trivalent graphs. *Bull. London Math. Soc.*, 3:155–158, 1971.

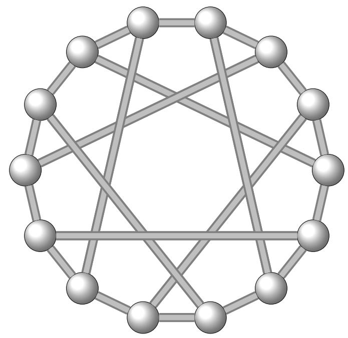

Figura 6: Gráfica de Heawood

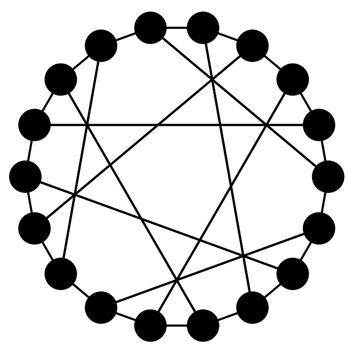

Figura 7: Gráfica de Pappus

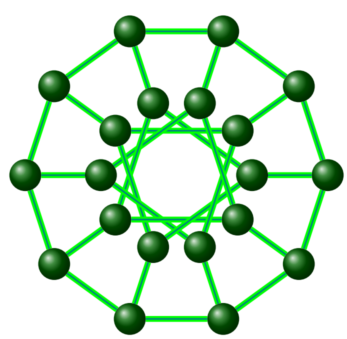

Figura 8: Gráfica de Desargues

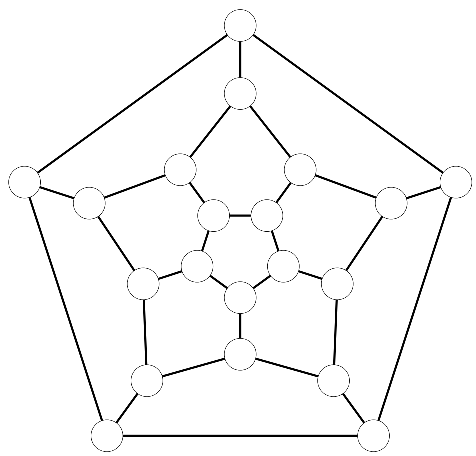

Figura 9: Dodecaedro

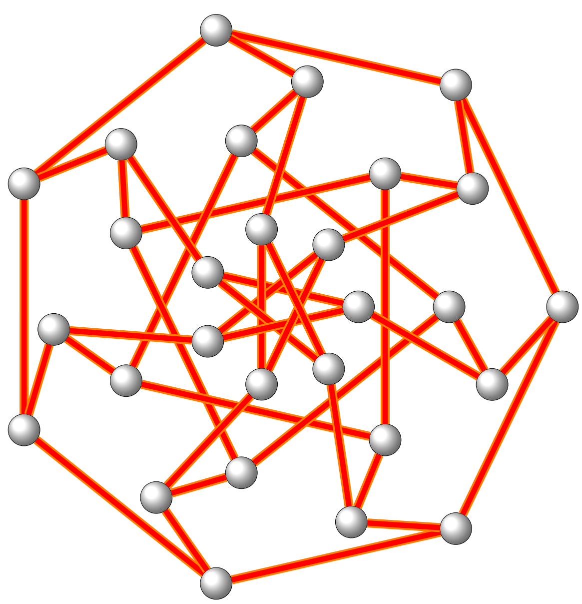

Figura 10: Gráfica de Coxeter

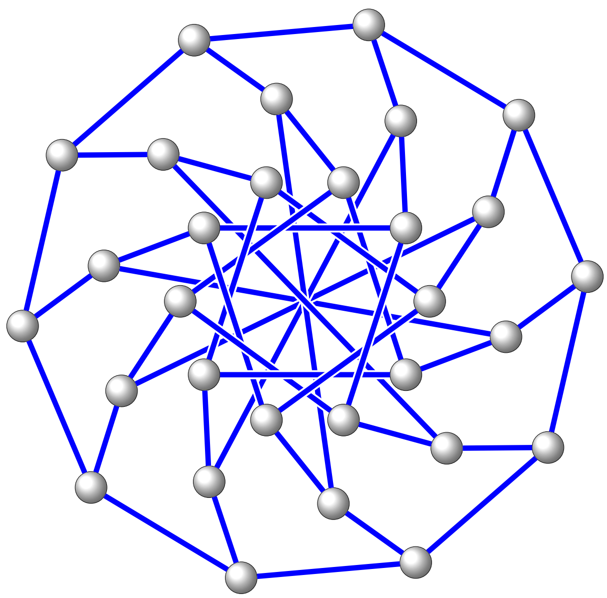

Figura 11: Gráfica de Tutte-Coxeter

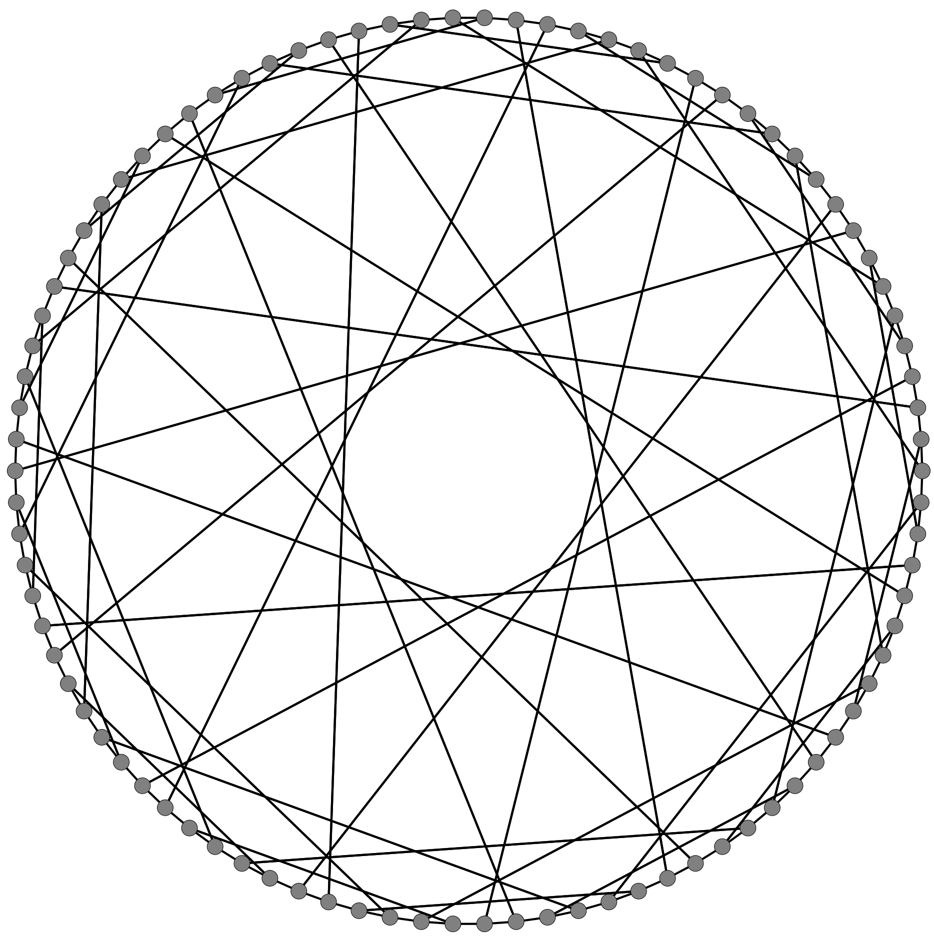

Figura 12: Gráfica de Foster

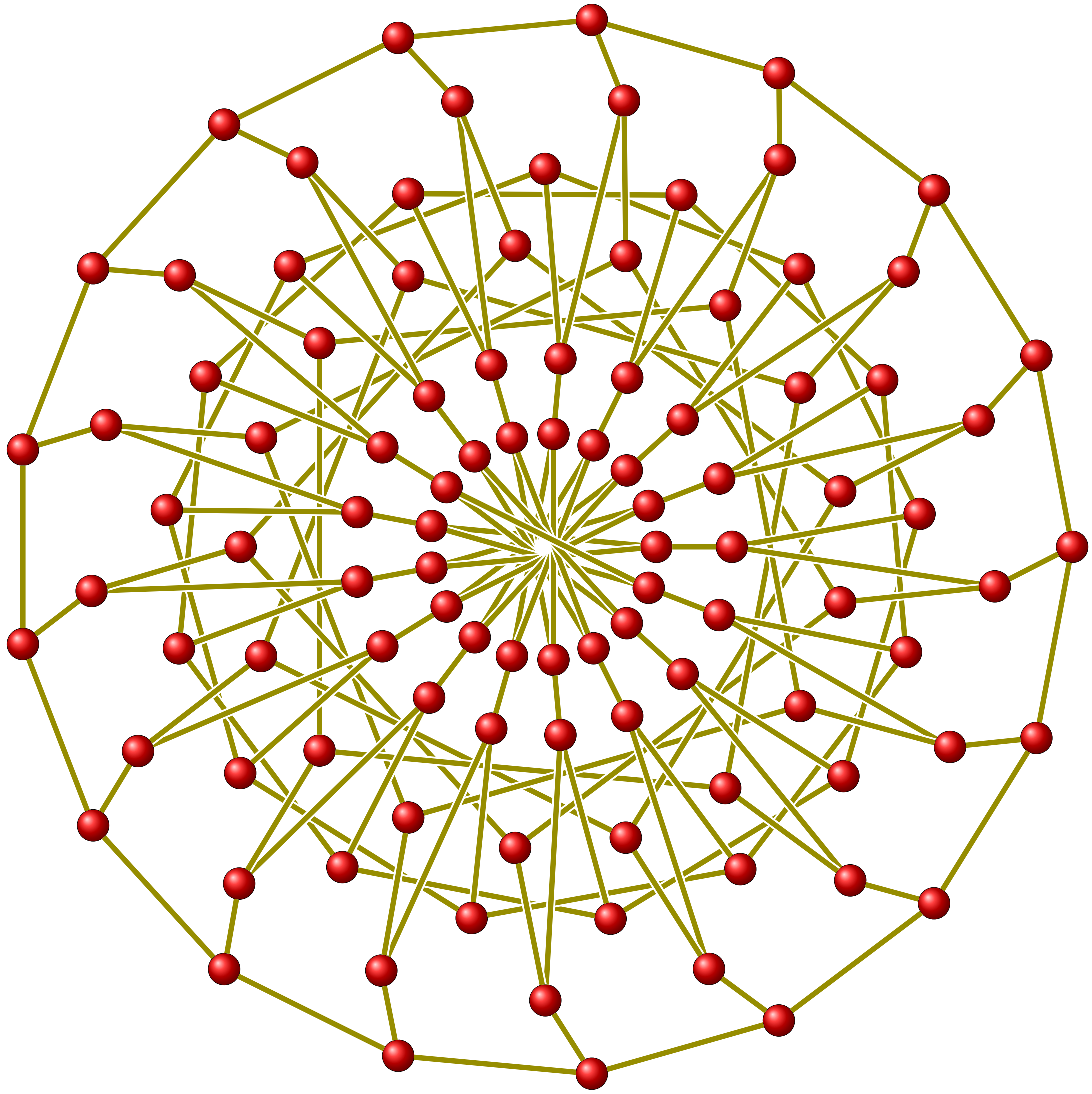

Figura 13: Gráfica de Biggs-Smith