

Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2017

Concurso del Estado de Hidalgo

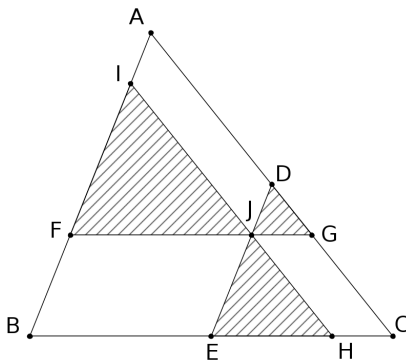
Segunda Etapa

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
Centro de Investigación en Matemáticas

Duración del examen: **Tres horas como máximo.**

Indicaciones: ¡No borres tus intentos fallidos! Entrega junto con tu examen todo lo que hayas intentado: cálculos, gráficas, tablas, esbozos, dibujos, etc. No se permite el uso de ningún tipo de calculadora. Tienes que justificar cuidadosamente tus respuestas. Todos los problemas tienen el mismo valor, independientemente de su grado de dificultad. Este examen contiene un total de cuatro problemas.

1. ¿Cuál es el número entero más pequeño que se puede formar usando solamente los dígitos 3 y 4, de tal manera que se use cada uno de los dígitos 3 y 4 al menos una vez y el resultado sea divisible exactamente entre 12?
2. Considera el triángulo ACB , como se ve en la figura, donde los segmentos IH y AC son paralelos, DE y AB son paralelos y FG y BC son paralelos. El área del triángulo IJJ es 18cm^2 , el área del triángulo DGJ es 2cm^2 , y el área del triángulo JHE es 8cm^2 . Determina el área del triángulo ACB .



3. Considera la siguiente sucesión de números, donde cada número después del 5 se obtiene del anterior sumándole 4, hasta llegar al 1002017. Es decir, la sucesión

$$5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, \dots, 1002013, 1002017.$$

Encuentra la cantidad de cuadrados perfectos que hay en esta sucesión.

4. Un cartero loco tiene que repartir correspondencia en 8 casas de una calle. De un lado de la calle, están las casas 1, 3, 5 y 7, en ese orden. Del otro lado, están las casas 2, 4, 6 y 8, de manera que la casa 2 está exactamente enfrente de la casa 1, la casa 4 está exactamente enfrente de la casa 3, la casa 6 está exactamente enfrente de la casa 5 y la casa 8 está exactamente enfrente de la casa 7. El cartero va a pasar por cada casa exactamente una vez, salvo que empieza y termina en la casa 1. Como el cartero está loco, decide seguir las siguientes reglas.
 - a) Si va a una casa impar, la siguiente vez va a una casa par.
 - b) Si va a una casa par, la siguiente vez va a una casa impar.
 - c) Si va a una casa, no va inmediatamente después a la casa que está exactamente enfrente.

¿De cuántas maneras distintas puede realizar este recorrido?