

Olimpiada de Matemáticas del Estado de Hidalgo 2012

Centro de Investigación en Matemáticas
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

NIVEL DE _____ GRADO O SEMESTRE QUE CURSA: _____
 Secundaria o Bachillerato

INSTITUCIÓN DE PROCEDENCIA: _____

FECHA DE NACIMIENTO: _____

SEDE EN DÓNDE PRESENTAS EL EXAMEN: _____

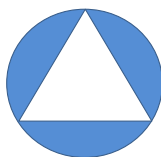
DURACIÓN DEL EXAMEN: Cuatro horas como máximo.

Indicaciones: Este examen consta de dos partes. Si eres estudiante de secundaria, cada parte vale el 50 % del total de la calificación del examen. Si eres estudiante de bachillerato, la primera parte vale el 25 % del total y la segunda parte vale el 75 % del total. No se permite el uso de ningún tipo de calculadora.

Primera Parte

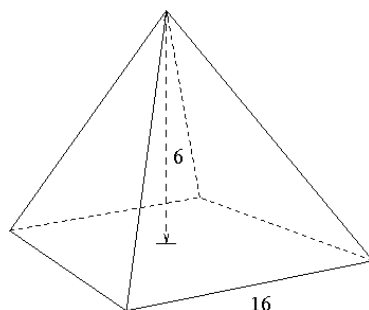
Para cada uno de los siguientes problemas encierra en un círculo solamente el inciso correspondiente a la respuesta correcta.

1. El precio de un pastel era de 200 pesos, pero subió un 25 %. Sobre ese nuevo precio, se puso en oferta. Resultó que con la oferta, el pastel volvió a costar 200 pesos. ¿De cuánto fue la oferta?
a) 23 % b) 25 % c) 20 % d) 35 % e) De otro porcentaje
2. En un torneo de ping-pong hay ocho jugadores. Si cada uno de ellos juega una vez contra cada uno de los otros siete, ¿cuántos partidos se juegan en total?
a) 8 b) 56 c) 28 d) 49 e) Otro número
3. Considera la sucesión de números $1, 3, 7, 13, 21, \dots$ (los puntos suspensivos significan que es una lista infinita de números, por lo que no la podemos escribir toda). El número que aparece en el lugar n lo puedes calcular con la fórmula $n^2 - n + 1$ (por ejemplo, el número que aparece en el quinto lugar es $5^2 - 5 + 1 = 21$). ¿Qué número le sigue al 91 en la sucesión?
a) El 91 no está en la sucesión b) 98 c) 109 d) 111
e) Otro número distinto de los anteriores
4. Tres tristes tigres tragaban trigo en treinta tristes trastos en un trigal. El primer tigre tragó el doble de tristes trastos de trigo que el segundo tigre, mientras que el segundo tigre tragó el triple de tristes trastos de trigo que el tercer tigre. ¿Cuántos tristes trastos de trigo tragó el tercer tigre?
a) 15 b) 10 c) 5 d) 20 e) Otro número de trastos
5. Considera un rectángulo cuyas longitudes de sus lados son números enteros. Si el área del rectángulo es 21, ¿cuáles son los posibles valores de sus lados?
a) 20 y 44 b) 15 y 30 c) 17 y 44 d) 10 y 22 e) Otro par de valores
6. En un círculo se encuentra inscrito un triángulo equilátero, como en la figura. Si el área del triángulo es uno, ¿cuál es el valor del área de la región sombreada?

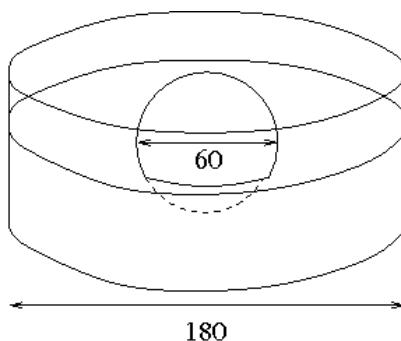


- a) $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}} - 1$, b) $\frac{4\pi}{\sqrt{3}\sqrt{3}} - 1$ c) $\frac{4\pi}{9} - 1$ d) $\frac{4\pi}{3} - 1$ e) Otro valor

7. El ayuntamiento de Mineral de la Reforma te ha encargado pintar las cuatro caras exteriores de un monumento piramidal como el que se muestra en la figura. La pirámide es lisa, tiene una base cuadrada de 16 metros de lado y una altura de 6 metros. Una cubeta de pintura cuesta 900 pesos y con ella puedes pintar 40 metros cuadrados. ¿Cuánto cuesta toda la pintura que necesitas?



- a) \$7,200 b) \$12,960 c) \$4,320 d) \$10,800 e) Otra cantidad
8. ¿Cuál es el valor más grande que puede tomar la cantidad $(m+n)/n$, si sabes que m y n son números enteros positivos tales que $n > 99$ y $m < 101$?
- a) 2 b) 7 c) 38 d) 5 e) Ninguno de los valores anteriores
9. En una tina con agua como la de la figura, flota una pelota de 60 centímetros de diámetro. Si el diámetro de la tina es de 180 centímetros y exactamente un cuarto del volumen de la pelota se encuentra sumergida en la tina, ¿cuántos centímetros bajará el nivel del agua en el recipiente cuando se saque la pelota? El volumen total de la pelota es de $36,000\pi \text{ cm}^3$.



- a) 1 cm b) $\frac{\pi}{3}$ cm c) $\frac{10}{9}$ cm d) $\frac{\pi}{2}$ e) Otra cantidad
10. Chaco planea robar un banco y le promete darle al Roto un tercio del botín si le ayuda. El Roto acepta, pero como no sabe manejar, le pide ayuda al Pepis a cambio de darle un tercio de lo que ganará por el robo. El Pepis acepta, pero su auto está en el taller, así que le dice al Chueco que si le deja usar su auto, le dará un tercio de lo que él gane. El Chueco acepta, pero como no oye bien, le dice al Pollo que si le ayuda le dará un tercio de lo que gane. El Pollo acepta. Tres días después del robo atrapan al Chueco con su parte del botín, que es de 40,000 pesos. ¿Cuánto dinero se llevaron entre todos?
- a) \$810,000 b) \$3,240,000 c) \$1,620,000 d) \$1,000,000 e) Otra cantidad

Segunda Parte

¡No borres tus intentos fallidos! Entrega junto con tu examen todo lo que hayas intentado: cálculos, gráficas, tablas, esbozos, dibujos, etc.

11. Paco y Luis se tienen que formar en una fila con sus compañeros Carlos, Miguel, Daniel y Joel. ¿De cuántas formas distintas se pueden acomodar de manera que entre Luis y Paco se encuentren formados exactamente dos de sus compañeros?
12. Si c es la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos otros dos lados tienen longitudes a y b , muestra que $a + b \leq \sqrt{2}c$.
13. Considera un círculo con centro O , como se muestra en la figura. DEB es una cuerda del círculo tal que $DE = 3$ y $EB = 5$. Si AC es un diámetro del círculo que pasa por el punto E y $EC = 1$, ¿cuánto debe medir el radio del círculo?

