

# Olimpiada Estatal de Matemáticas

## Estado de Hidalgo

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Centro de Investigación en Matemáticas

NOMBRE DEL ALUMNO: \_\_\_\_\_

SEMESTRE QUE CURSA: \_\_\_\_\_. NIVEL DE \_\_\_\_\_  
Secundaria o Preparatoria

INSTITUCIÓN DE PROCEDENCIA: \_\_\_\_\_

FECHA DE NACIMIENTO: \_\_\_\_\_

SEDE: \_\_\_\_\_

DURACIÓN DEL EXAMEN: **Cuatro horas como máximo.**

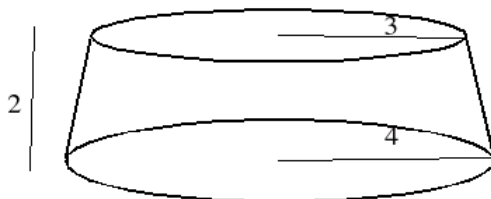
*Indicaciones:* ¡No borres tus intentos fallidos! Entrega junto con tu examen todo lo que hayas intentado: cálculos, gráficas, tablas, esbozos, dibujos, etc. Todos los problemas tienen el mismo valor, independientemente de su grado de dificultad. Este examen contiene un total de seis problemas.

- 1.- Calcular el valor de

$$\sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 2003 + 2005 + 2007},$$

donde la suma dentro de la raíz cuadrada es la suma de todos los números impares del 1 al 2007.

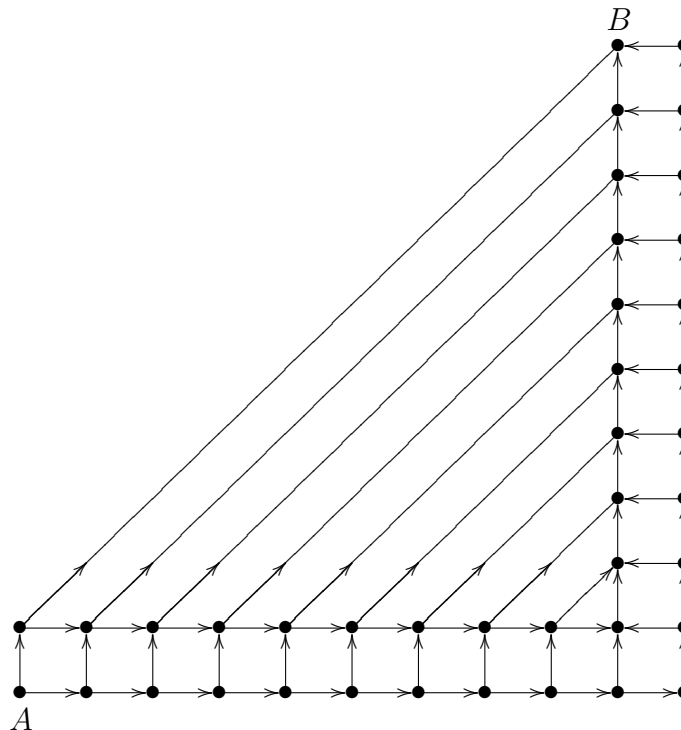
- 2.- Encuentre el volumen de un cono truncado de altura 2, que tiene base inferior de radio 4 y base superior de radio 3 (ver la figura).



- 3.- Considere un triángulo de lados  $a$ ,  $b$  y  $c$ . Tome un punto  $P$  cualquiera en el interior del triángulo y desde este punto trace segmentos perpendiculares a cada uno de sus lados. Suponga que  $x$ ,  $y$  y  $z$  son las longitudes de estos segmentos perpendiculares a los lados  $a$ ,  $b$  y  $c$ , respectivamente. Demuestre que el área  $A$  del triángulo es igual a

$$A = \frac{1}{2} (ax + by + cz).$$

- 4.- Del siguiente diagrama calcule de cuantas maneras distintas se puede llegar del punto  $A$  al punto  $B$ , respetando las direcciones de las flechas.



- 5.- Considere la ecuación de segundo grado

$$x^2 - 15ax + a^2 = 0.$$

Encuentre todos los valores de  $a$  de modo que las soluciones  $x_1$  y  $x_2$  de esta ecuación satisfacen

$$x_1^2 + x_2^2 = 2007.$$

- 6.- ¿De cuántas maneras se pueden sacar 10 canicas de una bolsa que contiene 7 canicas rojas, 8 azules y 7 verdes, si una vez que se sacaron no importa en que orden quedaron?