

Olimpiada Estatal de Matemáticas 2009

Estado de Hidalgo

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
Centro de Investigación en Matemáticas

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

SEMESTRE QUE CURSA: _____ NIVEL DE _____

Secundaria o Preparatoria

INSTITUCIÓN DE PROCEDENCIA: _____

FECHA DE NACIMIENTO: _____

SEDE: _____

DURACIÓN DEL EXAMEN: **Cuatro horas como máximo.**

Indicaciones: ¡No borres tus intentos fallidos! Entrega junto con tu examen todo lo que hayas intentado: cálculos, gráficas, tablas, esbozos, dibujos, etc. Todos los problemas tienen el mismo valor, independientemente de su grado de dificultad. Este examen contiene un total de seis problemas.

1. Tenemos 120 esferas navideñas idénticas metidas en cajitas del mismo tamaño. Cada cajita contiene el mismo número de esferas y el número de esferas en cada cajita supera en 2 al número de cajitas. ¿Cuántas cajitas hay y cuántas esferas hay dentro de cada cajita?
2. Suponga que $n \geq 1$ es un número natural. Suponga que $n + 1$ puede escribirse como la suma de los cuadrados de dos números consecutivos, es decir, $n + 1 = m^2 + (m + 1)^2$ para algún número natural m . Demuestre que $\sqrt{2n + 1}$ es un número entero impar.
3. En un triángulo rectángulo con catetos de longitud a y b está inscrito un cuadrado de tal manera que el cuadrado y el triángulo comparten el ángulo recto y un vértice del cuadrado está sobre la hipotenusa. Hallar el perímetro del cuadrado.
4. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden dar 100 pesos en cambio utilizando únicamente monedas de 10 pesos, 5 pesos y 1 peso?
5. En una fiesta cada persona saludó a exactamente otras tres personas.
 - Explique por qué es imposible que a la fiesta hayan asistido exactamente 2009 personas.
 - Si hubo en total 123 saludos, ¿cuántas personas asistieron a la fiesta?
6. En una granja hay un granero cuadrangular de 20 metros de lado. Una vaca está atada a una de las paredes del granero, a 5 metros de una esquina, con una soga de 10 metros de longitud. Calcule la superficie total sobre la cual la vaca puede pastar (la vaca sólo puede pastar fuera del granero).