

Olimpiada Estatal de Matemáticas 2008

Estado de Hidalgo

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
Centro de Investigación en Matemáticas

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

SEMESTRE QUE CURSA: _____ NIVEL DE _____

Secundaria o Preparatoria

INSTITUCIÓN DE PROCEDENCIA: _____

FECHA DE NACIMIENTO: _____

SEDE: _____

DURACIÓN DEL EXAMEN: **Cuatro horas como máximo.**

Indicaciones: ¡No borres tus intentos fallidos! Entrega junto con tu examen todo lo que hayas intentado: cálculos, gráficas, tablas, esbozos, dibujos, etc. Todos los problemas tienen el mismo valor, independientemente de su grado de dificultad. Este examen contiene un total de seis problemas.

1. Jorge Luis cortó un cuadrado de papel que tenía 20cm de perímetro y obtuvo dos rectángulos. Si el perímetro de uno de los rectángulos es 16cm ¿cuál es el perímetro del otro?
2. Un granjero descubre que si cuenta sus ovejas de dos en dos, o de tres en tres, o de cuatro en cuatro o de cinco en cinco, siempre le sobra una. Si el granjero tiene menos de cien ovejas y más de una, ¿cuántas ovejas tiene el granjero?
3. Denotemos por $f(n)$ la suma de los divisores positivos de un número natural n . Por ejemplo, si $n = 6$ tenemos que los divisores de 6 son 1,2,3 y 6, que sumados dan $f(6) = 1 + 2 + 3 + 6 = 12$. Encuentra el valor de $f(n)$ más pequeño entre todas las n mayores o iguales a 2008.
4. De una lista de 8 números naturales consecutivos, se borra uno de los números. La suma de los números que quedaron después de borrar es igual a 2008 ¿Cuál es el número borrado?
5. Considera el conjunto $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. De cada subconjunto de 7 elementos de A se toma el número mayor ¿Cuál es la suma de todos estos números mayores?
6. Considera un cuadrado cuyo lado tiene longitud 2 y cuatro círculos del mismo radio con centros respectivos en los puntos medios del cuadrado, de tal modo que los círculos correspondientes a lados adyacentes son tangentes. Encontrar el área de la región dentro del cuadrado y fuera de los círculos. Es decir, en la figura siguiente, se pide hallar el área de la región sombreada.

