

Olimpiada Estatal de Matemáticas 2010

Estado de Hidalgo

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
Centro de Investigación en Matemáticas

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

SEMESTRE QUE CURSA: _____ NIVEL DE _____

Secundaria o Preparatoria

INSTITUCIÓN DE PROCEDENCIA: _____

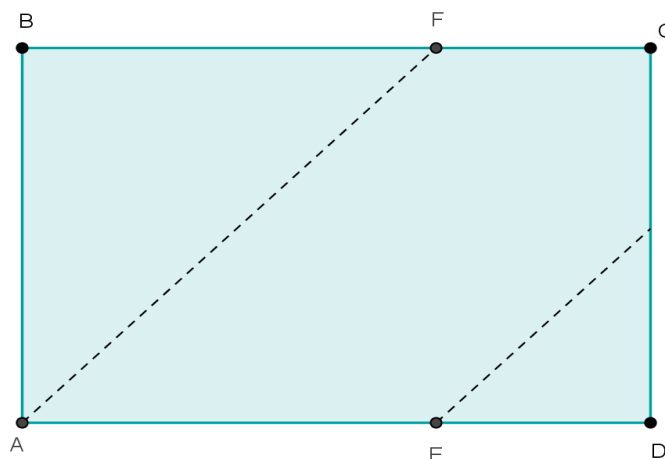
FECHA DE NACIMIENTO: _____

SEDE: _____

DURACIÓN DEL EXAMEN: **Cuatro horas como máximo.**

Indicaciones: ¡No borres tus intentos fallidos! Entrega junto con tu examen todo lo que hayas intentado: cálculos, gráficas, tablas, esbozos, dibujos, etc. No se permite el uso de ningún tipo de calculadora. Todos los problemas tienen el mismo valor, independientemente de su grado de dificultad. Este examen contiene un total de seis problemas.

1. Se tiene una hoja de papel de forma rectangular con vértices $ABCD$ (ver figura). El lado de enfrente es azul y el de atrás blanco. Se toma la esquina B y se dobla la hoja a lo largo de la línea punteada AF de tal forma que el lado AB quede sobre el lado AD y la esquina B sobre el punto E . Luego se dobla la esquina D de forma que el segmento ED quede sobre el segmento EF . Si el lado AB mide 13 centímetros y el lado BC mide 19 centímetros, calcula el área azul que queda descubierta.



2. Un granjero compró 100 animales por 420,000 pesos. Compró vacas, borregos y cerdos. Cada vaca le costó 5,000 pesos, cada borrego 4,000 pesos y cada cerdo 3,000 pesos. ¿De cuántas maneras distintas pudo haber comprado estos animales, si sabemos que compró al menos 10 de cada especie?
3. Un científico ha inventado una máquina del tiempo. Esta máquina tiene la peculiaridad que solamente puede viajar en periodos de 1971 años hacia el futuro y 2010 años hacia el pasado. ¿Cuántos viajes hacia el futuro y cuántos viajes al pasado deben hacerse con esa máquina para avanzar exactamente 3 años al futuro?
4. Juanita está intentando acceder una de sus cuentas de correo, pero olvidó su contraseña. Lo único que recuerda es que su contraseña es de 10 caracteres y estos son los mismos que los de la palabra MATEMATICA, pero no recuerda en qué orden. Por ejemplo, la contraseña podría ser CAAMETIAMT. ¿Cuántas diferentes posibilidades hay para su contraseña?
5. Considera la suma

$$(1 \times 1!) + (2 \times 2!) + (3 \times 3!) + \cdots + (2010 \times 2010!),$$

donde los puntos suspensivos representan los términos intermedios. Demuestra que la suma es igual a $k! - 1$ para algún entero positivo k y encuentra el valor de k .

El símbolo $n!$ significa el producto de los enteros positivos de 1 hasta n . Por ejemplo,

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120.$$

6. Considera el triángulo ABC y un punto D sobre el lado BC . Sean E , F , G y H puntos medios de los segmentos CD , DB , AC y AB , respectivamente. Muestra que el cuadrilátero $EGHF$ es un paralelogramo y que su área es la mitad del área del triángulo ABC .

