

XXVII Olimpiada Hidalguense de Matemáticas

Segunda Etapa del Examen Estatal

7 de marzo de 2015

Tiempo límite: 3 horas.

Cada problema vale 7 puntos.

Si tienes duda en los enunciados, puedes preguntar por escrito

Escribe todas las ideas y los razonamientos que uses.

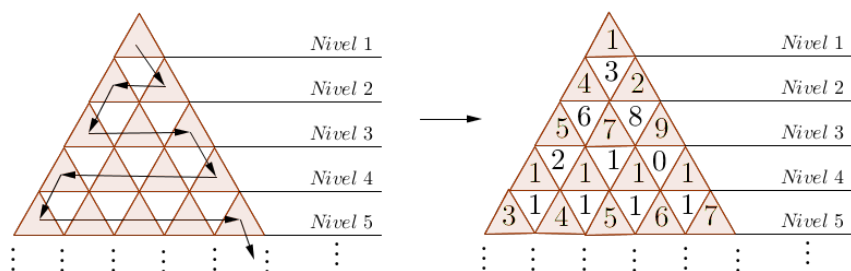
No los borres, es posible que te den puntos parciales.

No está permitido usar calculadora

1. En una escuela de natación se aplican dos exámenes, uno de estilo dorso y el otro de estilo mariposa, a 71 personas (32 hombres y 39 mujeres). Catorce de los hombres aprobaron el estilo mariposa, y doce hombres aprobaron el estilo dorso. Diez hombres y ocho mujeres no aprobaron ninguno de los dos exámenes. Diez personas aprobaron los dos estilos y 22 únicamente el estilo mariposa. ¿Cuántas mujeres aprobaron el estilo dorso?
2. Sea $ABCD$ un paralelogramo de área 10, con $AB = 3$ y $BC = 5$. Suponga que E , F y G son puntos sobre los lados AB , BC y AD respectivamente tales que $AE = BF = AG = 2$. Sea H el punto de intersección del lado CD con la línea paralela a EF que pasa por G . Calcular el área del cuadrilátero $EFHG$.
3. Se escriben los enteros positivos, pero separando los dígitos de cada número, de forma que se tiene la secuencia

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 6, 1, 7, 1, 8, 1, 9, 2, 0, 2, 1, ...

Estos números se colocan en una pirámide de 500 niveles, formada por triángulitos, como se indica:



¿Cuál es el dígito que se encuentra en el triángulo central del nivel 500? Por ejemplo, el dígito que se encuentra en el triángulo central del nivel 4 es el 1, mientras que el dígito que se encuentra en el triángulo central del nivel 5 es el 5.