Ejercicios de programación lineal

11 de mayo de 2020

1. Resuelve

Maximizar
$$3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 + 2x_6$$

sujeto a
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 & + x_6 = 3\\ 3x_1 & + 2x_3 + x_4 + 2x_5 & = 4\\ x_2 - 3x_3 & + x_5 & = 2 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \ge 0$$

2. El problema dual a:

Maximizar
$$z = c^T x$$

sujeto a $Ax \le b$
 $x \ge 0$

donde A es una matrix $m \times n$, $x = (x_1, \dots, x_n)^T$, $c \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$, es:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} & & w = b^T y \\ \text{sujeto a} & & A^T y \geq c \\ & & & y \geq 0 \end{aligned}$$

donde $y = (y_1, \dots, y_m)^T$. Resuelve el siguiente problema. Plantea el problema dual y resuélvelo.

Maximizar
$$x_1 + x_2$$

sujeto a
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \le 4\\ 3x_1 + 2x_2 \le 6 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

(Es decir, el dual del problema de maximización en forma estándar es un problema de minimización. Análogamente, el dual del problema de minimización es el problema de maximización.)

3. Recuerda el problema de la demanda de autobuses. Un estudio ha demostrado que la demanda de autobuses en cierta ciudad con respecto a la hora del día está regida por la siguiente tabla:

Hora	Cantidad de autobuses
12am-4am	4
4am-8am	8
8am-12pm	10
12 pm-4 pm	7
4 pm-8 pm	12
8pm-12am	4

Supongamos que un autobús debe operar exactamente ocho horas consecutivas, y que operan en turnos empezando cada cuatro horas a partir de las 12am. Plantea el problema de encontrar la cantidad mínima de autobuses que deben adquirirse para cubrir la demanda. [Sugerencia. Usa x_1 para la cantidad de autobuses que cubren el turno de las 12am a las 8am, x_2 para la cantidad de autobuses que cubren el turno de las 4am a las 12pm, etc. Nota que el último turno va de las 8pm a las 4am del siguiente día.] Escribe el problema en forma estándar. Plantea el problema dual. No es necesario resolver el problema dual.