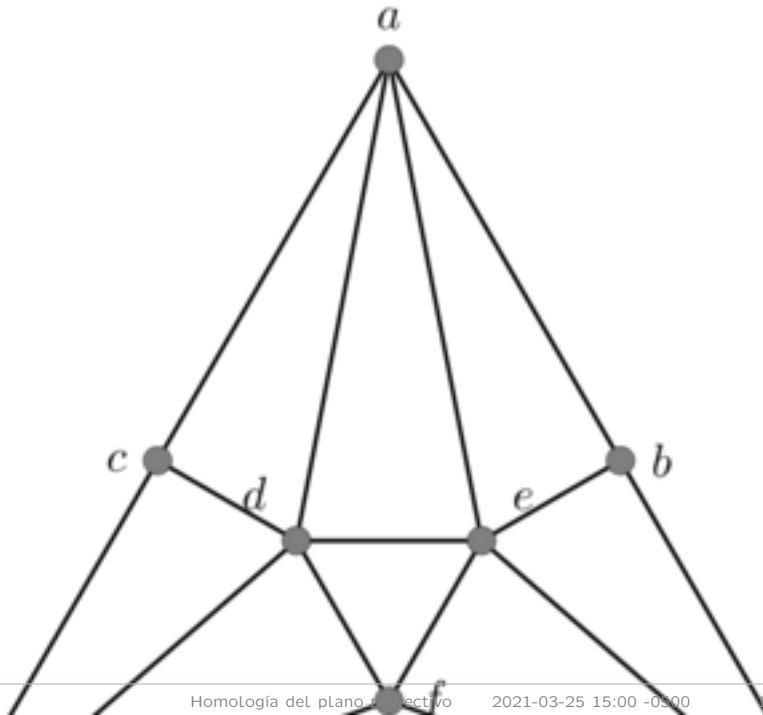


Homología del plano proyectivo

Rafael Villarroel

2021-03-25 15:00 -0500

Consideremos el siguiente complejo simplicial Δ :



En el plano proyectivo tenemos:

- 6 0-simplejos

En este caso, se tiene que $z = ab + bc + ca \in Z_1(\Delta, R)$. Se puede demostrar que \bar{z} genera a $H_1(\Delta, R)$. Pero además se tiene que $z + z = 2z$ es una frontera. Es decir, en $H_1(\Delta, R)$ se tiene que $2\bar{z} = 0$. Si R es un campo de entre \mathbb{C} , \mathbb{R} o \mathbb{Q} , entonces se tiene que $\bar{z} = 0$ y por lo tanto $H_1(\Delta, R) = 0$ en ese caso. Sin embargo, si $R = \mathbb{F}_2$ o si $R = \mathbb{Z}$, no es posible dividir entre 2. Entonces, tenemos por ejemplo, que $H_1(\Delta, \mathbb{Z}) \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. En este caso, como el elemento \bar{z} , es diferente de cero, pero tiene orden finito, se dice que es un elemento de **torsión** en $H_1(\Delta, \mathbb{Z})$.