Espacios topológicos

Rafael Villarroel

2021-01-19 15:00 -0500

Outline

Definiciones

Espacios topológicos

Un espacio métrico es un conjunto (X, d) donde tenemos una idea de cercanía. La función métrica d permite definir el concepto de función continua como una función que envía puntos cercanos en puntos cercanos. También se definen los conjuntos abiertos. Resulta que las propiedades de los conjuntos abiertos son suficientes para definir estructuras con el concepto de continuidad, con lo cual se generaliza el concepto de espacio métrico.
En una función entre espacios métricos (X, d_X), (Y, d_Y), dada por $f : X \to Y$, decimos que es continua si para todo $\epsilon > 0$ existe $\delta > 0$ tal que si $d(x, y) < \delta$ entonces $d(f(x), f(y)) < \epsilon$.
Se puede definir un conjunto $U \subseteq X$ como abierto si para todo $x \in U$ se tiene que existe $\epsilon > 0$ tal que $B_\epsilon(x) \subseteq U$.
Con esta definición, se puede demostrar que $f : X \to Y$ es continua si y solo si $f^{-1}(U)$ es abierto en X para todo U abierto de Y.