

# Grupos abelianos

Rafael Villarroel

2021-03-09 16:30 -0500

Un grupo abeliano es un grupo donde la operación es conmutativa. Por convención, la operación en un grupo abeliano se escribe  $+$ .

Si  $A$  es un grupo abeliano, podemos definir  $na$  donde  $n \in \mathbb{Z}$  y  $a \in A$ , de la siguiente manera:

$$na = \begin{cases} a + a + \cdots + a & \text{si } n > 0, \\ 0 & \text{si } n = 0, \\ (-n)a & \text{si } n < 0 \end{cases} \quad (1)$$

(es decir, un grupo abeliano es un  $\mathbb{Z}$ -módulo).

En un grupo abeliano, cualquier subgrupo  $B \leq A$  es normal. Los elementos del grupo cociente  $A/B$  son las clases laterales de los elementos de  $A$ . La clase de  $a \in A$  se puede escribir como  $a + B$  o como  $\bar{a}$ .

Recordemos:  $a_1 \sim a_2$  si  $a_1 - a_2 \in B$  define una relación de equivalencia en  $A$  donde las clases son las clases laterales.