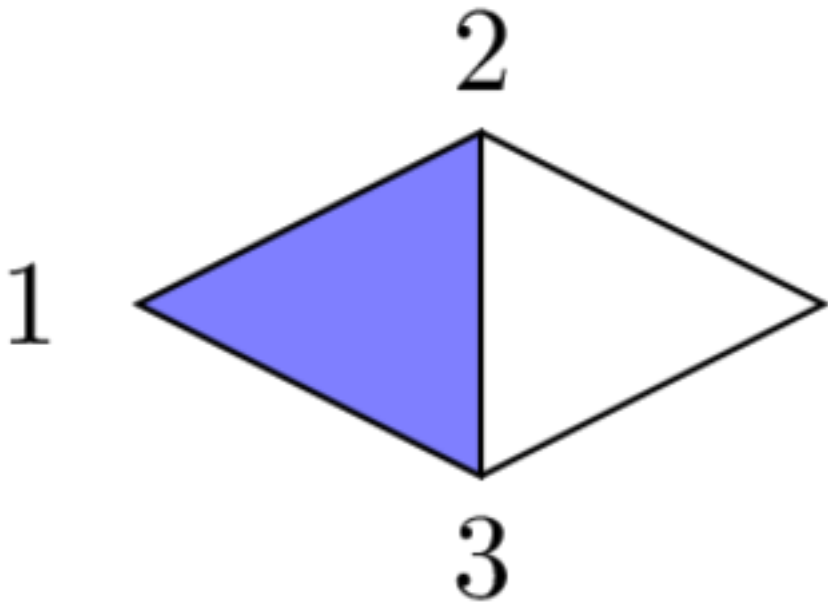


# Ejemplos de cadenas

Rafael Villarroel

2021-03-01 15:00 -0500

Consideremos el complejo simplicial  $\Delta$  cuyo conjunto de caras maximales es  $\mathcal{F}(\Delta) = \{123, 24, 34\}$ .



Escribamos listas de simplejos de  $\Delta$  de acuerdo a su dimensión:

- $(-1)$ -simplejo:  $\emptyset$ .

Ahora, escribamos listas de simplejos orientados de  $\Delta$ .

Recordemos que si  $R \in \{\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{F}_2\}$ . Una  $p$ -cadena es una función  $c: \Delta^p \rightarrow R$  tal que  $c(\hat{\sigma}) = -c(\hat{\sigma}')$  si  $\sigma = \sigma'$ , pero  $\hat{\sigma}$  tiene orientación diferente a  $\hat{\sigma}'$ .

Representemos una cadena como una matriz con dos renglones, donde en el primer renglón colocaremos a los

elementos del dominio (los simplejos orientados) y en el segundo renglón pondremos los valores asociados.

Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

es una 0-cadena,

$$\begin{pmatrix} 1 \wedge 2 & 1 \wedge 3 & 2 \wedge 3 & 2 \wedge 4 & 3 \wedge 4 & 2 \wedge 1 & 3 \wedge 1 & 3 \wedge 2 & 4 \wedge 2 \\ -3 & 2 & 0 & -2 & 10 & 3 & -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

es una 1-cadena, y

$$\begin{pmatrix} 1 \wedge 2 \wedge 3 & 1 \wedge 3 \wedge 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

es una 2-cadena.

Hay varias simplificaciones que podemos hacer a la notación. Por ejemplo, en la 1-cadena 2, se puede no escribir las segundas cinco entradas, ya que están determinadas por las

primeras cinco entradas. Es decir, tal cadena podría haberse escrito simplemente como:

$$\begin{pmatrix} 1 \wedge 2 & 1 \wedge 3 & 2 \wedge 3 & 2 \wedge 4 & 3 \wedge 4 \\ -3 & 2 & 0 & -2 & 10 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Similarmente, una 2-cadena como 3 está determinada por su valor en  $1 \wedge 2 \wedge 3$ .

Dos  $p$ -cadenas se pueden sumar, obteniendo otra  $p$ -cadena. También se pueden multiplicar por elementos de  $R$ .

Cada simplejo orientado determina una cadena. Por ejemplo,  $1 \wedge 3$  determina:

$$\begin{pmatrix} 1 \wedge 2 & 1 \wedge 3 & 2 \wedge 3 & 2 \wedge 4 & 3 \wedge 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Estas cadenas se llaman **cadenas elementales**. La cadena elemental anterior se denotará simplemente como  $1 \wedge 3$ .