Teoremas sobre integrales

2015-02-16 9:00

Teorema

Sea $f\colon U \to \mathbb{C}$ *continua, y sea* $F\colon U \to \mathbb{C}$ *tal que* $F' = f$*. Si* $\gamma\colon [a,b] \to U$ *es suave a trozos, entonces:*

$$\int_\gamma f(z)\,dz = [F(z)]_{\gamma(a)}^{\gamma(b)} = F(\gamma(b)) - F(\gamma(a)).$$

Teorema

Sea $f\colon U \to \mathbb{C}$ *continua, y sea* $F\colon U \to \mathbb{C}$ *tal que* $F' = f$*. Si* $\gamma\colon [a,b] \to U$ *es suave a trozos, entonces:*

$$\int_{\gamma} f(z)\,dz = [F(z)]_{\gamma(a)}^{\gamma(b)} = F(\gamma(b)) - F(\gamma(a)).$$

En particular, si γ es una curva cerrada, se obtiene que $\int_{\gamma} f(z)\,dz = 0$.

Longitud

Sea $\gamma\colon [a,b] \to U$ una curva suave. Su longitud se define como:

$$\int_\gamma |dz| = \int_a^b |\gamma'(t)|\,dt$$

Longitud

Sea $\gamma\colon [a,b] \to U$ una curva suave. Su longitud se define como:

$$\int_\gamma |dz| = \int_a^b |\gamma'(t)|\, dt$$

Sea $f\colon U \to \mathbb{C}$ continua. La integral de f sobre γ respecto a longitud de arco se define como:

$$\int_\gamma f(z)\,|dz| = \int_a^b f(\gamma(t))|\gamma'(t)|\, dt$$

Teorema

Sean $f : U \to \mathbb{C}$ *continua y* γ *una curva suave a trozos en en* U*. Entonces:*

$$\left| \int_\gamma f(z)\, dz \right| \leq \int_\gamma |f(z)|\, |dz|$$