El plano complejo

2015-01-22 15:00

1 El plano complejo

2 Argumento de un número complejo.

El plano complejo

- Cada número complejo $z = (x, y) = x + iy$ se puede describir en un plano por el punto con coordenadas x, y. En este plano complejo el eje horizontal se llama eje real y el vertical se llama eje imaginario.

El plano complejo

- Cada número complejo $z = (x, y) = x + iy$ se puede describir en un plano por el punto con coordenadas x, y. En este plano complejo el eje horizontal se llama eje real y el vertical se llama eje imaginario.
- En este plano, z y $\overline{z}$ son reflejados por el eje real. También $|z|$ representa la distancia al origen.

El plano complejo

- Cada número complejo $z = (x, y) = x + iy$ se puede describir en un plano por el punto con coordenadas x, y. En este plano complejo el eje horizontal se llama eje real y el vertical se llama eje imaginario.
- En este plano, z y $\overline{z}$ son reflejados por el eje real. También $|z|$ representa la distancia al origen.
- Todo complejo distinto de cero se puede escribir como producto de un número real y un complejo de módulo uno, a saber: $z = |z|\frac{z}{|z|}$.

El plano complejo

- Cada número complejo $z = (x, y) = x + iy$ se puede describir en un plano por el punto con coordenadas x, y. En este plano complejo el eje horizontal se llama eje real y el vertical se llama eje imaginario.
- En este plano, z y $\overline{z}$ son reflejados por el eje real. También $|z|$ representa la distancia al origen.
- Todo complejo distinto de cero se puede escribir como producto de un número real y un complejo de módulo uno, a saber: $z = |z|\frac{z}{|z|}$.
- Los complejos de módulo uno se dibujan en el plano complejo en la circunferencia unitaria: $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$.

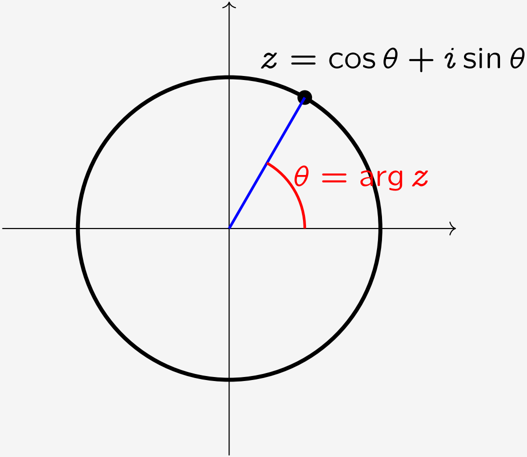
El plano complejo

- Cada número complejo $z = (x, y) = x + iy$ se puede describir en un plano por el punto con coordenadas x, y. En este plano complejo el eje horizontal se llama eje real y el vertical se llama eje imaginario.
- En este plano, z y $\overline{z}$ son reflejados por el eje real. También $|z|$ representa la distancia al origen.
- Todo complejo distinto de cero se puede escribir como producto de un número real y un complejo de módulo uno, a saber: $z = |z|\frac{z}{|z|}$.
- Los complejos de módulo uno se dibujan en el plano complejo en la circunferencia unitaria: $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$.
- Si θ es un ángulo tal que $\cos\theta = \frac{x}{|z|}$ y $\sin\theta = \frac{y}{|z|}$, entonces el complejo $z \neq 0$ se escribe como:

$$z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)$$

llamada forma polar del número complejo.

Puntos en la circunferencia unitaria



Cualquier ángulo θ que cumpla que $z = \cos\theta + i\sin\theta$ se llama argumento de z.

Ejemplos

Para un complejo $z \neq 0$, definimos su argumento $\arg z$ como el argumento de $\frac{z}{|z|}$.
Por ejemplo:

- $\arg i = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$,

Ejemplos

Para un complejo $z \neq 0$, definimos su argumento $\arg z$ como el argumento de $\frac{z}{|z|}$.
Por ejemplo:

- $\arg i = 90° = \frac{\pi}{2}$,
- $\arg(i + 1) = \frac{\pi}{4}$,

Ejemplos

Para un complejo $z \neq 0$, definimos su argumento $\arg z$ como el argumento de $\frac{z}{|z|}$.
Por ejemplo:

- $\arg i = 90° = \frac{\pi}{2}$,
- $\arg(i + 1) = \frac{\pi}{4}$,
- $\arg(-1) = \pi$.

Ejemplos

Para un complejo $z \neq 0$, definimos su argumento $\arg z$ como el argumento de $\frac{z}{|z|}$.
Por ejemplo:

- $\arg i = 90° = \frac{\pi}{2}$,
- $\arg(i+1) = \frac{\pi}{4}$,
- $\arg(-1) = \pi$.
- También 3π, $-\pi$, etc. son valores de $\arg(-1)$.

Propiedades del argumento

- Si $z_1 = \cos\theta + i\sin\theta$ y $z_2 = \cos\psi + i\sin\psi$, entonces

$$z_1 z_2 = \cos(\theta + \psi) + i\sin(\theta + \psi).$$

Propiedades del argumento

- Si $z_1 = \cos\theta + i\sin\theta$ y $z_2 = \cos\psi + i\sin\psi$, entonces
$$z_1 z_2 = \cos(\theta + \psi) + i\sin(\theta + \psi).$$
- Por lo tanto, se obtiene la fórmula de DeMoivre:
$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

Propiedades del argumento

- Si $z_1 = \cos\theta + i\sin\theta$ y $z_2 = \cos\psi + i\sin\psi$, entonces

$$z_1 z_2 = \cos(\theta + \psi) + i\sin(\theta + \psi).$$

- Por lo tanto, se obtiene la fórmula de DeMoivre:

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

- La fórmula de DeMoivre se puede usar además para extraer raíces a números complejos.