La función exponencial

2015-02-09 9:00

1 Definición

2 Las funciones trigonométricas

Observemos que las funciones $u = e^x \cos y$ y $v = e^x \sin y$ satisfacen las ecuaciones de Cauchy-Riemann en el plano complejo $\mathbb{C}$.

Observemos que las funciones $u = e^x \cos y$ y $v = e^x \sin y$ satisfacen las ecuaciones de Cauchy-Riemann en el plano complejo $\mathbb{C}$.

Definición

La función de variable compleja

$$f(z) = f(x + iy) = e^x \cos y + ie^x \sin y$$

se llama función exponencial compleja.

Propiedades

- $(e^z)' = e^z$.

Propiedades

- $(e^z)' = e^z$.
- $e^{a+b} = e^a e^b$ para todos $a, b \in \mathbb{C}$.

Propiedades

- $(e^z)' = e^z$.
- $e^{a+b} = e^a e^b$ para todos $a, b \in \mathbb{C}$.
- $e^z \neq 0$ para todo $z \in \mathbb{C}$.

Propiedades

- $(e^z)' = e^z$.
- $e^{a+b} = e^a e^b$ para todos $a, b \in \mathbb{C}$.
- $e^z \neq 0$ para todo $z \in \mathbb{C}$.
- $f(z) = e^z$ es una función entera, es decir, es analítica en $\mathbb{C}$.

Definición

Las funciones trigonométricas de variable compleja se definen como:

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \qquad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

Definición

Las funciones trigonométricas de variable compleja se definen como:

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \qquad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

Propiedades

Definición

Las funciones trigonométricas de variable compleja se definen como:

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \qquad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

Propiedades

- $e^{iz} = \cos z + i \sin z$ (fórmula de Euler),

Definición

Las funciones trigonométricas de variable compleja se definen como:

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \qquad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

Propiedades

- $e^{iz} = \cos z + i \sin z$ (fórmula de Euler),
- $\cos^2 z + \sin^2 z = 1$,

Definición

Las funciones trigonométricas de variable compleja se definen como:

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \qquad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

Propiedades

- $e^{iz} = \cos z + i \sin z$ (fórmula de Euler),
- $\cos^2 z + \sin^2 z = 1$,
- $(\cos z)' = -\sin z$, $(\sin z)' = \cos z$,

Definición

Las funciones trigonométricas de variable compleja se definen como:

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \qquad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

Propiedades

- $e^{iz} = \cos z + i \sin z$ (fórmula de Euler),
- $\cos^2 z + \sin^2 z = 1$,
- $(\cos z)' = -\sin z$, $(\sin z)' = \cos z$,
- $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$,
  $\sin(a+b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$.