

Nombre Ruben Dario villa Torres

Fecha

Profesor Andres Marino

Materia

Institución UNAL

Curso 5ys Nota

Parcial #2

1. $A_m(t) \cos(2\pi F_0 t)$

$$\mathcal{F}\{A_m(t) \cos(2\pi F_0 t)\}$$

se sabe que

$$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

luego

$$\cos(2\pi F_0 t) = \frac{e^{j2\pi F_0 t} + e^{-j2\pi F_0 t}}{2}$$

con lo cual

$$A_m(t) \left[\frac{e^{j2\pi F_0 t} + e^{-j2\pi F_0 t}}{2} \right] = A_m(t) \cos(2\pi F_0 t)$$

$$= \frac{A_m(t) e^{j2\pi F_0 t}}{2} + \frac{A_m(t) e^{-j2\pi F_0 t}}{2}$$

A:

$$\mathcal{F}\{A_m(t) \cos(2\pi F_0 t)\} = \mathcal{F}\left\{ \frac{A_m(t) e^{j2\pi F_0 t}}{2} \right\} + \mathcal{F}\left\{ \frac{A_m(t) e^{-j2\pi F_0 t}}{2} \right\}$$

$$= \frac{A}{2} \left(\mathcal{F}\{m(t) e^{j2\pi F_0 t}\} + \mathcal{F}\{m(t) e^{-j2\pi F_0 t}\} \right)$$

Despues de esto

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = X(\omega)$$

Luego

$$\mathcal{F}\{x(t) e^{-j\omega_0 t}\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{j\omega_0 t - j\omega t} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{j(\omega_0 - \omega)t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt = X(\omega - \omega_0)$$

Por lo tanto

$$\frac{A}{2} \left(\mathcal{F}\{m(t) e^{j2\pi F_0 t}\} + \mathcal{F}\{m(t) e^{-j2\pi F_0 t}\} \right)$$

$$= \frac{A_1}{2} (M(\omega - 2\pi F_0) + M(\omega + 2\pi F_0))$$

Con el espectro de Fourier la señal es:

$$\mathcal{F}\left\{\frac{A_1 m(t)}{2} + \frac{A_1 m(t)}{2} \cos(4\pi F_0 t)\right\}$$

$$= \frac{A_1}{2} (\mathcal{F}\{m(t)\} + \mathcal{F}\{m(t) \cos(4\pi F_0 t)\})$$

Nuevamente

$$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

por lo tanto

$$\cos(4\pi F_0 t) = \frac{e^{j4\pi F_0 t} + e^{-j4\pi F_0 t}}{2}$$

Para quedar

$$\frac{A_1}{2} (\mathcal{F}\{m(t)\} + \mathcal{F}\{m(t) e^{j4\pi F_0 t}\} + \mathcal{F}\{m(t) e^{-j4\pi F_0 t}\})$$

$$= \frac{A_1}{2} (M(\omega) + \frac{M(\omega - 4\pi F_0)}{2} + \frac{M(\omega + 4\pi F_0)}{2})$$

Luego del Lowpass Filter la señal queda

$$\frac{A_1}{2} m(t)$$

Con lo cual es evidente que el espectro de Fourier es

$$\mathcal{F}\left\{\frac{A_1}{2} m(t)\right\} = \frac{A_1}{2} M(\omega)$$

quedando

$$m(t)$$

$$\mathcal{F}\{m(t)\} = M(\omega)$$