Τεχνητή νοημοσύνη 1 - Χειμερινό 2020/2021

Εργασία 4

Ροβιθάκης Ιωάννης | sdi1800164

Σημείωση: Για οποιοδήποτε πρόβλημα, διευκρίνηση ή για feedback, μπορείτε να έρθετε σε επικοινωνία μαζί μου στο sdi1800164@di.uoa.gr. (Όλα τα αρχεία .prov9 που συμπεριλαμβάνω, μπορείτε να τα φορτώσετε στον Prover9 μέσω της επιλογής File->OpenInputFile. Αν για κάποιο λόγο ένα από αυτά έρθει προβληματικό και δεν βγάζει αποτελέσματα παρακαλώ στειλτε μου email να σας το στείλω ξανα διοτι είχα ένα πρόβλημα με τον prover στο κομμάτι αυτό - Αν και τα έλεγξα καλα πριν τα στείλω)

Προβλημα 1:

(a) Με βάση τις δεδομένες προτάσεις λογικής, ερμηνεύω το διαθέσιμο λεξιλόγιο ως εξής:

Σταθερές:

Macarena = όνομα γυναίκας

Saray = όνομα γυναίκας

Κατηγορήματα:

Blonde(.) = η παράμετρος έχει ξανθό χρώμα μαλλιών

Woman(.) = η παράμετρος είναι γυναίκα

Με βάση την παραπάνω λογική, ορίζουμε μια ερμηνεία (interpretation)

I = { macarena, saray }

Η I κάνει τις εξής αντιστοιχίσεις στα σύνολα σταθερών:

$Macarena^I$ = macarena, $Saray^I$ = saray

Όσον αφορά τα σύνολα κατηγορημάτων έχουμε:

> Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος **Blonde** την παρακάτω μοναδιαία σχέση: { <macarena> }

> Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος Woman την παρακάτω μοναδιαία σχέση: { <macarena>, <saray> }

Άρα, οι προτάσεις φi, μπορούν να ερμηνευτούν σε φυσική γλώσσα ως εξής:

φ1 : Η Macarena είναι ξανθιά

φ2 : Η Saray είναι ξανθιά

φ3 : Υπάρχει τουλαχιστον μια ξανθιά

φ4 : Όλες οι γυναίκες είναι ξανθιές

(b) Με βάση τον ορισμό της ικανοποίησης από τη θεωρία (fol-semantics1spp.pdf:διαφάνεια 23), καθώς και όσα ξέρουμε από το ερώτημα (a) για την ερμηνεία I:

φ1 : Δεν υπάρχει κάποια μεταβλητή για να της αναθέσουμε τιμή, οπότε στην περίπτωση αυτή, αρκεί να χρησιμοποιήσουμε τον ορισμό της Ερμηνείας που ορίσαμε στο ερώτημα (a): Για το μοναδιαίο σύμβολο του κατηγορήματος Blonde της I, υπάρχει η συμβολική σταθερά "macarena" στο σύνολο τιμών της, η οποία αντιστοιχείται στην δεδομένη σταθερά Macarena, συνεπώς η

φ1 : Blonde(Macarena) ικανοποιείται από την I. (Λογικό αφού η Macarena είναι ξανθιά)

φ2 : Εργαζόμαστε όμοια με την φ1, με διαφορά ότι η Saray δεν βρίσκεται μέσα στο σύνολο του μοναδιαίου συμβόλου κατηγορήματος Blonde της I, με αποτέλεσμα να μην ικανοποιείται η σχέση:

φ2 : Blonde(Saray) ΔΕΝ ικανοποιείται από την I. (Λογικό αφού η Saray δεν είναι ξανθιά)

φ3 : Για φ = φ3 που είναι καλά ορισμένο, I την ερμηνεία του ερωτήματος (α) και s : Vars -> | I | μια ανάθεση μεταβλητών έχουμε: Η φ3 είναι wffs, οπότε η I |= (∃x) φ [s] αληθεύει ανν υπάρχει d ∈ | I | τ.ω. I |= φ[s(x|d)], με λίγα λόγια να υπάρχει μια ανάθεση μεταβλητής που να την ικανοποιεί. Η ανάθεση s(x) = macarena, ικανοποιεί την παραπάνω σχέση, άρα η

φ3 : (∃x)Blonde(x) ικανοποιείται από την I. (Λογικό αφού η Macarena είναι ξανθιά, υπάρχει μια ξανθιά)

φ4 : Για φ = φ3 που είναι καλά ορισμένο, I την ερμηνεία του ερωτήματος (α) και s : Vars -> | I | μια ανάθεση μεταβλητών έχουμε: Η φ4 είναι wffs και δεν αληθεύει, γεγονός που θα αποδείξουμε με ένα αντιπαράδειγμα:

Η ανάθεση d = < s(Saray) > = < Saray^I > = < saray > για την οποία ισχύει

I |= Woman(x) [s(x|d)] (από όμοια με την φ1) ενώ ταυτόχρονα

I |/= Blonde(x)[s(x|d)] (βλέπε ακριβώς την φ2)

Άρα βρήκαμε μια γυναίκα που να μην είναι ξανθιά, άρα ο ισχυρισμός ότι όλες οι γυναίκες είναι ξανθιες είναι ψευδής.

φ4 : (∀x)(Woman(x) ⇒ Blonde(x)) δεν ικανοποιείται από την I.

Πρόβλημα 2: Θα εργαστούμε με βάση τους κανόνες του Martelli που κάναμε στο φροντιστήριο

i) P(x, x) / P(G(F(v)), G(u))

Θ = [P(x, x) / P(G(F(v)), G(u))] : P = P, ίδιο πλήθος ορισμάτων => 1ος κανόνας

Θ = [x / G(F(v)), x / G(u)] : 4ος κανόνας

Θ = [G(F(v)) / x, G(u) / x] : 5ος κανόνας για το G(F(v)) / x

Θ = [G(F(v)) / x, G(u) / G(F(v))] : G = G, ίδιο πλήθος ορισμάτων => 1ος κανόνας

Θ = [G(F(v)) / x, u / F(v)] : 4ος κανόνας

Θ = [G(F(v)) / x, F(v) / u] : 5ος κανόνας για το F(v) / u

Θ = [G(u) / x, F(v) / u] = Ο πιο γενικός ενοποιητής των δύο αρχικών εκφράσεων

(Επαλήθευση: Με αντικατάσταση στον αρχικό τύπο έχουμε: P(G(u), G(u)) = P(G(u), G(u)), δηλαδή είναι ίσοι, συνεπώς δουλέψαμε σωστά)

ii) P(x1, G(x2, x3), x2, B) και P(G(H(A, x5), x2), x1, H(A, x4), x4)

Θ = [P(x1, G(x2, x3), x2, B) / P(G(H(A, x5), x2), x1, H(A, x4), x4)] : P=P, n=m => 1ος καν.

Θ = [x1 / G(H(A, x5), x2), G(x2, x3) / x1, x2 / H(A, x4), B / x4] : 4ος καν

Θ = [G(H(A, x5), x2) / x1, G(x2, x3) / x1, H(A, x4) / x2, B / x4] : 5ος καν για B / x4

Θ = [G(H(A, x5), x2) / x1, G(x2, x3) / x1, H(A, B) / x2, B / x4] : 5ος καν για H(A, B) / x2

Θ = [G(H(A, x5), H(A, B)) / x1, G(H(A, B), x3) / x1, H(A, B) / x2, B / x4] : 5ος καν για x1

Θ = [G(H(A, x5), H(A, B)) / G(H(A, B), x3), G(H(A, B), x3) / x1, H(A, B) / x2, B / x4] : G=G, m=n => 1ος καν

Θ = [H(A, x5) / H(A, B), H(A, B) / x3, G(H(A, B), x3) / x1, H(A, B) / x2, B / x4] : H=H, m=n => 1ος καν

Θ = [A / A, x5 / B, H(A, B) / x3, G(H(A, B), x3) / x1, H(A, B) / x2, B / x4] : 3ος

Θ = [x5 / B, H(A, B) / x3, G(H(A, B), x3) / x1, H(A, B) / x2, B / x4] : 4ος

Θ = [B / x5, H(A, B) / x3, G(H(A, B), x3) / x1, H(A, B) / x2, B / x4] : 5ος για x3

Θ = [B / x5, H(A, B) / x3, G(H(A, B), H(A, B)) / x1, H(A, B) / x2, B / x4] = Ο πιο γενικός ενοποιητής των δύο αρχικών εκφράσεων

(Επαλήθευση: Με αντικατάσταση στον αρχικό τύπο και οι δύο τύποι παίρνουν την μορφή:
P(G(H(A, B), H(A, B)), G(H(A, B), H(A, B)), H(A, B), B) δηλαδή είναι ίσοι, συνεπώς δουλέψαμε σωστά)

iii) P(x1, x2, . . . , xn, F(y0, y0), . . . , F(yn−1, yn−1), yn) και
P(F(x0, x0), F(x1, x1), . . . , F(xn−1, xn−1), y1, . . . , yn, xn) : P=P m=n => 1ος

Θ = [x1 / F(x0,x0), x2 / F(x1,x1), .. xn / F(xn-1), F(y0,y0) / y1, … , F(yn-1,yn-1) / yn, yn / xn]

4ος κανονας

Θ = [F(x0,x0) / x1, F(x1,x1) / x2, .. F(xn-1) / xn, F(y0,y0) / y1, … , F(yn-1,yn-1) / yn, yn / xn]

Παρατηρούμε ένα ενδιαφέρον χαρακτηριστικό του τύπου αυτού: στην πράξη, η ανάθεση του κάθε στοιχείου xi, αντιστοιχεί στην F(xi-1, xi-1), και όμοια για τα yi F(yi-1, yi-1), με τα τελικά στοιχεία xn και yn να είναι ίσα.

Δεν έχει νόημα να κάνουμε τις αντικαταστάσεις που προκύπτουν από τον τύπο 5 για τις xi και yi, καθώς είναι προφανές ότι δεν υπάρχει πουθενά σύγκρουση στοιχείων ωστε να ικανοποιείται ο κανόνας 6 και να μην υπάρχει MGU. Αν κάνουμε τις αντικαταστασεις, απλά όλα θα γραφούν με εσωτερικές αναδρομές ως συναρτήσεις των x0 και y0 αντίστοιχα. Άρα η Θ που έχουμε βρεί είναι ο MGU, γεγονός που μπορούμε να επιβεβαιώσουμε με επαλήθευση: αντικαταστώντας και οι δύο αρχικοι τύποι παίρνουν την μορφή:

P(F(x0,x0), F(F(x0,x0),F(x0,x0)), . . . , F(F(F(...),F(...)), … , F(F(...),F(...)), F(y0, y0), . . . , F(F(..., ...), F(F(F(...),...), ...))

Προβλημα 3:

(a) Η βάση γνώσης KB που προκύπτει είναι η εξής:

> Ο Κυριάκος, ο Αλέξης και η Φώφη είναι μέλη του πολιτικού κόμματος ΚΟΡΩΝΑ

$\text{μελος}(\text{Κυριάκος}), \text{μελος}(\text{Αλέξης}), \text{μελος}(\text{Φώφη})$

> Κάθε μέλος του κόμματος ΚΟΡΩΝΑ που δεν είναι δεξιός, είναι φιλελεύθερος.

$(\forall x)\ ((\text{μελος}(x) \wedge \neg \text{δεξιος}(x)) \Rightarrow \text{φιλελεύθερος}(x))$

> Στους δεξιούς δεν αρέσει ο σοσιαλισμός

$(\forall x)\ (\text{δεξιός}(x) \Rightarrow \neg \text{αρέσει}(x, \text{σοσιαλισμός}))$

> Σ’ όποιον δεν αρέσει ο καπιταλισμός, δεν είναι φιλελεύθερος.

$(\forall x)\ (\neg \text{αρέσει}(x, \text{καπιταλισμός}) \Rightarrow \neg \text{φιλελεύθερος}(x))$

> Στον Κυριάκο δεν αρέσει ό,τι αρέσει στον Αλέξη, και του αρέσει ό,τι δεν αρέσει στον Αλέξη

$(\forall y)\ (\neg \text{αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \Rightarrow \text{αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y))$

$(\forall y)\ (\text{αρέσει}(\text{Αλέξης}, y) \Rightarrow \neg \text{αρέσει}(\text{Κυριάκος}, y))$

> Στο Αλέξη αρέσει ο σοσιαλισμός και ο καπιταλισμός

$\text{αρέσει}(\text{Αλέξης}, \text{σοσιαλισμός}), \text{αρέσει}(\text{Αλέξης}, \text{καπιταλισμός})$

> Υπάρχει ένα μέλος του κόμματος ΚΟΡΩΝΑ που είναι φιλελεύθερος αλλά δεν είναι δεξιός

$(\exists x)\ (\text{μέλος}(x) \wedge \text{φιλελεύθερος}(x) \wedge \neg \text{δεξιός}(x))$

Εξηγήσεις:

Σταθερές: Κυριάκος, Αλέξης, Φώφη, ΚΟΡΩΝΑ, καπιταλισμός, σοσιαλισμός

μελος(.) = η παράμετρος είναι μέλος του ΚΟΡΩΝΑ

δεξιος(.) = η παράμετρος είναι “δεξιών” πεποιθήσεων

φιλελεύθερος(.) = η παράμετρος είναι “φιλελεύθερων” πεποιθήσεων

αρέσει(. , .) = στην πρώτη παράμετρο αρέσει η δεύτερη

i) μελος(Κυριάκος), μελος(Αλέξης), μελος(Φώφη)

iv) (∀x) ((μελος(x) ^ ¬ δεξιος(x)) => φιλελεύθερος(x))

v) (∀x) (δεξιός(x) => ¬ αρέσει(x, σοσιαλισμός))

vi) (∀x) (¬ αρέσει(x, καπιταλισμός) => ¬ φιλελεύθερος(x))

vii) (∀y) (¬ αρέσει(Αλέξης, y) => αρέσει(Κυριάκος, y))
(∀y) (αρέσει(Αλέξης, y) => ¬ αρέσει(Κυριάκος, y))

viii) αρέσει(Αλέξης, σοσιαλισμός), αρέσει(Αλέξης, καπιταλισμός)

φ’ : ¬ μέλος(x) V ¬ φιλελεύθερος(x) V δεξιός(x)

(b) Προσθέτουμε την φ’ στο ΚΒ και κάνουμε προτυποποίηση των μεταβλητών μέσω του κανόνα της ανάλυσης, μέχρις ότου καταλήξουμε σε κενή φράση, δηλαδή σε κάτι παράλογο (Με την λογική ότι αν η ¬φ δεν είναι ικανοποιήσιμη, τότε θα είναι ικανοποιήσιμη η φ, που είναι και το ζητούμενο)

Μετατρέπουμε τις υπόλοιπες προτάσεις που θα χρειαστούμε σε CNF, ώστε να μπορούμε να εργαστούμε με ανάλυση

φ : (∃x) (μέλος(x) ∧ φιλελεύθερος(x) ∧ ¬ δεξιός(x))

¬ φ : ¬ (∃x) (μέλος(x) ∧ φιλελεύθερος(x) ∧ ¬ δεξιός(x))   Βάζουμε μέσα το ¬

(∀x) ¬ (μέλος(x) ∧ φιλελεύθερος(x) ∧ ¬ δεξιός(x))

¬ μέλος(x) V ¬ φιλελεύθερος(x) V δεξιός(x)

μελος(Κυριάκος), μελος(Αλέξης), μελος(Φώφη)

αρέσει(Αλέξης, σοσιαλισμός), αρέσει(Αλέξης, καπιταλισμός)

(∀x) ((μελος(x) ∧ ¬ δεξιος(x)) => φιλελεύθερος(x))

(∀x) (¬ (μελος(x) ∧ ¬ δεξιος(x)) ∨ φιλελεύθερος(x))

(∀x) ((¬ μελος(x) ∨ δεξιος(x)) ∨ φιλελεύθερος(x))

¬ μελος(x) ∨ δεξιος(x) ∨ φιλελεύθερος(x)

(∀x) (δεξιός(x) => ¬ αρέσει(x, σοσιαλισμός))

(∀x) (¬ δεξιός(x) ∨ ¬ αρέσει(x, σοσιαλισμός))

¬ δεξιός(x) ∨ ¬ αρέσει(x, σοσιαλισμός)

Τελικά έχουμε:

i) μελος(Κυριάκος), μελος(Αλέξης), μελος(Φώφη)

ii) αρέσει(Αλέξης, σοσιαλισμός), αρέσει(Αλέξης, καπιταλισμός)

iii) ¬ δεξιός(x) ∨ ¬ αρέσει(x, σοσιαλισμός)

iv) ¬ μελος(x) ∨ δεξιος(x) ∨ φιλελεύθερος(x)

φ' : ¬ μέλος(x) ∨ ¬ φιλελεύθερος(x) ∨ δεξιός(x)

Οπότε όμοια με το παράδειγμα των διαφανειών (resolution.pdf διαφ 7)

Από αρέσει(Αλέξης, σοσιαλισμός) και ¬ δεξιός(x) ∨ ¬ αρέσει(x, σοσιαλισμός)

με {x/Αλέξης} έχουμε **¬ δεξιός(Αλέξης)**

Απο μελος(Αλέξης), ¬ δεξιός(Αλέξης) και ¬ μελος(x) ∨ δεξιος(x) ∨ φιλελεύθερος(x)

με {x/Αλέξης} έχουμε **φιλελεύθερος(Αλέξης)**

Από φιλελεύθερος(Αλέξης) και ¬ δεξιός(Αλέξης) και

¬ μέλος(x) V ¬ φιλελεύθερος(x) V δεξιός(x) με {x/Αλέξης}

καταλήγουμε σε κενή φράση, **'¬ μέλος(Αλέξης)'** οπότε η πρόταση **φ' δεν ικανοποιείται** (αφού από την αρχή γνωρίζουμε ότι ισχύει μέλος(Αλέξης)), **άρα ικανοποιείται η φ,** άρα αποδείξαμε το ζητούμενο.

(c) Θα εργαστούμε όμοια με το παράδειγμα των διαφανειών (resolution.pdf διαφ 47)

Από αρέσει(Αλέξης, σοσιαλισμός) και ¬ δεξιός(x) V ¬ αρέσει(x, σοσιαλισμός)

με {x/Αλέξης} έχουμε **¬ δεξιός(Αλέξης)**

Απο μελος(Αλέξης), ¬ δεξιός(Αλέξης) και ¬ μελος(x) V δεξιος(x) V φιλελεύθερος(x)

με {x/Αλέξης} έχουμε **φιλελεύθερος(Αλέξης)**

Από μελος(Αλέξης), φιλελεύθερος(Αλέξης) και ¬ δεξιός(Αλέξης) και

Ans(x) V ¬ μέλος(x) V ¬ φιλελεύθερος(x) V δεξιός(x) με {x/Αλέξης}

καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η απάντηση στο φ είναι x=Αλέξης.

Πρόβλημα 4:

(a)

A : (∀x)(∀s)(∀t)(In(x, s) ∧ In(x, t) ⇔ In(x, Intersection(s, t)))

(∀x)(∀s)(∀t)(In(x, s) ∧ In(x, t) => In(x, Intersection(s, t)) ∧
(In(x, Intersection(s, t)) => In(x, s) ∧ In(x, t))) (Απαλοιφή ισοδυναμιων)

(∀x)(∀s)(∀t)(¬ (In(x, s) ∧ In(x, t)) V In(x, Intersection(s, t)) ∧
(¬ In(x, Intersection(s, t)) V (In(x, s) ∧ In(x, t)))) (Απαλοιφή συνεπαγωγών)

(∀x)(∀s)(∀t) ((¬ In(x, s) V ¬ In(x, t)) V In(x, Intersection(s, t)) ∧
(¬ In(x, Intersection(s, t)) V (In(x, s) ∧ In(x, t)))) (Μετακίνηση ¬ προς τα μέσα)

(¬ In(x, s) V ¬ In(x, t) V In(x, Intersection(s, t)) ∧
(¬ In(x, Intersection(s, t)) V (In(x, s) ∧ In(x, t))) (Απαλοιφή καθολικών ποσοδεικτών)

(¬ In(x, s) V ¬ In(x, t) V In(x, Intersection(s, t)) ∧
((¬ In(x, Intersection(s, t)) V In(x, s)) ∧ (¬ In(x, Intersection(s, t)) V In(x, t))))
(Επιμερισμός V ως προς ∧)

Άρα μένουν τα:

$\neg$ In(x, s) $\lor$ $\neg$ In(x, t) $\lor$ In(x, Intersection(s, t))

$\neg$ In(x, Intersection(s, t)) $\lor$ In(x, s)

$\neg$ In(x, Intersection(s, t)) $\lor$ In(x, t)

B : ($\forall$s)($\forall$t) (($\forall$x)(In(x, s) $\Rightarrow$ In(x, t)) $\Rightarrow$ SubsetOf(s, t))

($\forall$s)($\forall$t) $\neg$ (($\forall$x)($\neg$ In(x, s) $\lor$ In(x, t)) $\lor$ SubsetOf(s, t)) (Απαλοιφή συνεπαγωγών)

($\forall$s)($\forall$t) (($\exists$x) $\neg$ ($\neg$ In(x, s) $\lor$ In(x, t)) $\lor$ SubsetOf(s, t)) (Μετακίνηση $\neg$ προς τα μέσα)

($\forall$s)($\forall$t) (($\exists$x) (In(x, s) $\land$ $\neg$ In(x, t)) $\lor$ SubsetOf(s, t)) (Μετακίνηση $\neg$ προς τα μέσα)

($\exists$x) (In(x, s) $\land$ $\neg$ In(x, t)) $\lor$ SubsetOf(s, t) (Απαλοιφή υπαρξιακων ποσοδεικτών)

(In(F1(s,t), s) $\land$ $\neg$ In(F1(s,t), t)) $\lor$ SubsetOf(s, t) (Skolemization με συναρτησεις Skolem)

(In(F1(s,t), s) $\lor$ SubsetOf(s, t)) $\land$ ($\neg$ In(F1(s,t), t) $\lor$ SubsetOf(s, t))(Επιμερισμός $\lor$ ως προς $\land$)

Άρα τελικά με απλοποίηση:

In(F1(s,t), s) $\lor$ SubsetOf(s, t) και

$\neg$ In(F1(s,t), t) $\lor$ SubsetOf(s, t)

C : ($\forall$s)($\forall$t)SubsetOf(Intersection(s, t), s)

$\neg$ C : $\neg$ ($\forall$s)($\forall$t)SubsetOf(Intersection(s, t), s)

($\exists$s) $\neg$($\forall$t)SubsetOf(Intersection(s, t), s) (Μετακίνηση $\neg$ προς τα μέσα)

($\exists$s)($\exists$t) $\neg$ SubsetOf(Intersection(s, t), s) (Skolemization με σταθερες skolem)

$\neg$ SubsetOf(Intersection(c1, c2), c1)

Τελικά έχουμε τις:

¬ In(x, s) ∨ ¬ In(x, t) ∨ In(x, Intersection(s, t))

¬ In(x, Intersection(s, t)) ∨ In(x, s)

¬ In(x, Intersection(s, t)) ∨ In(x, t)

In(F1(s,t), s) ∨ SubsetOf(s, t)

¬ In(F1(s,t), t) ∨ SubsetOf(s, t)

¬ SubsetOf(Intersection(c1, c2), c1)

(b) Για νδο η πρόταση C είναι λογική συνέπεια των A και B αρκεί να προσθέσουμε την πρόταση ¬ C στην KB και στη συνέχεια μέσω ανάλυσης να καταλήξουμε σε κενή φράση, όμοια με την προηγούμενη Ασκηση.

Από ¬ SubsetOf(Intersection(c1, c2), c1) και In(F1(s,t), s) ∨ SubsetOf(s, t)

με MGU {Intersection(c1, c2)/s, c1/t}, έχουμε

In(F1(Intersection(c1,c2),c1), c1)

Από ¬ SubsetOf(Intersection(c1, c2), c1) και ¬ In(F1(s,t), t) ∨ SubsetOf(s, t)

με MGU {Intersection(c1, c2)/t, c1/t}, έχουμε

-In(F1(Intersection(c1,c2),c1), c1)

Οπότε προφανώς, με τα In(F1(Intersection(c1,c2),c1), c1) και -In(F1(Intersection(c1,c2),c1), c1) οδηγούμαστε σε αδιέξοδο, άρα η -φ οδηγεί σε κενή φράση, άρα η φ έπεται λογικά των A και B.

Πρόβλημα 5:

(Τα εγραψα στα αγγλικα γιατι ηταν πιο ευκολα τα ονοματα στα κατηγορηματα, πχ beautiful αντι για όμορφος/όμορφη - δεν με απασχολεί το φύλο εδώ)

Woman(Eleni), Woman(Katerina), Man(Giannis), Man(Petros), Man(Timos)

(Τα Man/Woman τα προσθεσα ως background information που προκύπτει από τα ονόματα για να ορίσω καλύτερα το πρόβλημα)

Beautiful(Eleni)

Beautiful(Giannis), Rich(Giannis)

Muscular(Petros), Rich(Petros)

Muscular(Timos), Kind(Timos)

$(\forall x)(\forall y)(\ Man(x) \land Woman(y) \land Beautiful(y) \Rightarrow Likes(x, y)\ )$

$(\forall x)(\ Rich(x) \Rightarrow Happy(x)\ )$

$(\forall x)(\forall y)(\ Man(x) \land Woman(y) \land Likes(x, y) \land Likes(y, x) \Rightarrow Happy(x)\ )$

$(\forall x)(\forall y)(\ Man(x) \land Woman(y) \land Likes(x, y) \land Likes(y, x) \Rightarrow Happy(y)\ )$

$(\forall x)(\ Man(x) \land Likes(x, Katerina) \Rightarrow Likes(Katerina, x)\ )$

$(\forall x)(\ Man(x) \land Kind(x) \land Rich(x) \Rightarrow Likes(Eleni, x)\ )$

$(\forall x)(\ Man(x) \land Beautiful(x) \land Muscular(x) \Rightarrow Likes(Eleni, x)\ )$

Οι φράσεις Horn στην πράξη είναι σύνολα από διαζεύξεις, **με το πολύ έναν** μη-αρνητικό όρο
Για να τις μετατρέψουμε σε φράσεις Horn, ακολουθούμε όμοια διαδικασία με αυτή των CNF:

$(\forall x)(\forall y)(\ Man(x) \land Woman(y) \land Beautiful(y) \Rightarrow Likes(x, y)\ )$ (Απαλοιφή =>)

$(\forall x)(\forall y)(\ \neg(Man(x) \land Woman(y) \land Beautiful(y)) \lor Likes(x, y)\ )$ (¬ προς τα μεσα)

$(\forall x)(\forall y)(\ \neg Man(x) \lor \neg Woman(y) \lor \neg Beautiful(y) \lor Likes(x, y)\ )$ (Απαλοιφή ∀)

$\neg Man(x) \lor \neg Woman(y) \lor \neg Beautiful(y) \lor Likes(x, y)$

$(\forall x)(\ Rich(x) \Rightarrow Happy(x)\ )$ (Απαλοιφή =>)

$(\forall x)(\ \neg Rich(x) \lor Happy(x)\ )$ (Απαλοιφή ∀)

$\neg Rich(x) \lor Happy(x)$

(∀x)(∀y)(Man(x) ∧ Woman(y) ∧ Likes(x, y) ∧ Likes(y, x) => Happy(x)) (Απαλοιφή =>)

(∀x)(∀y)(¬ (Man(x) ∧ Woman(y) ∧ Likes(x, y) ∧ Likes(y, x)) ∨ Happy(x)) (¬ προς τα μεσα)

(∀x)(∀y)(¬ Man(x) ∨ ¬ Woman(y) ∨ ¬ Likes(x, y) ∨ ¬ Likes(y, x) ∨ Happy(x)) (Απαλοιφή ∀)

¬ Man(x) ∨ ¬ Woman(y) ∨ ¬ Likes(x, y) ∨ ¬ Likes(y, x) ∨ Happy(x)

Ακριβώς με τον ίδιο τρόπο έχουμε

¬ Man(x) ∨ ¬ Woman(y) ∨ ¬ Likes(x, y) ∨ ¬ Likes(y, x) ∨ Happy(y)

(∀x)(Man(x) ∧ Likes(x, Katerina) => Likes(Katerina, x)) (Απαλοιφή =>)

(∀x)(¬ (Man(x) ∧ Likes(x, Katerina)) ∨ Likes(Katerina, x)) (¬ προς τα μεσα)

(∀x)(¬ Man(x) ∨ ¬ Likes(x, Katerina) ∨ Likes(Katerina, x)) (Απαλοιφή ∀)

¬ Man(x) ∨ ¬ Likes(x, Katerina) ∨ Likes(Katerina, x)

(∀x)(Man(x) ∧ Kind(x) ∧ Rich(x) => Likes(Eleni, x)) (Απαλοιφή =>)

(∀x)(¬ (Man(x) ∧ Kind(x) ∧ Rich(x)) ∨ Likes(Eleni, x)) (¬ προς τα μεσα)

(∀x)(¬ Man(x) ∨ ¬ Kind(x) ∨ ¬ Rich(x) ∨ Likes(Eleni, x)) (Απαλοιφή ∀)

¬ Man(x) ∨ ¬ Kind(x) ∨ ¬ Rich(x) ∨ Likes(Eleni, x)

Ακριβώς με τον ίδιο τρόπο έχουμε

¬ Man(x) ∨ ¬ Beautiful(x) ∨ ¬ Muscular(x) ∨ Likes(Eleni, x)

Άρα τελικα τα Horn Clauses είναι :

Beautiful(Eleni)

Beautiful(Giannis), Rich(Giannis)

Muscular(Petros), Rich(Petros)

Muscular(Timos), Kind(Timos)

$\neg$ Man(x) $\vee$ $\neg$ Woman(y) $\vee$ $\neg$ Beautiful(y) $\vee$ Likes(x, y)

$\neg$ Rich(x) $\vee$ Happy(x)

$\neg$ Man(x) $\vee$ $\neg$ Woman(y) $\vee$ $\neg$ Likes(x, y) $\vee$ $\neg$ Likes(y, x) $\vee$ Happy(x)

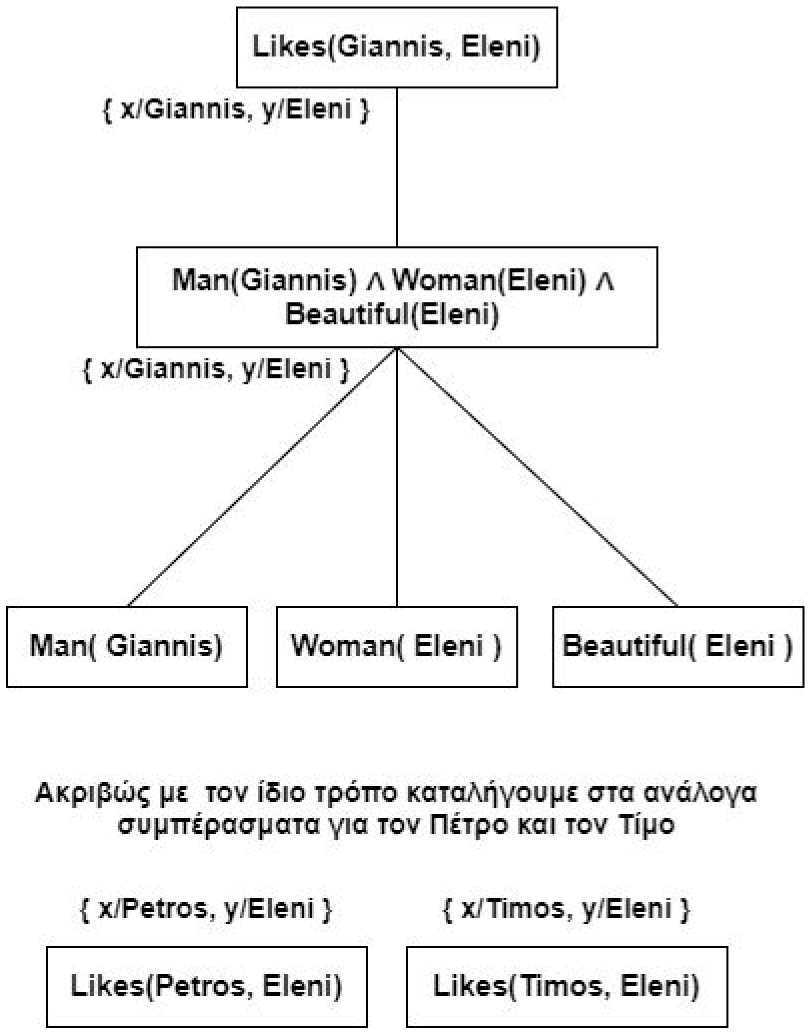
$\neg$ Man(x) $\vee$ $\neg$ Woman(y) $\vee$ $\neg$ Likes(x, y) $\vee$ $\neg$ Likes(y, x) $\vee$ Happy(y)

$\neg$ Man(x) $\vee$ $\neg$ Likes(x, Katerina) $\vee$ Likes(Katerina, x)

$\neg$ Man(x) $\vee$ $\neg$ Kind(x) $\vee$ $\neg$ Rich(x) $\vee$ Likes(Eleni, x)

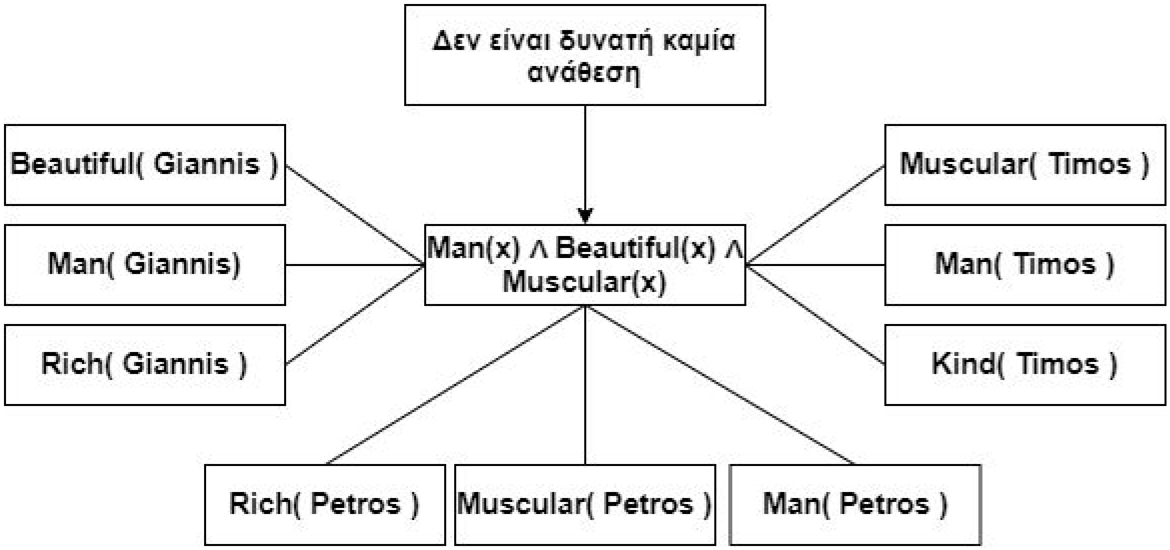
$\neg$ Man(x) $\vee$ $\neg$ Beautiful(x) $\vee$ $\neg$ Muscular(x) $\vee$ Likes(Eleni, x)

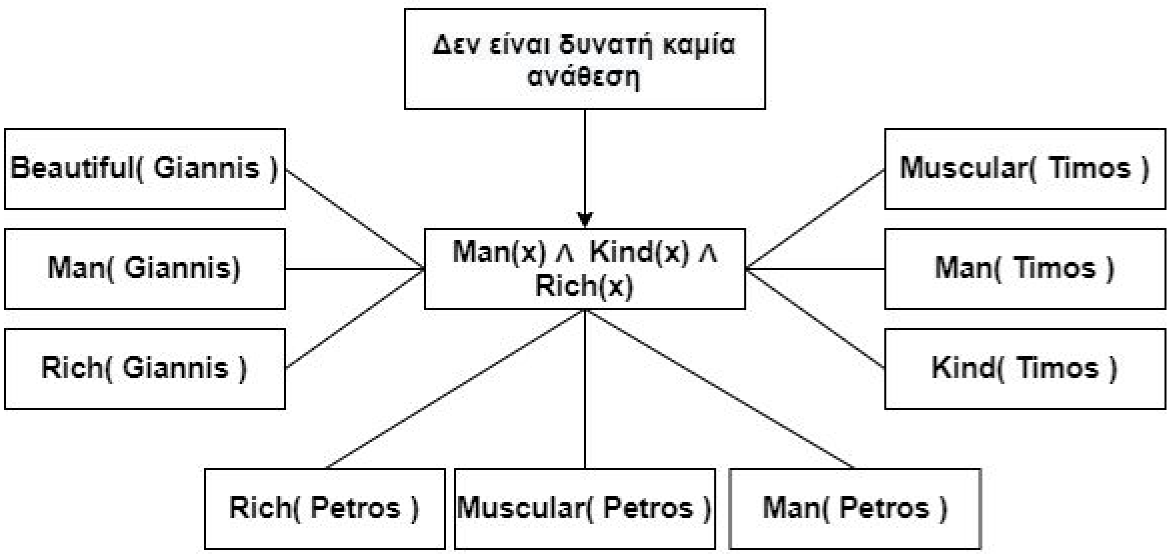
Για να βρω τις απαντήσεις επέλεξα να χρησιμοποιήσω forward chaining και ξεκινώντας από τα facts μας καταλήγουμε στο επιθυμητό συμπέρασμα:



Άρα η Ελένη αρέσει στον Γιάννη, τον Πέτρο και τον Τίμο

Για το σε ποιούς αρέσει η κατερίνα δεν δίνονται επαρκείς πληροφορίες (Μπορούμε να εφαρμόσουμε την λογική των επόμενων κεφαλαίων και να υποθέσουμε ότι αφού η κατερίνα δεν είναι δηλωμένη ως όμορφη => δεν είναι όμορφη) Άρα και για την περίπτωση “Ποιοί αρέσουν στην κατερίνα”, δεν ξέρουμε αν αρέσει σε κάποιον, οπότε πάλι δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπέρασμα

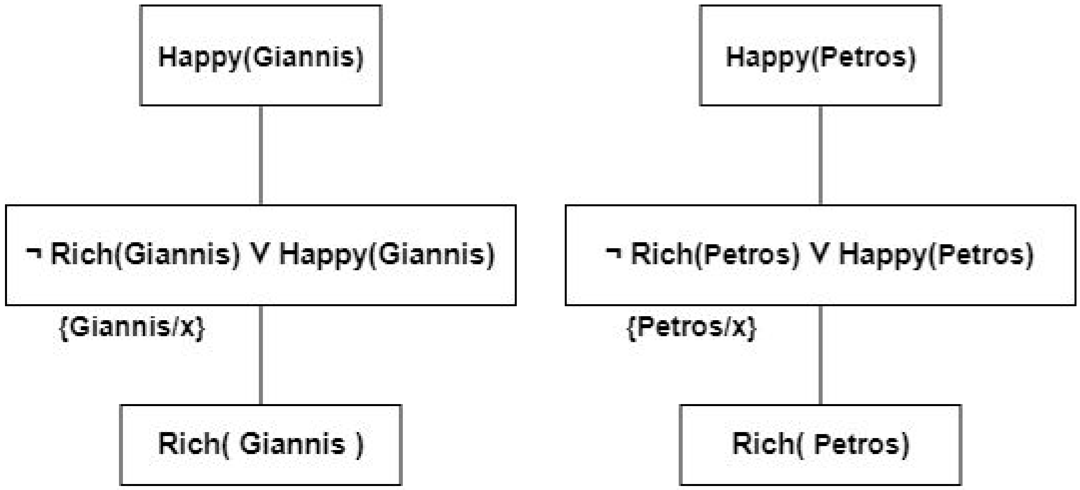




Άρα δεν αρέσει κανένας στην Ελένη

Όσον αφορά το ποιός είναι Ευτυχισμένος:

> Δεν μπορεί να προκύψει ζευγάρι που να αρέσει ο ένας στον άλλον από τα παραπάνω, κατά συνέπεια ο μόνος δυνατός τρόπος να είναι κάποιος ευτυχισμένος με τα δεδομένα στοιχεία, είναι να είναι πλούσιος:



Όπως και πριν, δεν γνωρίζουμε περισσότερες πληροφορίες για το αν είναι κάποιος άλλος πλούσιος, οπότε αυτά είναι τα μοναδικά συμπεράσματα που μπορούμε να πάρουμε.

Το Τελικό συμπέρασμα σε φυσική γλώσσα είναι το εξής:

Στους άντρες αρέσουν οι όμορφες κοπέλες, δηλαδή αρέσει σε όλους η Ελένη.Για την ομορφιά της κατερίνας δεν μας δίνεται κάποια πληροφορία, οπότε δεν μπορούμε να βγάλουμε κάποιο σίγουρο συμπέρασμα (εκτός αν υποθέσουμε ότι αφού δεν έχει δηλωθεί ως όμορφη, θα είναι άσχημη, αλλά η εκφώνηση δεν υποδηλώνει κάτι τετοιο + ο τρόπος σκέψης αυτός αναλύεται σε επόμενες ασκήσεις) Στην Κατερίνα αρέσουν οι άντρες στους οποίους αρέσει η ίδια, δηλαδή κανένας. Ενώ η κατερίνα έχει πολύ υψηλά στάνταρ με αποτέλεσμα επίσης να μην της αρέσει κανένας.

Τελικά, η Κατερίνα δεν βρίσκει ζευγάρι παρόλο που είναι απεγνωσμένη, η Ελένη δεν βρίσκει ζευγάρι επειδή είναι πολύ επιλεκτική και καμια από τις δύο δεν είναι πλούσια, οπότε καμία τους δεν είναι ευτυχισμένη.

Καμία από τις κοπέλες δεν έχει ζευγάρι άρα δεν έχει και κανένας από τους αντρες. Όμως, ο Γιάννης και ο Πέτρος είναι πλούσιοι οπότε αυτοί είναι ευτυχισμένοι.

Συνεπώς, ευτυχισμένοι είναι μόνο ο Γιάννης και ο Πέτρος.

Πρόβλημα 6:

Παραθέτω τις υποθέσεις και το στόχο που έδωσα για είσοδο στον Prover9, καθώς και τα αποτελέσματα. Σε όλες τις περιπτώσεις που έχω χρησιμοποιήσει Prover, δίνω στον φάκελο Prover του παραδοτέου μου το αντίστοιχο αρχείο για ευκολες δοκιμές κατα την διορθωση.

(α) Για το πρόβλημα 3:

Assumptions:

member(Kyriakos).

member(Alexis).

member(Fofh).

likes(Alexis, Socialism).

likes(Alexis, Capitalism).

all x ((member(x) & -right(x)) -> liberal(x)).

all x (right(x) -> -likes(x, Socialism)).

all x (-likes(x, Capitalism) -> -liberal(x)).

Goals:

exists x (member(x) & liberal(x) & -right(x)).

Proof:

1 (all x (member(x) & -right(x) -> liberal(x))) # label(non_clause). [assumption].

2 (all x (right(x) -> -likes(x,Socialism))) # label(non_clause). [assumption].

4 (exists x (member(x) & liberal(x) & -right(x))) # label(non_clause) # label(goal). [goal].

5 -member(x) | right(x) | liberal(x). [clausify(1)].

7 member(Alexis). [assumption].

9 -member(x) | -liberal(x) | right(x). [deny(4)].

10 -right(x) | -likes(x,Socialism). [clausify(2)].

11 likes(Alexis,Socialism). [assumption].

14 -right(Alexis). [resolve(10,b,11,a)].

16 right(Alexis) | liberal(Alexis). [resolve(5,a,7,a)].

19 -liberal(Alexis) | right(Alexis). [resolve(9,a,7,a)].

21 -liberal(Alexis). [resolve(14,a,19,b)].

22 liberal(Alexis). [resolve(14,a,16,a)].

23 $F. [resolve(21,a,22,a)].

(β) Για το πρόβλημα 4:

Assumptions:

all x (all y (all z((In(x,y) & In(x,z)) <-> In(x, intersection(y,z))))).

all y (all z (all x(In(x,y) -> In(x,z)) -> subsetOf(y,z))).

Goals:

all y (all z (subsetOf(intersection(y,z),y))).

Proof:

1 (all x all y all z (In(x,y) & In(x,z) <-> In(x,intersection(y,z)))) # label(non_clause). [assumption].

2 (all x all y ((all z (In(z,x) -> In(z,y))) -> subsetOf(x,y))) # label(non_clause). [assumption].

3 (all x all y subsetOf(intersection(x,y),x)) # label(non_clause) # label(goal). [goal].

4 -subsetOf(intersection(c1,c2),c1). [deny(3)].

5 In(f1(x,y),x) | subsetOf(x,y). [clausify(2)].

6 -In(f1(x,y),y) | subsetOf(x,y). [clausify(2)].

8 In(x,y) | -In(x,intersection(y,z)). [clausify(1)].

10 In(f1(intersection(c1,c2),c1),intersection(c1,c2)). [resolve(4,a,5,b)].

11 -In(f1(intersection(c1,c2),c1),c1). [resolve(4,a,6,b)].

13 In(f1(intersection(c1,c2),c1),c1). [hyper(8,b,10,a)].

14 $F. [resolve(13,a,11,a)].

Πρόβλημα 7:

(α) Με βάση την θεωρία από το “ontologies_in_fol.pdf” και το σχήμα της εκφώνησης έχουμε:

subClassOf(Administrative Unit, Country)

subClassOf(Administrative Unit, Decentralized Administration)

subClassOf(Administrative Unit, Region)

subClassOf(Administrative Unit, Regional Unit)

subClassOf(Administrative Unit,+ Municipality)

subClassOf(Administrative Unit, Municipality Unit)

subClassOf(Administrative Unit, Municipal Community)

subClassOf(Administrative Unit, Local Community)

belongsTo(Country, Decentralized Administration)

belongsTo(Decentralized Administration, Region)

belongsTo(Region, Regional Unit)

belongsTo(Regional Unit, Municipality)

belongsTo(Municipality, Municipality Unit)

belongsTo(Municipality Unit, Municipal Community)

belongsTo(Municipality Unit, Local Community)

Επιπλέον, προσθέτουμε τις εξής 2 σχέσεις για να προσομοιώσουμε την λειτουργια της κληρονομικότητας, τοσο σε επίπεδο κλάσης, όσο και σε επίπεδο αντικειμένου

% Class Inheritance

all x all y all z(subClassOf(x,y) & subClassOf(y,z) -> subClassOf(x,z)).

% Member Inheritance

all x all y all z(subClassOf(x,y) & memberOf(y,z) -> memberOf(x,z)).

(b) Εφόσον θέλουμε να προσθέσουμε στο σχήμα μια “κλάση των κλάσεων”, δηλαδή την υψηλότερη δυνατή κλάση στην ιεραρχία, πρέπει να σιγουρευτούμε ότι όλες οι κλάσεις με κάποιον τρόπο είναι υποκλάσεις της. Γνωρίζουμε ότι όλες οι κλάσεις είναι υποκλάσεις της κλάσης Administrative Unit, συνεπώς αρκεί τελικά η κλάση αυτή να είναι υποκλάση της νεας γενική κλάσης Class. Άρα προσθέτουμε:

subClassOf(Class, Administrative Unit)

(c) Προσθέτουμε στην οντολογία το αντικείμενο Municipality of Athens

memberOf(Municipality, Municipality_of_Athens)

και με goal = memberOf(Administrative_Unit, Municipality_of_Athens). ο Prover9 μας παρέχει την απόδειξη που θέλουμε

2 (all x all y all z (subClassOf(x,y) & memberOf(y,z) -> memberOf(x,z))) # label(non_clause). [assumption].

3 memberOf(Administrative_Unit,Municipality_of_Athens) # label(non_clause) # label(goal). [goal].

9 subClassOf(Administrative_Unit,Municipality). [assumption].

14 -subClassOf(x,y) | -memberOf(y,z) | memberOf(x,z). [clausify(2)].

15 memberOf(Municipality,Municipality_of_Athens). [assumption].

16 -memberOf(Administrative_Unit,Municipality_of_Athens). [deny(3)].

25 memberOf(Administrative_Unit,Municipality_of_Athens). [ur(14,a,9,a,b,15,a)].

Πρόβλημα 8:

(α) Ευχαριστώ θερμά τους 81,281,888 Αμερικανους που ψήφισαν Joe Biden και Kamala Harris στις φετινές εκλογές.

(b) Η KB που προκύπτει από τους πίνακες είναι η εξής:

person(Donald), person(Melania), person(Ivanka), person(Barron)

loves(Donald, Donald)

loves(Donald, Ivanka)

loves(Ivanka, Donald)

loves(Melania, Barron)

loves(Barron, Melania)

(c) Για να τρέξουμε τα ερωτήματα που ζητούνται, πρέπει πρώτα να "οριοθετήσουμε" καλύτερα την KB προσθέτοντας τους ανάλογους τύπους-περιορισμούς non-monotonic-reasoning:

% Domain closure axiom - KB talks about these specific people

all x (x=Donald | x=Melania| x=Ivanka| x=Barron).

% Unique Name Assumptions - To allow comparisons

Donald != Melania.

Donald != Ivanka.

Donald != Barron.

Melania != Ivanka.

Melania != Barron.

Ivanka != Barron.

% Predicate Completion - To clearly define love relations

all x ((x=Donald | x=Ivanka) <-> loves(x,Donald)).

all x ((x=Donald) <-> loves(x,Ivanka)).

all x ((x=Melania) <-> loves(x,Barron)).

all x ((x=Barron) <-> loves(x,Melania)).

Για να αποδείξετε τη κάθε πρόταση, τρέξτε τον Prover με το ανάλογο goal (Τα έχω όλα έτοιμα ως comments, απλά κάντε uncomment ένα τη φορά και τρέξτε το πρόγραμμα)

i) $(\exists x)(\exists y)(\text{loves}(x, y) \land \text{loves}(y, x))$

(goal) **exists x exists y (loves(x,y) & loves(y,x)).**

ii) $(\exists x)(\exists y)(\text{loves}(x, y) \land \text{loves}(y, x) \land \neg (x = y))$

(goal) **exists x exists y (loves(x,y) & loves(y,x) & x!=y).**

iii) $\neg\, \text{loves}(\text{Melania}, \text{Donald})$

(goal) **-loves(Melania, Donald).**

iv) $(\exists x)(\neg\, \text{loves}(x, \text{Donald}))$

(goal) **exists x (-loves(x, Donald)).**

v) $(\forall x)(\exists y)(\text{loves}(y, x) \land \neg (x = y))$

(goal) **all x exists y (loves(y,x) & (x!=y)).**

vi) $(\forall x)(\exists y)(\neg\, \text{loves}(y, x) \land \neg (x = y))$

(goal) **all x exists y (-loves(x,y) & (x!=y)).**

vii) $(\exists x)(\exists y)(\exists z)(\text{loves}(x, y) \land \text{loves}(x, z) \land \neg (y = z))$

(goal) **exists x exists y exists z (loves(x,y) & loves(x,z) & (y!=z)).**

(d) Για το ερώτημα αυτό, αρχικά κάντε **uncomment** την σειρά του κώδικα:
-loves(x,Donald) # answer(x). , με το #answer(x) να υποδηλώνει ότι η x είναι λεκτικό απάντησης, και στην συνέχεια χρησιμοποιήστε σαν **goal** το:
all x (loves(x,Donald)). και εκτελέστε το πρόγραμμα.

Η εκτέλεση αυτή βγάζει ένα μόνο από τα σωστά αποτελέσματα. Από το tab του Prover9/Mace4, "Prover9 Options", επιλέξτε "All options" στο radio button πάνω αριστερά της οθόνης και στο ακριβώς από κάτω μενού από radio buttons επιλέξτε "Limits". Εκεί θέστε την επιλογή max_proofs σε 2 και στη συνέχεια τρέξτε ξανά το πρόγραμμα για να δείτε και τις υπόλοιπες απαντήσεις (Δεν μου βγάζει κάποιο μήνυμα λάθους και παράγει ακριβώς τα αποτελέσματα που περίμενα)

Πρόβλημα 9:

(α) Η KB θα είναι η εξής:

Μέλος(Γιάννης), Μέλος(Μαρία), Μέλος(Γιώργος), Μέλος(Ελένη)

(∀x)(Μέλος(x) => (x=Γιάννης) ∨ (x=Μαρία) ∨ (x=Γιώργος) ∨ (x=Ελένη))

Σύζυγοι(Γιάννης, Μαρία)

Αδέρφια(Γιώργος, Ελένη)

(∀x)(∀y)(Μέλος(x) ∧ Σύζυγοι(x,y) => Μέλος(y))

Η φράση φ : "Η Ελένη δεν είναι παντρεμένη" γίνεται:

(∀x)(¬ Σύζυγοι(x, Ελένη)) (αλλάζει - γίνεται πιο ξεκάθαρη παρακάτω)

Μέλος(x) : Το x είναι μέλος του συνδέσμου "Γαβροι όλου του κόσμου ενωθείτε"

Σύζυγοι(x,y) : Το x είναι παντρεμένο με το y

Αδέρφια(x,y) : Το x είναι αδέρφι του y

(b) Με βάση την συζήτηση που έγινε στο μάθημα για το non-monotonic-reasoning, είναι άμεσα προφανές ότι τα δεδομένα στοιχεία της ΚΒ δεν είναι αρκετά για να οδηγήσουν σε αυστηρή και σιγουρη απόδειξη αληθειας της πρότασης φ.

Για να δείξουμε ότι η ΚΒ **δεν έπεται λογικά** την πρόταση φ, αρκεί να βρούμε μια ερμηνεία - αντιπαράδειγμα, στην οποία να ικανοποιείται η ΚΒ αλλά να μην ικανοποιείται η πρόταση φ, άρα και δεν θα έπεται λογικά.

Για να το πετύχουμε αυτό, μπορούμε να εκμεταλλευτούμε το γεγονός ότι η ΚΒ δεν περιορίζει αυστηρά τις απαραίτητες σχέσεις για να μπορούμε να καταλήξουμε στη φ με ασφάλεια. Έτσι, δεν μας περιορίζει κανείς από το να “προσθέσουμε” πληροφορίες/λεπτομέρειες στην εικόνα, οι οποίες όμως ικανοποιούν την ΚΒ - Δηλαδή δεν επηρεάζουν με κανένα τρόπο τις προτάσεις της.

Με βάση την κατανόηση μου για το πρόβλημα και την συζήτηση που έγινε στο Piazza για το θέμα αυτό, η ερμηνεία που έχω σκεφτεί είναι η εξής:

Τα τέσσερα πρόσωπα της εκφώνησης ζουν σε μια αραβική χώρα και ασπάζονται τον ισλαμισμό, ο οποίος όπως είναι γνωστό επιτρέπει την πολυγαμία… Συνεπώς μπορεί να ισχύει επιπλέον Σύζυγοι(Γιάννης, Ελένη) στην περίπτωση που ο Γιάννης έχει δύο γυναίκες. Με τις συνθήκες αυτές πολύ εύκολα αποδεικνύεται ότι η ΚΒ ικανοποιείται, όπως και πρίν (αφού η νέα σχέση δεν επηρεάζει καθόλου τα παλια δεδομένα μιας και τα ικανοποιεί), ενώ η πρόταση φ δεν ικανοποιείται αφού προφανώς υπάρχει η πρόταση Σύζυγοι(Γιάννης, Ελένη) που την καταρρίπτει. (Κάνω λίγη πλάκα στο παράδειγμα αυτό, ελπίζω να μην παρεξηγηθεί κανένας **:)**)

Ένα άλλο παράδειγμα είναι ο γάμος μεταξύ της Ελένης και του Γιώργου. Η ΚΒ μας λέει ότι είναι αδέρφια, αλλά δεν ορίζει ότι δύο αδέρφια δεν γίνεται να παντρευτούν. Αυτό το υποθέτουμε μόνοι μας ως αναγνώστες και το θεωρούμε “γενικά αληθές δεδομένο”, πράγμα που δεν υπάρχει στην ΚΒ ως έχει.

Πιο απλά, από την βάση “λείπουν” κάποια βασικά περιοριστικά στοιχεία τα οποία ένας άνθρωπος συνήθως τα υποθέτει συνειρμικά διαβάζοντας τις προτάσεις, όπως το γεγονός ότι ο γάμος είναι δυνατός μεταξύ 2 μόνο ατόμων, ή οτι το γεγονός ότι δύο άτομα είναι αδέρφια δεν επιτρέπει τον γάμο τους. Γενικώς αποδεκτά “αξιώματα” όπως αυτά, θεωρούνται από τον αναγνώστη αυτονόητα με βάση την γνώση και τις εμπειρίες του, αλλά παραμένουν υποθέσεις που έκανε ο ίδιος. Για να μπορούμε να καταλήξουμε σε αυστηρή απόδειξη πρέπει η βάση γνώσης μας να είναι αυστηρά καθορισμένη, πλήρης και οριοθετημένη. Οι περιπτώσεις αυτές “αοριστίας”, μπορούν να αναπαρασταθούν σε λογική πρώτης τάξης μέσω του non-monotonic reasoning.

Το ότι δεν έπεται λογικά η φ της ΚΒ το επιβεβαιώνει και ο Prover9 ο οποίος δεδομένης της ΚΒ επιστρέφει Exhausted όταν του ζητείται να αποδείξει την φ.

(άμα θέλετε αναλυτική απόδειξη για το ότι οι επιπλέον πληροφορίες ικανοποιούν - δεν επηρεάζουν την ΚΒ στείλτε μου ένα email, μου βγήκε σχετικά μεγάλη και την θεώρησα τετριμμένη - προφανή για την περίπτωση αυτή)

(c) Για να ισχύει ότι η φ έπεται λογικά από την KB, αρκεί να προσθέσουμε τους εξής περιορισμούς του non-monotonic-reasoning (οι οποίοι μας επιτρέπουν να αναπαραστήσουμε το background knowledge που απουσιάζει από την KB), οι οποίοι και μας επιτρέπουν να οριοθετήσουμε κατάλληλα το πρόβλημα και να κάνουμε δυνατή την απόδειξη της φ:

Κανόνας 1: Κάθε άτομο είναι παντρεμένο **μόνο με ένα** άλλο, άρα δεν μπορεί να είναι παντρεμένο με κανέναν άλλον.

(∀x)(∀y)(∀z)(Σύζυγοι(x,y) ∧ (y != z) => -Σύζυγοι(x,z))

Κανόνας 2: Αν δύο άτομα είναι αδέρφια τότε δεν γίνεται να είναι παντρεμένα

(∀x)(∀y)(Αδέρφια(x,y) => ¬ Σύζυγοι(x, y))

Κανόνας 3: (Αυτονόητος αλλά πρέπει να συμπεριληφθεί) Ένα άτομο δεν μπορεί να παντρευτεί τον εαυτό του. Στην άσκηση αυτή, αρκεί να προστεθεί μόνο στο goal σαν έλεγχος

Τώρα μπορούμε πλέον εύκολα με ανάλυση νδο η φ επεται λογικά της KB

(d) Τρέξτε το αντίστοιχο αρχείο που συμπερίλαβα με goal:

all x ((x!=Eleni) -> -married(x,Eleni)). και δείτε την απόδειξη:

1 (all x (x = Giannis | x = Maria | x = Giorgos | x = Eleni)) # label(non_clause). [assumption].

3 (all x all y (siblings(x,y) -> -married(x,y))) # label(non_clause). [assumption].

4 (all x all y all z (married(x,y) & z != y -> -married(x,z))) # label(non_clause). [assumption].

5 (all x (x != Eleni -> -married(x,Eleni))) # label(non_clause) # label(goal). [goal].

6 -siblings(x,y) | -married(x,y). [clausify(3)].

7 siblings(Giorgos,Eleni). [assumption].

13 x = Giannis | x = Maria | x = Giorgos | x = Eleni. [clausify(1)].

14 Giannis = x | Maria = x | Giorgos = x | Eleni = x. [copy(13),flip(a),flip(b),flip(c),flip(d)].

15 married(Giannis,Maria). [assumption].

16 married(Maria,Giannis). [assumption].

22 Giannis != Eleni. [assumption].

23 Eleni != Giannis. [copy(22),flip(a)].

26 Maria != Eleni. [assumption].

27 Eleni != Maria. [copy(26),flip(a)].

29 -married(x,y) | z = y | -married(x,z). [clausify(4)].

30 c1 != Eleni. [deny(5)].

31 married(c1,Eleni). [deny(5)].

32 -married(Giorgos,Eleni). [resolve(6,a,7,a)].

41 -married(Maria,Eleni). [ur(29,b,23,a(flip),c,16,a)].

45 -married(c1,Maria). [ur(29,b,27,a,c,31,a)].

49 c1 = Giannis | c1 = Maria.
[para(14(c,2),31(a,1)),flip(a),flip(b),flip(c),unit_del(c,30),unit_del(d,32)].

52 c1 = Giannis. [para(49(b,1),31(a,1)),unit_del(b,41)].

53 $F. [back_rewrite(45),rewrite([52(1)]),unit_del(a,15)].

Προβλημα 10: Θα εργαστούμε παρόμοια με το παράδειγμα των διαφανειών (fol-semantics1spp.pdf : διαφάνεια 53)

(a) Θδο: $(\exists x)(P(x) \land Q(x)) \Rightarrow (\exists x)P(x) \land (\exists x)Q(x)$

Έστω μια τυχαία ερμηνεία I και μία τυχαία ανάθεση μεταβλητών s, έτσι ώστε:

$I \models (\exists x)(P(x) \land Q(x))[s]$.

Τότε σύμφωνα με τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους του (∃), υπάρχει $d \in |I|$ τ.ω:

$I \models (P(x) \land Q(x))[s(x|d)]$

Με βάση τον ορισμό της ικανοποίησης για σύζευξη =>

$I \models P(x)[s(x|d)]$ και $I \models Q(x)[s(x|d)]$

Που σύμφωνα με τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους του (∃) γίνονται:

$I \models (\exists x)P(x)[s]$ και $I \models (\exists x)Q(x)[s]$

Άρα τελικά, από τον ορισμό της ικανοποίησης για σύζευξη θα έχουμε

$I \models ((\exists x)P(x) \land (\exists x)Q(x))[s]$ που είναι αυτό που προσπαθούμε να αποδείξουμε

Άρα ισχύει ότι $(\exists x)(P(x) \land Q(x)) \Rightarrow (\exists x)P(x) \land (\exists x)Q(x)$

(b) Τώρα θα ελέγξουμε αν ισχύει η αντίστροφη φορά,

Δηλαδή αν: $(\exists x)P(x) \land (\exists x)Q(x) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \land Q(x))$

(Απλά θα ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία-λογική ανάποδα)

Έστω μια τυχαία ερμηνεία I και μία τυχαία ανάθεση μεταβλητών s, έτσι ώστε:

$I \models ((\exists x)\, P(x) \land (\exists x)\, Q(x))\, [s]$, τότε από ορισμό σύζευξης θα έχουμε

$I \models (\exists x)\, P(x)\, [s]$ και $I \models (\exists x)\, Q(x)\, [s]$, που με ορισμό (∃) , υπάρχει $d \in |\, I \,|$ τ.ω:

$I \models P(x)\, [\, s(x \mid d)\,]$ και $I \models Q(x)\, [\, s(x \mid d)\,]$, με ορισμό σύζευξης

$I \models (P(x) \land Q(x))\, [\, s(x \mid d)\,]$, που πάλι με ορισμό (∃) =>

$I \models (\exists x)\, (P(x) \land Q(x))\, [s]$ που είναι το ζητούμενο.

Άρα ισχύει και ότι $(\exists x)P(x) \land (\exists x)Q(x) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \land Q(x))$

Τα παραπάνω αποτελέσματα μας συμβαδίζουν και με την κοινή λογική, και είναι αναμενόμενα, άμα τα "μεταφράσουμε" σε φυσική γλώσσα. Η λογική είναι ότι αν υπάρχει μια τιμή που να ικανοποιεί ταυτόχρονα και τους δύο περιορισμούς, τότε θα υπάρχει μια τιμή που να ικανοποιεί τον ένα μεμονωμένα και ταυτόχρονα θα ικανοποιείται μεμονωμένα και ο άλλος.