

Avance: Modelos SIR y Maki-Thompson

Cesar Lengua Jean Marc Nadue

November 14, 2025

Objetivo

- Comparar la dinámica de contagio (SIR) y difusión de rumores (Maki-Thompson / modelo general).
- Evaluar la dependencia de la dinámica en parámetros clave y el efecto del método numérico.

Modelos y parámetros

SIR (reducido)

$$S' = -\beta SI, \quad I' = \beta SI - \gamma I$$

Parámetros:

- β : tasa de transmisión (contactos efectivos).
- γ : tasa de recuperación (1 / duración infecciosa).
- $R_0 = \beta/\gamma$: si $R_0 > 1$ hay crecimiento inicial de la infección.

Maki-Thompson / Modelo general

$$X' = -\lambda XY, \quad Y' = \lambda XY - \delta Y - \alpha Y(1 - X)$$

$$Z' = \delta Y + \alpha Y(1 - X)$$

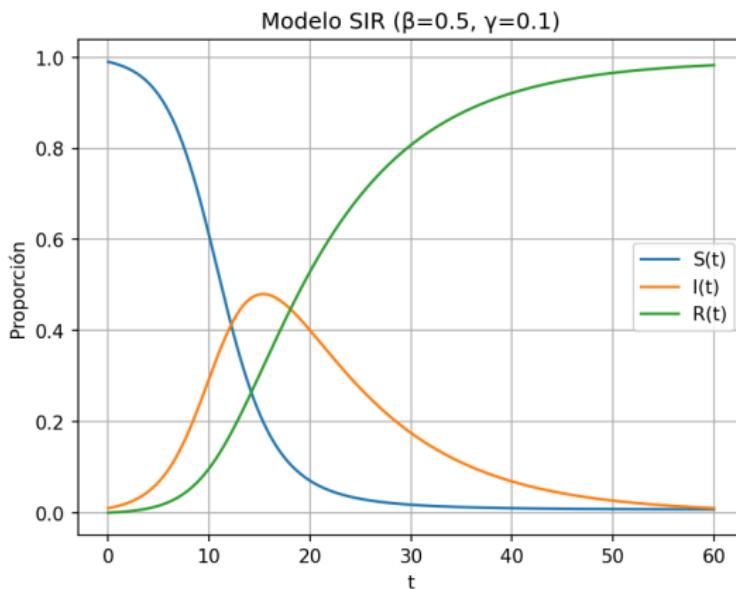
Parámetros:

- λ : tasa de transmisión del rumor.
- δ : retirada autónoma.
- α : retirada por encuentro con no-ignorantes (mecanismo por contactos).

Implementados: Euler explícito, Euler mejorado (RK2), RK4 y RK45 (solve_ivp). Breve interpretación:

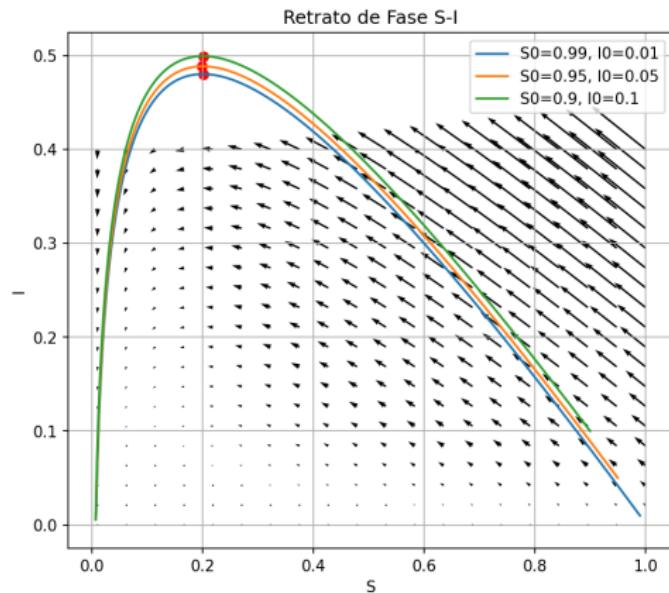
- Métodos de orden bajo (Euler) son rápidos para exploración pero pueden distorsionar picos y tiempos.
- RK4/RK45 dan mejor precisión en picos y conservación de masa relativa, con mayor coste por paso.

Serie temporal: SIR



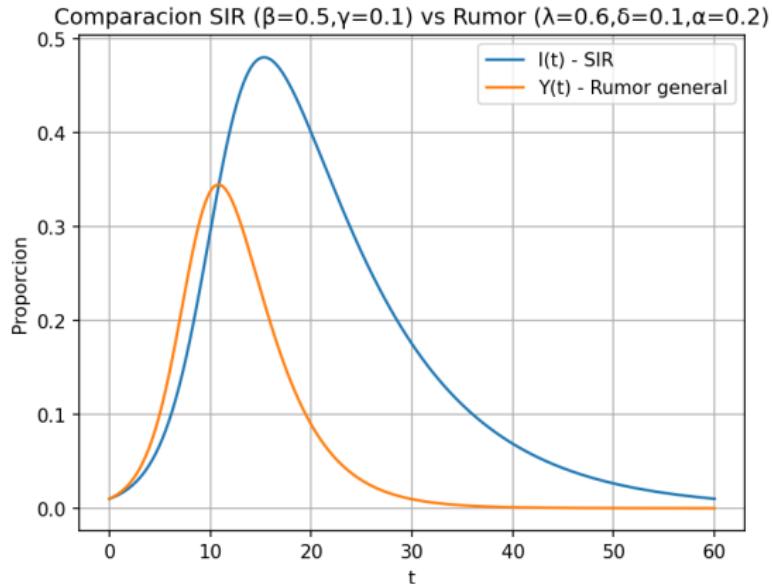
Interpretación: muestra la fracción de susceptibles, infectados y recuperados en el tiempo. Un pico en $I(t)$ indica la máxima prevalencia; su altura y tiempo dependen de β, γ (R_0).

Retrato de fase S-I



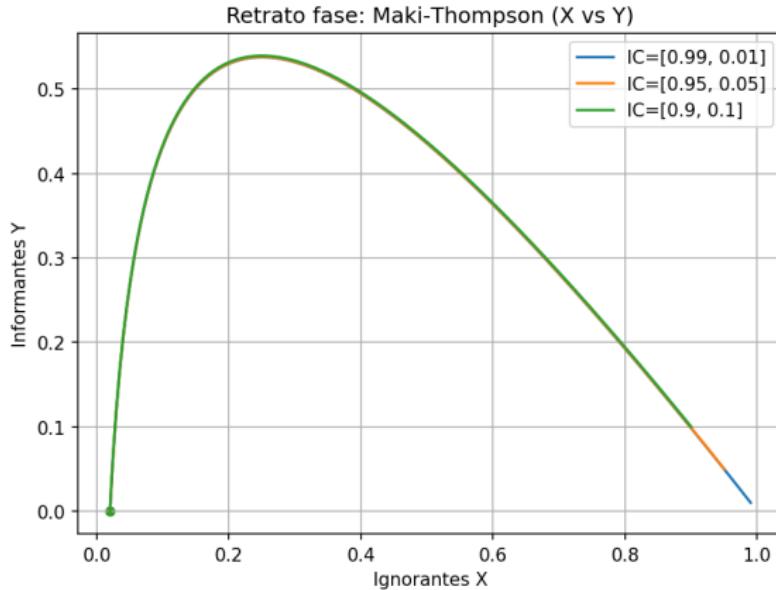
Interpretación: las trayectorias S vs I para diferentes condiciones iniciales muestran cómo evoluciona la epidemia en fase. Flechas indican la dirección temporal; el punto rojo marca el máximo de I en cada trayectoria.

Comparación: SIR vs modelo de rumor



Interpretación: compara la fracción de propagadores (I en SIR, Y en rumor) bajo las mismas condiciones iniciales. Observe diferencias en la forma del decaimiento: en SIR la retirada es un término autónomo γI , en rumores la retirada depende de encuentros (parámetro α) y suele producir un decaimiento más rápido cuando muchos ya conocen el rumor.

Retrato fase: Maki-Thompson (X vs Y)



Interpretación: evolución de ignorantes vs informantes; las trayectorias muestran cómo cambian X y Y para distintas condiciones iniciales y cómo converge la población a mayor proporción de neutros.

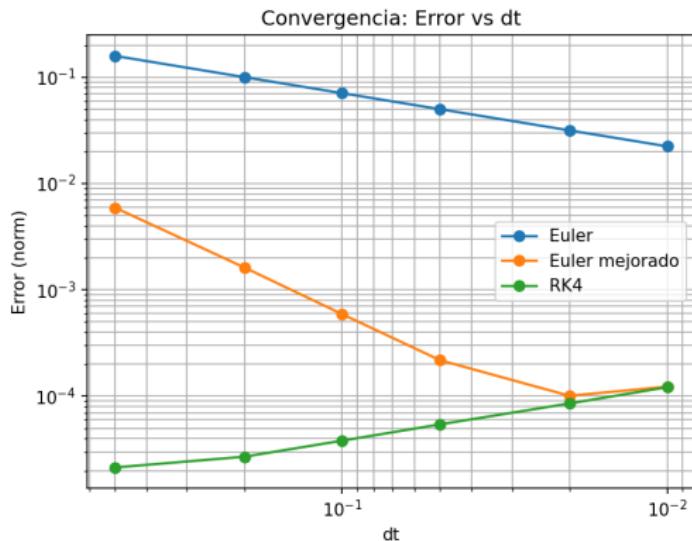
Resumen de barrido SIR (ejemplos)

β	γ	R_0	I_{\max}	t_{peak}
0.50	0.10	5.0	0.36	12.4
0.30	0.10	3.0	0.24	15.8
0.20	0.50	0.4	0.01	1.2
0.15	0.20	0.75	0.03	4.6

Breve interpretación: filas ejemplo — $R_0 > 1$

produce picos notables; $R_0 < 1$ la infección no alcanza picos relevantes.

Coste y precisión (ej.)



Método	Tiempo (s)	Error
Euler	0.0024	7.07e-3
Euler mejorado	0.0059	5.91e-3
RK4	0.0125	3.8e-4

Interpretación: RK4 tiene menor error

pero mayor coste; elegir según objetivo (exploratorio vs cuantitativo).

Conclusiones

- R_0 determina el crecimiento inicial en SIR; si $R_0 > 1$ aparece un pico epidémico.
- En rumores, la retirada dependiente de contactos (α) reduce la persistencia de informantes $Y(t)$ de forma distinta al término γI .
- Recomendación: RK4/RK45 para resultados cuantitativos; Euler para barridos rápidos.