

情報数理工学実験第二
第 4 ラウンド
線形計画問題とオペレーションズ・リサーチ
経済献立問題とモデリング I

2010494 中原良典

経済献立問題

(合宿所、給食などで) 食事の用意をすることを考える。あなたはなるべく安い費用で、必要な栄養価を持った食材を選ばねばならない。

食材として表 1 に挙げる 17 種類が与えられている。この表には、各食材にどのような栄養素が含まれているかが示してある。一方、表 2 には日本人が一日に必要なとする栄養素の標準摂取量が挙げてある。献立を考えるとき、この摂取量を超えて栄養を取れるように食材を選ばなければならず、なるべく安くしたいという願望がある。この目的のために、どの食材をどれだけずつ買えば良いかを考える。

	熱量 [kcal]	蛋白質 [g]	脂肪 [g]	Ca [mg]	Na [mg]	鉄 [mg]	VA [IU]	VB1 [mg]	VB2 [mg]	VC [mg]	VD [IU]	値段 [円]
米	351	6.2	0.8	6	2	0.4	0	0.09	0.03	0	0	25
食パン	270	8	1.5	11	480	1	0	0.1	0.03	0	0	30
牛肉	260	17.5	20.5	6	90	1.3	25	0.04	0.11	0	0	350
豚肉	451	12	44.3	9	90	1.2	0	0.4	0.1	0	0	150
卵	156	12.7	11.2	65	90	2.6	800	0.1	0.4	0	10	40
牛乳	59	2.9	3.3	100	36	0.1	120	0.04	0.15	2	0	20
バター	721	0.6	81.6	10	780	0.1	2400	0.01	0.03	0	0	100
豆腐	58	6	3.5	120	5	1.4	0	0.02	0.02	0	0	40
いわし	130	17.5	6	80	100	3	60	0.02	0.15	1	530	60
あじ	118	20	3.5	12	90	0.7	40	0.15	0.2	1	0	100
じゃがいも	77	1.9	0.1	5	12	0.5	0	0.1	0.03	15	0	17
人参	51	1.3	0.2	35	57	0.5	1300	0.06	0.04	7	0	20
玉葱	40	1.2	0.2	40	10	0.5	6	0.03	0.02	10	0	20
キャベツ	24	1.6	0.2	45	15	0.4	33	0.08	0.05	50	0	12
ほうれん草	28	3	0.4	98	25	3.3	2600	0.12	0.3	100	0	75
のり	311	34.2	0.7	470	600	23	10000	0.21	1	20	0	900
みかん	40	0.8	0.3	14	4	0.2	40	0.09	0.02	50	0	20

表 1 食品 100g あたりの栄養素含有量とその値段

熱量	2300 kcal	蛋白質	75 g
脂肪	38 g	カルシウム	660 mg
ナトリウム	1300 mg	鉄	10 mg
ビタミン A	1900 IU	ビタミン B1	1.2 mg
ビタミン B2	1.2 mg	ビタミン C	63 mg
ビタミン D	400 IU		

表 2 栄養素の必要摂取量

課題 2.

乱数を用いて各要素が $[0, 10]$ の間に値を持つ 17 次元ベクトル x を 1 万個発生させよ。それらのうち何個が表 2 を満たす許容解となるか数え上げよ。また、許容解となったベクトルのうち、購入費用を最小にしているものをみつけ、そのときの食材の割合と購入費用を書け。

以下のスクリプトにしたがって許容解、最小の購入費用を求めた。

```
% [0,10]の間に値を持つ17次元ベクトルxを1万個発生させる
% m: 最小の購入費用のときの食材の割合
% xの1列目がmの初期値
% q: 許容解の個数
% C: 最小の購入費用
a = 10;
x = a.*rand(17,10000);
q = 0;
m = x(:,1);
C = m'*b;
% 課題1で作成したisFeasible(x)が1であれば数え上げ
% 購入費用が小さければCを更新
% そのときの食材の割合をmに更新
for n = 1:10000
    if isFeasible(x(:,n)) == 1
        q = q+1;
        if x(:,n)'*b < C
            C = x(:,n)'*b;
            m = x(:,n);
        end
    end
end
end
```

米	0.8648	食パン	4.2231	牛肉	0.0783
豚肉	3.5490	卵	3.1257	牛乳	6.8856
バター	0.0268	豆腐	4.5987	いわし	3.7360
あじ	1.7477	じゃがいも	6.8456	人参	4.2161
玉葱	9.1637	キャベツ	2.2728	ほうれん草	4.2565
のり	0.2614	みかん	2.0339		
合計金額：2562 円					

表 3 購入費用が最小だったときの購入量と合計金額 (単位:100g)

出力結果

```
>> q
q =
    9368

>> C
C =
    2.5627e+03

>> m'
ans =
    1 列から 7 列
    0.8648 4.2231 0.0783 3.5490 3.1257 6.8856 0.0268
    8 列から 14 列
    4.5987 3.7360 1.7477 6.8456 4.2161 9.1637 2.2728
    15 列から 17 列
    4.2565 0.2614 2.0339
```

数え上げの結果，許容解の個数は 9368 個であった。
結果から表 3 を作成した。

熱量	6382 kcal	蛋白質	327 g
脂肪	277 g	カルシウム	3067 mg
ナトリウム	4179 mg	鉄	68 mg
ビタミン A	23060 IU	ビタミン B1	5 mg
ビタミン B2	6 mg	ビタミン C	889 mg
ビタミン D	2011 IU		

表 4 栄養素の摂取量

課題 3.

課題 2 で得られた購入量に対し、得られる栄養の量を表にせよ。

以下のスクリプトにしたがって、得られる栄養の量を求めた。

% 得られた購入量mに対してAから栄養の量を求める

N = m'*A(:,1:11);

>> N

N =

1.0e+04 *

1 列から 7 列

0.6382 0.0327 0.0277 0.3067 0.4179 0.0068 2.3060

8 列から 11 列

0.0005 0.0006 0.0889 0.2011

結果から表 4 を作成した。

課題 4.

課題 2 においては 1 万個の乱数ベクトルを発生させた。課題 2 を 30 回実施すると、30 個の購入費用が得られる。この 30 個の購入費用の平均、分散を求めよ。

以下のスクリプトにしたがって、30 個の購入費用の平均、分散を求めた。

```
% Xに30回実施した購入費用を順に格納していく
a = 10;
X = zeros(1,30);
% 課題2を30回実行
for i = 1:30
    x = a.*rand(17,10000);
    m = x(:,1);
    C = m'*b;
    for n = 1:10000
        if isFeasible(x(:,n)) == 1
            if x(:,n)'*b < C
                C = x(:,n)'*b;
                m = x(:,n);
            end
        end
    end
    X(1,i) = C;
end
% Xの平均、分散をM,Vとする
M = mean(X);
V = var(X);
```

出力結果

```
>> M
M =
    2.4543e+03
>> V
V =
    4.5842e+04
```

結果より、平均：2454 分散：45842

課題 5.

課題 2 と同様に、ここでは 30 万個の乱数ベクトルを発生させる。このとき、 $N(100 \leq N \leq 300000)$ 番目までの乱数ベクトルを用いたとき、得られた最小の購入費用を V_N と書くことにする。 N を横軸、 V_N を縦軸にプロットし、わかることを書け。

以下のスクリプトにしたがって、最小の購入費用を求め、プロットした。作成したグラフは図 1 である。

```
% 課題2と同様にして30万個のベクトルを発生
a = 10;
x = a.*rand(17,300000);
m = x(:,1);
C = m'*b;
% 100から30万の間の最小の購入費を求める
% 最小の購入費をC,このときのnをN
for n = 100:300000
    if isFeasible(x(:,n)) == 1
        if x(:,n)'*b < C
            C = x(:,n)'*b;
            N = n;
            m = x(:,n);
        end
    end
end
% Nを横軸,Cを縦軸にredの円でプロット
plot(n,C,'ro');
```

最小費用が 1801 円と、課題 2 で求められた最小費用 2562 円よりも小さい値となっている。課題 4 からは、平均値が 2454 円となっており、検証する乱数の数を大きくするほど最小費用は小さいものを求めることができる。

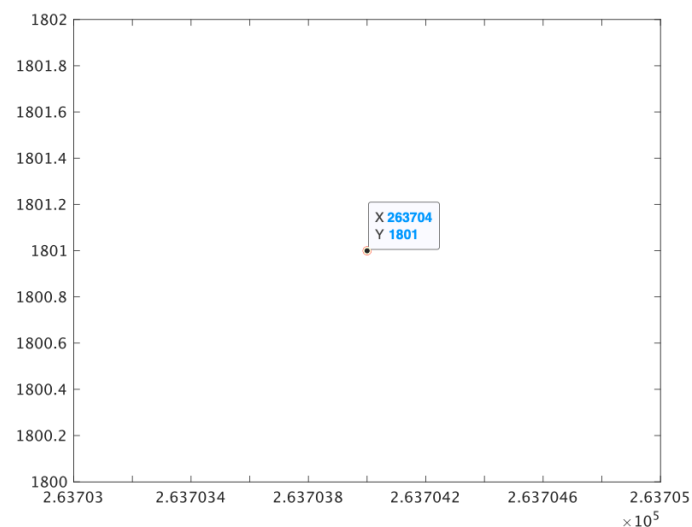


図 1 乱数に対する最小の購入費用のグラフ

課題 6.

この問題に対して、より良い乱数の生成方法を考えたり、自分の感覚・推理を用いるなどして、なるべく費用が安くなるような食材の組合せを考えよ。最終的に得られた結果に関して、表 3 や表 4 のような表を作成せよ。

値段の高いものはなるべく買う量を減らしたいので、必要摂取量を満たし、かつ購入費用が小さくなるように買ってあげば費用が安くなると考えた。

```
% 100万個の組合わせから目的のものを探す
a = 10;
x = a.*rand(17,1000000);
% m: 最小の購入費用のときの食材の組合せ
% 初期値は1個目の組合せ
m = x(:,1);
% C: 費用
C = m'*b;
for n = 1:1000000
    % N:n個目の組合せの栄養量
    N = x(:,n)'*A(:,1:11);
    % Nが必要摂取量を満たす and 費用が最安
    % であれば mを更新
    if c(1:11)' < N & C > x(:,n)'*b
        m = x(:,n);
        C = m'*b;
    end
end
```

米	3.5261	食パン	1.4611	牛肉	0.1400
豚肉	1.3743	卵	2.7750	牛乳	1.8660
バター	1.4763	豆腐	1.3876	いわし	3.6666
あじ	1.7483	じゃがいも	7.7959	人参	3.2509
玉葱	6.2617	キャベツ	1.5425	ほうれん草	1.4029
のり	0.1153	みかん	1.4044		
合計金額：1711 円					

表 5 購入費用が最小だったときの購入量と合計金額 (単位:100g)

```
% N1:最小の購入費用の組合せの栄養量
N1 = x(:,n)'*A(:,1:11);
end
end
```

出力結果

```
>> C
C =
    1.7118e+03
>> m'
ans =
    1 列から 7 列
    3.5261 1.4611 0.1400 1.3743 2.7750 1.8660 1.4763
    8 列から 14 列
    1.3876 3.6666 1.7483 7.7959 3.2509 6.2617 1.5425
    15 列から 17 列
    1.4029 0.1153 1.4044
>> N1
N1 =
    1.0e+04 *
    1 列から 7 列
    0.5844 0.0240 0.0263 0.1597 0.3319 0.0043 1.5452
    8 列から 11 列
    0.0003 0.0004 0.0501 0.1971
```

上記のようにして数回検証した結果，食材の合計費用が 2000 円を超えることはほぼ見られなかった．結果から表 5，表 6 を作成した．

熱量	5844 kcal	蛋白質	240 g
脂肪	263 g	カルシウム	1597 mg
ナトリウム	3319 mg	鉄	43 mg
ビタミン A	15452 IU	ビタミン B1	3 mg
ビタミン B2	4 mg	ビタミン C	501 mg
ビタミン D	1971 IU		

表 6 栄養素の摂取量