

Semaine du 06/08

Reda YAHOU

9 août 2018

## Introduction

Ce document a pour but de résumer le travail qui a été réalisé durant la semaine du 07/08. Ce papier a pour but de proposer un algorithme afin de modéliser la trajectoire et la stabilité des fusées pour le cas bi-étagées.



FIGURE 1 – Fusée bi-étage.

## 1 Vol des fusées bi-étagée

L'interface Pégase ne réalise les calculs que pour les fusées mono étagées. Le cas des fusées multi-étagée est un peu différent dans la mesure ou il fait entrer d'autres paramètres en jeu :

- La fusée se sépare de ses étages à un moment donnée, entrainant un changement de masse et de géométrie.
- Il faut par la suite considérer le vol de chaque étage de la fusée indépendamment.

En résumé le vol se déroule en trois grandes phases :

1. Vol en configuration bi-étage entre  $t_0$ <sup>1</sup> et  $t_1$ <sup>2</sup>,
2. Vol du premier étage seul indépendamment,
3. Vol du deuxième étage seul indépendamment

Les changements de masse et de géométrie vont avoir un impact direct sur les forces mise en jeu et donc sur le schéma numérique modélisant la trajectoire.

## 2 Stabilité et trajectoire

Dans le cas bi-étagé, le vol se réalisant en 3 configurations il faut considérer : la stabilité de la fusée dans sa totalité avec tout ses éléments (phase bi-étagée), puis la phase post-séparation ou chaque étage effectue sa trajectoire indépendamment.

Il faut calculer la stabilité du première étage dont la géométrie est différente (absence d'ogive, ailerons etc.) et de même pour l'étage 2 qui se retrouve sans les éléments géométriques qui constituaient l'étage 1. Les calculs utilisent la méthode de Barrowman permettant de calculer la position du Centre de poussée aérodynamique ( $C_{pa}$ ) ainsi que le gradient de portance  $C_N \alpha$  basé justement sur la géométrie de la fusée et du type d'éléments qui la constituent : présence d'ailerons ou non, présence de jupes ou de rétreints etc.

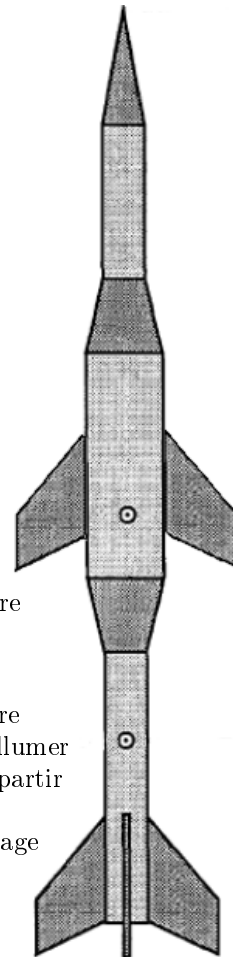
Pour la partie trajectoire, il faut prendre en considération les changements qui occurrent durant la séparation de la fusée

- changements de masses modifiant les forces et la trajectoire
- changement de débit massique pour chaque étage
- changement de géométrie (résistance à l'air)

Après la séparation à  $t=t_1$  le premier étage continue sa trajectoire de manière classique (voir rapport 1) alors que l'étage 2 va se rallumer à un temps  $t_2$ , résultant en une seconde phase propulsée pour repartir sur une phase

balistique à un instant  $t_3$ . En résumé, la trajectoire du second étage indépendant peut se synthétiser comme tel :

- À  $t=t_1$  séparation et poursuite de la phase balistique.
- À  $t=t_2$  ré-allumage de l'étage et nouvelle phase propulsée.
- À  $t=t_3$  épuisement de l'ergol et nouvelle phase balistique puis trajectoire classique.



---

1. instant initial  
2. instant de séparation

### 3 Schéma numérique

Au vue des informations abordés dans le paragraphe précédent, voici un résumé des étapes de calculs modélisant le vol bi-étage :

```
\\Données : M_0,i, M_1,i, M_2,i -> m_total, m_étage 1 et m_étage 2 (à ti)
dm_1, dm_2 \\ débit massique de l'étage 1 (resp. 2)
```

```
****Test de stabilité ****
```

```
-> Validation des critères de stabilités pour la fusée bi-étage et
\\pour chaque étage indépendamment :
```

```
\\marge statique entre 1.5 et 7.
\\C_N_a compris entre 15 et 30.
\\produit de ces deux paramètres entre 30 et 100.
\\ksi entre 0.05 et 0.2
```

```
****Calcul de trajectoire ****
```

```
-> Phase propulsée avant t1, cas bi-étage
```

```
M_2,i = M_2,0 \\m_étage 2 ne varie pas pendant cette étape
M_0,i = M_0 - dm_1.ti \\Màj masse_total avec débit dm_1
```

```
R_i = (1/2)rho_i.C_Ai.S(V_i-1)^2 \\ Résistance de l'air
P_i = poussée calculée par méthode getloidePoussée1() associée à étage 1
```

```
\\Calcul par intégration numérique classiques
```

```
Gamma_xi = (P_i - R_i)/M_0,i . cos(theta_i-1) //accélérations
Gamma_zi = (P_i - R_i)/M_0,i .sin(theta_i-1) - g
```

```
X_i = X_i-1 + (V_xi-1).dt_i +(1/2)(Gamma_xi).(dt_i)^2 \\selon x
Z_i = Z_i-1 + (V_zi-1).dt_i +(1/2)(Gamma_zi).(dt_i)^2 \\selon z
```

```
a = tan(theta_i-1) = (V_zi)/(V_xi)
theta_i = arctan(a)
```

```
->Séparation à t = t1
```

```
\\Màj des masses, positions, vitesses
m_étage 1 = M_1,i - dm(t0..t1)
m_étage 2 = M_2,i= M_2,0
theta_i,1 = theta_i,2 = theta_i
Vi,1 = Vi,2 = Vi
Xi,1 = Xi - dist(cdm0,cdm1); Xi,2 = Xi - dist(cdm0,cdm2)
```

```

-> Trajectoire des 2 étages après séparation

\\->étage 1 **

\\plus de poussée dans gamma car phase balistique
R_i,1 = (1/2)rho_i,1.C_Ai,1.S(V_i-1,1)^2 \\ Résistance de l'air

\\Calcul par intégration numérique classiques

Gamma_xi,1 = (- R_i,1)/m_étage 1 . cos(theta_i-1) //accélérations
Gamma_zi,1 = (- R_i,1)/m_étage 1 .sin(theta_i-1) - g

X_i,1 = X_i-1,1 + (V_xi-1,1).dt_i +(1/2)(Gamma_xi,1).(dt_i)^2 \\selon x
Z_i,1 = Z_i-1,1 + (V_zi-1,1).dt_i +(1/2)(Gamma_zi,1).(dt_i)^2 \\selon z

a1 = tan(theta_i-1,1) = (V_zi,1)/(V_xi,1)
theta_i,1 = arctan(a1)

\\->étage 2 **

\\\\ Entre t1 et t2 = phase balistique

\\plus de poussée dans gamma car phase balistique
R_i,2 = (1/2)rho_i,2.C_Ai,2.S(V_i-1,2)^2 \\ Résistance de l'air

\\Calcul par intégration numérique classiques

Gamma_xi,2 = (- R_i,2)/m_étage 2 . cos(theta_i-1) //accélérations
Gamma_zi,2 = (- R_i,2)/m_étage 2.sin(theta_i-1) - g

X_i,2 = X_i-1,2 + (V_xi-1,2).dt_i +(1/2)(Gamma_xi,2).(dt_i)^2 \\selon x
Z_i,2 = Z_i-1,2 + (V_zi-1,2).dt_i +(1/2)(Gamma_zi,2).(dt_i)^2 \\selon z

a2=tan(theta_i-1,2) = (V_zi,2)/(V_xi,2)
theta_i,2 = arctan(a2)

\\\\Entre t2 et t3 = phase propulsée i.e ré-allumage

m_étage 2 = M_2,i = M2,0 - dm_2.ti
P_i,2 = poussée calculée par méthode getloidePoussé21() associée à étage 2
\\reprise de pousée

X_i,2 = X_i-1,2 + (V_xi-1,2).dt_i +(1/2)(Gamma_xi,2).(dt_i)^2 \\selon x
Z_i,2 = Z_i-1,2 + (V_zi-1,2).dt_i +(1/2)(Gamma_zi,2).(dt_i)^2 \\selon z

\\\\Après t3
\\phase balistique donc plus de poussée dans le calcul de gamma

```

```

X_i,2 = X_i-1,2 + (V_xi-1,2).dt_i +(1/2)(Gamma_xi,2).(dt_i)^2 \\selon x
Z_i,2 = Z_i-1,2 + (V_zi-1,2).dt_i +(1/2)(Gamma_zi,2).(dt_i)^2 \\selon z
*****

```

Pendant les premiers instants du décollage, on pourra considérer que la fusée bi-étage est guidée par une rampe inclinée et surélevée. Il faudra le prendre en compte dans les données initiales ( $X_0$  et  $Z_0$ ) et écrire que  $\theta$  ( $= \theta_{rampe}$ ) va rester constant pendant cette période. On ne tiendra plus compte de la rampe lorsque l'altitude  $Z_i - Z_0$  sera supérieure à  $L.\sin(\theta_{rampe})$  ( $L$  = longueur de la rampe).

Pour la phase du parachute, sous l'action du poids et de la résistance de l'air seulement, la vitesse augmentera ou diminuera jusqu'à ce que la trainée égale le poids. L'accélération du mouvement étant alors nulle, la vitesse restera constante (vitesse limite  $V_l$ ).

```

P = R    V = Cste = V_l
M.g = (1/2).rho.S_para.C_x_para.V_l
V_l = (2.M.g/(rho.S_par.C_x_par))^(1/2)

\\avec V_l = vitesse limite

```

## 4 Conclusions

La prochaine étape du projet sera l'écriture de cet algorithme en JAVA, l'incorporer à la plateforme Pégase, réaliser des tests et corriger les éventuelles erreurs et/ou ajouter les détails qui pourraient manquer pour modéliser rigoureusement le vol bi-étage.