

# HFAA的M31之旅

命题: HFAA13.0 郭雨泽 2020年12月

注: 该试题包含理论(T)和实测(D)两种题型, 共12题, 其中理论8题, 实测4题. 理论部分请写出详细的推导过程和必要的解释说明, 实测部分按题目要求进行操作. 这份试题的难度(我认为)介于国决简答题和选拔赛之间, 也参考了一点国际赛的思路; 当然, 最重要的还是为了向CNAO致敬(确信)

M31仙女座大星系(Andromeda Galaxy, 古称奎宿增廿一)是最著名的河外星系之一, 也是天文爱好者们非常热衷于寻找的目标之一; 俗话说传统望远镜以打到M31为止(雾).

HFAA的成员们在经过省赛和国决的暴击后, 决定稍作休息. 但在这时间, 社长突然@了所有人. 大家问: “社长发生甚么事了?” 给大家发了几张截图. 大家一看, 哦! 源瀚氏佐天, 有两个年轻人; 塔们说, HFAA搞不了研究没用. 社长不服气. 他们说小朋友, 你两天来给我研究一个星系. 于是, 社长就来社团里找工具人了.

## I. 观测M31

阿猫们查到M31的坐标为 $\alpha = 00^{\text{h}}43^{\text{m}}52.9^{\text{s}}$ ,  $\delta = 41^{\circ}23'06.4''$ . 大家打算在深入研究之前, 先亲眼确认一遍M31是否存在(bushi). 于是大家来到了学校天文台. 由于光污染, 广州的目视极限星等约为4.0<sup>m</sup>(编的). 在晴天, M31的观测星等为3.44<sup>m</sup>.

(T1) 很可惜, 这一晚的天气并不好. 若大气介质的光深为 $\tau = 1.84$ , 那么这一晚能否用肉眼看到M31 (Yes/No)? 如果能, 请计算当大气光深升高到多少时不能用肉眼看到M31; 如果不能, 那么至少要用多大口径的望远镜才能勉强看到?

提示: 光深 $\tau$ 的定义为 $L = L_0 \cdot e^{-\tau}$ , 其中 $L_0$ 是原始光度,  $L$ 是经过介质消光后的光度.

(T2) 阿猫们搬出了一台 $D = 150 \text{ mm}$ ,  $f = 750 \text{ mm}$ 的折射式望远镜, 并装上25 mm的目镜. 由于寻星镜没有调好, 他们打到了一颗恒星. 经过查询, 他们认为这是M31附近的一颗恒星, 但由于编号太长, 让我们暂且称它为英座仙的日斤星. 日斤星的坐标为 $\alpha = 1^{\text{h}}58^{\text{m}}35.0^{\text{s}}$ ,  $\delta = 49^{\circ}12'28.8''$ , 距我们244.68 l.y. 那么, 如果要把M31调到视场中, 应该将望远镜调整多大角度?

## II. 火星之行

阿猫们最终成功打到M31, 但非常模糊, 分辨不出细节. 听闻火星上按照北京天文馆的样貌建成了火星天文馆(简称火馆), 并在沙尘暴过后完善了所有设施, 研究条件极好. 于是, 阿猫们决定叫几辆黑摩的前往火星.

(T3) 黑摩的司机不讲武德, 打出天价. 社长一拳就把他们鼻子打骨折了(请勿模仿). 阿猫们自己骑着黑摩的前往火星. 设当前地火距离为0.66 au且正在远离(如图1). 由于技术不佳, 阿猫们只能直线骑行(路线为直线). 设最新一代黑摩的速度为 $3 \times 10^6 \text{ m/s}$ , 那么在地球看来, 他们要骑行多久? 在他们自己看来又需要多久? (火星轨道半径取1.524 au, 结果精确到秒; 忽略广义相对论效应, 忽略两行星半径, 忽略加减速时间)

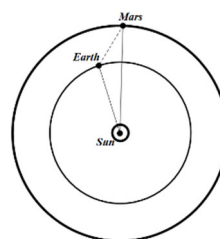


图 1

(T4) 半路上，社长的黑摩的燃料耗尽。如果不采取行动，社长会因引力作用偏离路线。但社长早已领悟2020年天文国决的精髓，拿出随身携带的巨大光帆，通过太阳辐射压力平衡引力，依靠惯性继续旅程。设社长质量为50 kg，试问光帆至少应多大？

提示：暂且认为光辐射压力  $F = \frac{L}{4\pi r^2} \frac{\sigma}{c}$ ，其中 $\sigma$ 为光散射截面。

(T5) 阿猫们最终顺利来到火星。在火馆前，竖立着一尊1 : 1的马门溪龙纪念碑，龙头处还做成了可转动的望远镜，眼睛作为镜头，物镜焦距为10000 mm，镶嵌在瞳孔中。M31的视大小为178' × 70'。如果将相机通过该望远镜拍摄M31，那么在照片上的M31尺寸将是\_\_ × \_\_？当M31与大阳系的距离是现在的多少倍时，用马门溪龙望远镜就只能看到一个亮点？

### III. 测量M31的距离

在火星天文馆，阿猫们遇见了小猪佩奇。据它所说，由于火星上没有泥巴，它无所事事，开始研究天体距离的测置。于是社长找到了一个研究方向：自己测量M31的距离。

测量距离有很多方法。哈勃当年利用造父变星测得了M31的距离，平息了宇宙岛之争。

表1是小猪佩奇在火星天文馆多年观测得到的7颗河内造父变星的光变周期、平均视星等及相对应的视差。

造父变星	$P$ (day)	$\langle V \rangle$ (mag)	$A_v$ (mag)	视差 (mas)	误差 (mas)
FF Aql	4.470916	5.372	0.64	4.28	0.18
X Sgr	7.012877	4.549	0.58	4.57	0.18
RT Aur	3.728190	5.446	0.20	3.66	0.19
IO Car	12.690000	11.101	1.72	0.26	—
I Car	35.551341	3.724	0.52	3.06	0.20
IR Cep	2.114124	7.784	1.30	2.93	0.18
V473 Lyr	1.490780	6.182	0.08	4.18	0.17

表1 7颗河内造父变星的相关数据

(D1) 造父变星的亮度与它的光变同期有着明显关系即  $L \propto P^\beta$ ，称为“周光关系”。但更常见的是它的绝对星等与周期的关系。

利用表1中的数据，在方格纸上作出一张线性的图表来推出V波段的周光关系，即求出 $\beta$ 。（标注你的图为Fig 1）

(D2) 根据(D1)得到的周光关系，利用表2中这颗M31中造父变星的数据，计算M31的大致距离。（要成功了吗??!!）

造父变星	$P$ (day)	$V$ (mag)
1	38.905	17.23

表2 M31中一颗造父变星的观测数据

社长兴奋地按动卡西欧fx-911 CN X，结果却与预期大有出入。怎么灰事？这时阿猫们想起来，M31中的这些造父变星都不是经典造父变星，周光关系的零点并不相同。

社长很尴尬. 马上就要到两天之期了. 这时学术部长指出, 他似乎记得利用食双星也可以测量M31的距离. 但火星天文馆并没有这方面数据. 他们只好(偷偷地)Google到了一张M31中一对食双星M31V J00443610+4129194的主伴星径向速度数据表. 他们还得知, 这对双星的总质量为 $37.1 \pm 2.9 M_{\odot}$ .

序号	轨道相位	主星径向速度 (km/s)	主星误差 (km/s)	伴星径向速度 (km/s)	伴星误差 (km/s)
1	-0.075	-70	$\pm 16$	-310	$\pm 20$
2	-0.050	-60	$\pm 20$	-275	$\pm 20$
3	0.27	-374	$\pm 8$	140	$\pm 25$
4	0.66	10	$\pm 12$	-410	$\pm 20$
5	0.68	57	$\pm 8$	-450	$\pm 20$
6	0.72	30	$\pm 4$	-458	$\pm 12$
7	0.93	-70	$\pm 16$	-310	$\pm 15$
8	0.95	-60	$\pm 20$	-270	$\pm 20$

表3 食双星M31V J00443610+4129194主星和伴星的径向速度测量数据

**(D3)** 利用表3中的数据, 在方格纸上用正弦曲线拟合这些数据点, 并据此求出两星质量比 $q$ . (标注你的图为Fig 2)

**(D4)** 兴奋的阿猫们利用火星天文馆的设备, 按照编号坐标找到这对双星, 测得它的视星等为17.16<sup>m</sup>. 于是, 请求出M31到我们的距离.

提示: 恒星的光度  $L \propto M^{3.5}$

#### IV. M31之旅

终于求出了M31的距离, 但如果现在回到地球, 那也已经超时了, 而且可能会碰到醒来的黑摩的司机, 他们需要避避风头.

阿猫们向小猪佩奇询问有什么地方可以玩, 它竟然问阿猫们想不想亲自去M31一趟. 原来, 在数年之前, 北京天文馆就收到了来自未来人的发明, 其中就包括了能使物体熵反转并随时间逆向移动的装置, 以及光速飞船. 于是, 阿猫们踏上了M31之旅

**(T6)** 当阿猫们向着M31前进的过程中, 他们所看到的M31面亮度(单位 mag/arcsec<sup>2</sup>)如何改变? 若想看到M31的亮度与满月(-12.74<sup>m</sup>)一样, 那么他们距离M31应多远?

**(T7)** 阿猫们来到M31中心附近, 发现了一颗类太阳G型星, 暂且称之为山石星. 这时他们回想起日斤星, 一查发现它也是类太阳G型星. 那么这山石星和日斤星相望的距离大概是多少? (保留五位有效数字)

**(T8)** 阿猫们在山石星惊奇地发现了一颗围绕其作近圆周运动的行星. 山石星的质量为 $1.2 M_{\odot}$ , 假设该行星的辐射率 $\epsilon$ 和反照率 $p$ 都和地球相同, 那么如果想拥有和地球一样的温度, 这颗行星围绕山石星的公转周期 $T$ 应该为多少?

这时社长眼前突然一亮,他身体一震,醒了过来.他正趴在桌子上,清晨的阳光从面前射来.窗台上,闪闪发光的,是很久以前收到的礼物星 河 草.....

(试题结束!)

### 常数表

万有引力常数  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

玻尔兹曼常数  $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

1

斯特藩-玻尔兹曼常数  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

1 au =  $1.50 \times 10^{11} \text{ m}$

地球质量  $M_{\oplus} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

地球半径  $R_{\oplus} = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$

地球反照率  $p = 0.39$

普朗克常数  $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J s}$

哈勃常数  $H_0 = 67.8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

真空光速  $c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$

1 pc = 206 265 au

太阳质量  $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$

太阳半径  $R_{\odot} = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$

太阳光度  $L_{\odot} = 3.83 \times 10^{26} \text{ W}$

太阳绝对星等  $\mathcal{M}_{\odot} = 4.80 \text{ mag}$

### 参考文献

[1] 往届IOAA试题, 2017–2019

[2] 往届IAO试题, 2001–2019

[3] 往届CNAO试题, 2016–2020

[4] F. Vilardell et al., 2018 A&A

[5] David Dunlap Observatory Database of Galactic Classical Cepheids (<https://www.astro.utoronto.ca/DDO/research/cepheids/cepheids.html>)

