

设  $Z$  是整数集合,  $X=\{(a, b) \mid a, b \in Z\}$ , 定义  $X$  上的二元运算  $\oplus$  和  $\otimes$  如下; 对任意  $(a_1, b_1), (a_2, b_2) \in X$ , 有:

$$(a_1, b_1) \oplus (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2), (a_1, b_1) \otimes (a_2, b_2) = (a_1 \times a_2, b_1 \times b_2),$$

其中  $+$ ,  $\times$  分别是整数加法与乘法。

证明:  $(X, \oplus, \otimes)$  是环, 如果此环有零因子请给出它们.