

第一次作业（6.1-6.2 节代数系统、群的定义）

1. 设 R 为实数集合，定义 R 上二元代数运算 $*$ 如下：

$$\text{对 } \forall x, y \in R, x*y = xy + x - y$$

1) 试计算 $3*5$ 、 $0*1$ ；

2) $*$ 运算是否满足交换律？是否满足结合律？

2. 设 Q 为有理数，其上利用数的加、乘、减定义一个运算 $*$ 如下： $a*b = a + b - ab$ 。

1) $(Q, *)$ 是半群吗？

2) 求单位元。

3) Q 中元素有逆元吗？如果有，请给出。

3. 设 Z 为整数集，定义 $a*b = a + b - 2$ ，其中 $+$ 、 $-$ 是 Z 上的加、减运算， a, b 是任意整数，证明： $(Z, *)$ 是一个群。