第一章

事件

- 关系：$A \subset B, A = B, \overline{A}$(互逆/对立), $AB = \varnothing$(互斥/互不相容), 独立
- 运算：$A + B, AB, A - B = A - AB = A\overline{B}$

文氏图---辅助解题

伯努利试验

概率

- 古典概型：$P(A) = \dfrac{n_A}{n}$
- 加法公式：
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$;
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$(若 $AB = \varnothing$)

  $P(A \cup B \cup C) = ?$
- 减法公式：
  $P(A - B) = P(A) - P(AB)$;
  $P(A - B) = P(A) - P(B)$(若 $B \subset A$)

  $P(ABC) = ?$
- 条件概率：$P(B \mid A) = \dfrac{P(AB)}{P(A)} (P(A) > 0)$ $\begin{cases} P(AB) = P(A)P(B \mid A) \\ P(A \mid \overline{B}) = 1 - P(\overline{A} \mid \overline{B}) \end{cases}$
- 全概率公式：$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B \mid A_i)$, A_i为一个Ω的划分
- 贝叶斯公式：$P(A_i \mid B) = \dfrac{P(B \mid A_i)P(A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(B \mid A_j)P(A_j)}$

应用题

事件

- 随机事件的关系：包含、相等、互斥、对立、独立
- 运算：和、差、积运算
- 运算律：交换、结合、分配、对偶律

概率

- 基本性质：
- 概率公式：加法公式、减法公式、条件概率及乘法公式
- 用事件独立性进行概率计算

三大概型

- 古典概型
- 几何概型
- 伯努利概型--二项概率公式

全概率、贝叶斯

- 全概率公式及贝叶斯公式的应用

20212　考察互斥关系(AB=Φ)

若事件A与B互斥,且$P(A)>0, P(B)>0$,则下列式子成立的是(D)

(A) P(A|B)=P(A)； (B) P(A|B)>0； (C) P(AB)=P(A)P(B)； (D) P(A|B)=0.

15161　考察对立关系　$A=\overline{B}, B=\overline{A}$

设A, B为对立事件,$0<P(B)<1$,则下列概率值为1的是(B)

$(A)\ P(\overline{A}\,|\,\overline{B})$;　$(B)\ P(\overline{A}\,|\,B)$;

$(C)\ P(B\,|\,A)$;　$(D)\ P(AB)$.

19201　考察事件的运算

下列等式不成立的是(D)

$(A)\ A=AB\cup A\overline{B}$;　$(B)\ A-B=A\overline{B}$;

$(C)\ (AB)(A\overline{B})=\Phi$;　$(D)\ (A-B)\cup B=A$.

19202 考察减法公式

设随机事件A与B满足$P(A)=0.4, P(A-B)=0.4$,则(C)

(A) A与B互不相容；

(B) AB是不可能事件；

(C) AB未必是不可能事件；

(D) P(A)=0或P(B)=0.

16171 考察减法公式

设随机事件A与B,若$P(A)=0.61, P(A-B)=0.22$,则$P(\overline{AB})=$(0.61)

21222 考察加法公式和对偶律

设随机事件A与B,若$P(A)=0.6, P(A|B)=1$,则$P(\overline{A}\,\overline{B})=$(0.4)

19202

已知$P(A)=1/5, P(B|A)=1/2, P(B)=1/4$,则$P(\overline{A}\,\overline{B})=$(13/20)

19201

已知$P(AB)=P(\overline{A}\cap\overline{B})$,且$P(A)=0.4$,则$P(B)=$(0.6)

14151 考察独立性

设$P(A)=0.8, P(B)=0.7, P(A|B)=0.8$,则下列结论正确的是(C)

(A) A与B互不相容； (B) $A\subset B$;

(C)A与B 相互独立； (D) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

21222 考察独立性

$P(A|B)=1-P(\overline{A}|\overline{B})=P(A|\overline{B})$

设$0<P(A)<1, 0<P(B)<1, P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$,则事件$A$与$B$(C)

(A) 互不相容； (B) 是对立事件； (C) 相互独立； (D) 不独立。

18191 考察加法公式和独立性

已知事件A和B相互独立，且$P(A)=0.4, P(B)=0.5$,则$P(A\cup B)=$(0.7)

17181 考察加法公式和独立性

已知事件A和B相互独立，且$P(A)=0.3, P(A\cup\overline{B})=0.7$,则$P(B)=$(3/7)

19202 考察独立性事件概率计算

设每次试验成功的概率为$p(0<p<1)$,则独立重复进行试验直到第n次才取得成功的概率为 $\underline{\quad p(1-p)^{n-1}\quad}$.

19201 考察几何概型

在一个均匀陀螺的圆周上均匀地刻上(0,1)内所有实数，旋转陀螺，陀螺停下时，圆周与桌面的接触点位于$(1/3,2/3)$内的概率为 $\underline{\quad 1/3\quad}$.

18191 考察古典概型

某人忘记了电话号码的最后一位数字，因而他在拨打到最后一位时采取随机拨号，则他拨号不超过3次而接通所需电话的的概率为 $\underline{\quad 0.3\quad}$.

$$\frac{1}{10}+\frac{9\times1}{10\times9}+\frac{9\times8\times1}{10\times9\times8}$$

14151　　利用独立性和加法公式计算条件概率

甲乙两人独立地对同一目标射击一次，其中命中率分别为0.6和0.5，现已知目标被击中，则它是甲击中的概率为 <u>0.75</u> .

16171　　考察古典概型和条件概率

A

抛掷两颗均匀的骰子，已知两颗骰子点数之和为7点，则其中一颗为1点的概率为 <u>1/3</u> .

B

$$P(B\mid A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{2/36}{6/36}=\frac{1}{3}.$$

19201

有两箱同种零件，在第一箱内装10件，其中有9件是一等品；在第二箱内装15件，其中有7件是一等品。现从两箱中随机地取出一箱，然后从该箱中取两次零件，每次随机地取出一个零件，取出的零件均不放回。求(1)第一次取出的零件是一等品的概率；(2)在第一次取出的零件是一等品的条件下，第二次取出的零件是一等品的概率。

21222

某医院用某种新药医治流感，对病人进行试验，其中3/4的人服用此药，1/4的病人不服用此药，5天后有70%的病人痊愈。已知不服药的病人5天后有10%可以自愈。(1)求该药的治愈率；(2)若某病人5天后痊愈，求他是服此药而痊愈的概率。 0.9 27/28

背

- **随机变量**
  - 定 义
  - 事件的表示
  - 分 类 → 离散型、连续型
  - 分布函数 → 定义、定义域、值域、四个性质、求事件概率
    - 求$F(x)$中的未知系数
- **随机变量的分布**
  - 离散型
    - 分布律及其性质、分布律与分布函数的关系
    - 特殊分布：两点、二项、泊松、几何
  - 连续 型
    - 密度函数及其性质、密度与分布函数的关系
    - 特殊分布：均匀、标准正态、一般正态、指数
      - $\Phi(x),\varphi(x)$,查表、计算概率、相关结论
      - 标准化
  - 随机变量函数的分布
    - 离散型
    - 连续型
      - 严格单调，58页公式
      - 用$F(x)$求$f(x)$

针对离散型随机变量要掌握的内容有:

(1)判断是否为离散型随机变量, 即掌握其定义;

(2)会求分布律及分布函数, 以及两者之间的相互推导;

(3)会利用分布律和分布函数求某些事件的概率,

如 $P\{a < X < b\}$ 等;

(4)会利用分布律的性质求待定常数;

(5)对几种特殊的离散型分布, 要记住它们的分布律公式.

特别是两点分布、二项分布、泊松分布.

针对连续型随机变量要掌握的内容有：

- 连续型随机变量、密度函数、分布函数的定义
- 密度函数的性质，分布函数的连续性
- 利用密度函数求 $P\{X \in G\}$
- 密度函数、分布函数之间的相互推导
- 常见分布的密度函数、参数的范围以及分布的缩写

1. 均匀分布$U[a, b]$、指数分布$E(\lambda)$
2. 一般正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的密度函数（记住！）
3. 标准正态分布$N(0, 1)$及其查表、上α分位点
4. 一般正态分布与标准正态分布的关系（标准化）

16171

设连续型随机变量X的分布函数在某区间的表达式为$\dfrac{1}{1+x^2}$,其余部分为常数,写出此分布函数的完整表达式 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1+x^2}, & x<0,\\ 1, & x\geq 0.\end{cases}$

16171

设随机变量X的分布函数为$F(x)$,在下列概率中可表示为$F(a)-F(a-0)$的是(C)

(A) $P\{X\leq a\}$; (B) $P\{X>a\}$; (C) $P\{X=a\}$; (D) $P\{X\geq a\}$.

19201 设随机变量X的分布函数$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \frac{1}{2}, & 0\leq x<1,\\ 1-e^{-x}, & x\geq 1,\end{cases}$

则$P\{X=1\}=$ $\underline{\quad \frac{1}{2}-e^{-1} \quad}$.

20212

设连续型随机变量X的概率密度$f(x)$为偶函数，且分布函数$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$,则对任意正常数$a$,$P\{|x|>a\}$为(A)

(A) $2-2F(a)$; (B) $1-F(a)$; (C) $2F(a)$; (D) $2F(a)-1$.

19202

设连续型随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases} A+Be^{-x}, & x>0, \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$

求(1)常数A和B；(2)X的概率密度；(3)$Y=2X$的概率密度。

19201

设连续型随机变量X的概率密度$f(x)$为偶函数，且分布函数$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

则对任意实数a,有(A)

(A) $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$;　(B) $F(-a)=1-\int_0^a f(x)dx$;

(C) $F(-a)=F(a)$;　(D) $F(-a)=2F(a)-1$.

18191

若要$f(x)=\cos x$成为随机变量X的概率密度，则X的可能取值区间为(　A　)

$(A)\ [0,\frac{\pi}{2}].$　　$(B)\ [\frac{\pi}{2},\pi].$　　$(C)\ [0,\pi].$　　$(D)\ [\frac{3\pi}{2},\frac{7\pi}{4}].$

13141

设连续型随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases} ke^{x}, & x<0, \\ \frac{1}{4}, & 0\le x<2, \\ 0, & x\ge 2, \end{cases}$

求(1)常数k；(2)X的分布函数$F(x)$. (3)$P\{-1<X<1.5\}$；(4)$E(X)$.

15161 求一维离散型随机变量的分布律

1. 已知甲、乙两箱中装有同种产品，其中甲箱中装有 2 件合格品和 2 件次品，乙箱中仅装有 2 件合格品，现从甲箱中随机地取出 2 件放入乙箱，求：（1）乙箱中次品数 X 的概率分布；（2）从乙箱中任取一件是次品的概率.

20212

设随机变量X在区间(a,b)上服从均匀分布，已知$P\{X<0\}=P\{X>2\}=\frac{1}{4}$，则$a=$ ___-1___.

15161

设随机变量$X \sim B(2,0.1)$，则$P\{X=1\}=$ ___0.18___.

17181

某公共汽车站每隔5分钟有一辆汽车到站，在该站等车的乘客可全部乘上这辆车，假设各乘客到达该站的时间是随机的且相互独立，求(1)一位乘客等车时间超过3分钟的概率;(2)在该站上车的5位乘客中恰有2位等车时间超过3分钟的概率。

18191

设随机变量$X \sim N(0,1), Y = 2X+1$,则Y服从(A).

(A) N(1,4); (B) N(0,1); (C) N(1,1); (D) N(0,2).

13141

设随机变量$X \sim N(0,1)$,对给定的$\alpha(0<\alpha<1)$,数u_α满足$P\{X>u_\alpha\}=\alpha$,若$P\{|X|<x\}=\alpha$,则x等于(C).

$(A)\ \ u_{\frac{\alpha}{2}}$; $(B)\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}}$; $(C)\ \ u_{\frac{1-\alpha}{2}}$; $(D)\ \ u_{1-\alpha}$.

19201

设随机变量$X \sim N(\mu,\sigma^2)\ \ (\sigma>0)$,记$P = P\{X \le \mu+\sigma^2\}$,则(C)

(A) p随着μ的增加而增加; (B) p随着μ的增加而减少;

(C) p随着σ的增加而增加; (D) p随着σ的增加而减少。

19202

已知某生产线上生产的产品测量误差$X \sim N(0,10^2)$,求对3件产品独立测量中至少有1次误差的绝对值大于16.45的概率(已知$\Phi(1.645)=0.95$).

17181 设随机变量X的概率分布为

X	0	1	2	3
P	0.1	0.2	0.6	0.1

若随机变量$Y=(X-2)^2$,则$P\{Y=1\}=$____0.3_____.

21222, 16171

设随机变量X服从参数为1的指数分布，若$Y=X^2$,求Y的概率密度函数$f_Y(y)$.

20212

设随机变量X服从标准正态分布，若$Y=X^2$,求Y的概率密度函数$f_Y(y)$.

设Y的分布函数为$F_Y(y)$, 当$y \le 0$时，$F_Y(y)=P\{Y \le y\}=P\{X^2 \le y\}=0;$

当$y>0$时，$F_Y(y)=P\{Y \le y\}=P\{X^2 \le y\}$

$=P\{-\sqrt{y} \le X \le \sqrt{y}\}=F_X(\sqrt{y})-F_X(-\sqrt{y}).$

从而当$y>0$时，$f_Y(y)=\frac{1}{2\sqrt{y}}f_X(\sqrt{y})+\frac{1}{2\sqrt{y}}f_X(-\sqrt{y}).$