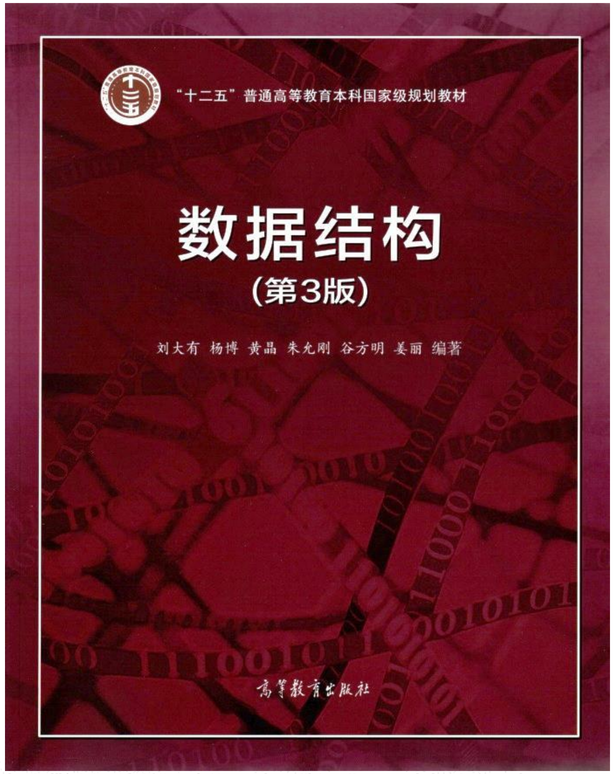
think.create.solve




# 线性表查找

顺序查找
对半查找
斐波那契查找
插值查找
分块查找
再谈对半查找

数据之法
结构之美
算法之道

Last updated on 2022.12

zhuyungang@jlu.edu.cn

Gennady Korotkevich（ID:tourist）
世界大学生编程第一人
2次ACM/ICPC全球总决赛冠军
4次Facebook骇客杯世界编程大赛冠军
8次Google世界编程挑战赛冠军
6次Topcoder国际编程公开赛冠军
3次中学生信息学奥赛IOI世界冠军
首位世界编程大赛大满贯选手
俄罗斯圣彼得堡ITMO大学博士


失败只会让我更想赢
——tourist

# 查找的基本概念

- **定义：** 查找亦称**检索**。给定一个文件包含$n$个记录（或称元素、结点），每个记录都有一个关键词域。一个<u>查找算法</u>，就是对给定的值<u>$K$</u>，在文件中找关键词等于$K$的那个记录 。
- **查找结果：** 成功、失败。
- **平均查找长度：** 查找一个元素所作的关键词平均比较次数，是衡量一个查找算法优劣的主要标准。

# 无序表的顺序查找

**在线性表$R_1,R_2,\ldots,R_n$中查找关键词等于K的元素：从线性表的起始元素开始，逐个检查每个元素$R_i$ $(1\le i \le n)$，若查找成功，返回K在R中的下标，若查找失败，返回-1。**

```
int Search(int R[], int n, int K){
  for(int i=1;i<=n;i++)
    if(R[i]==K) return i;
  return -1;
}
```

# 平均查找长度（Average Search Length, ASL）

➢ 查找**成功**的平均查找长度：

$$ASL_{succ} = \sum_{i=1\cdots n} P_i \times C_i$$

$$= \frac{1}{n}\sum C_i$$

$$= \frac{1}{n}\sum i = \frac{1}{n}\frac{n(n+1)}{2}$$

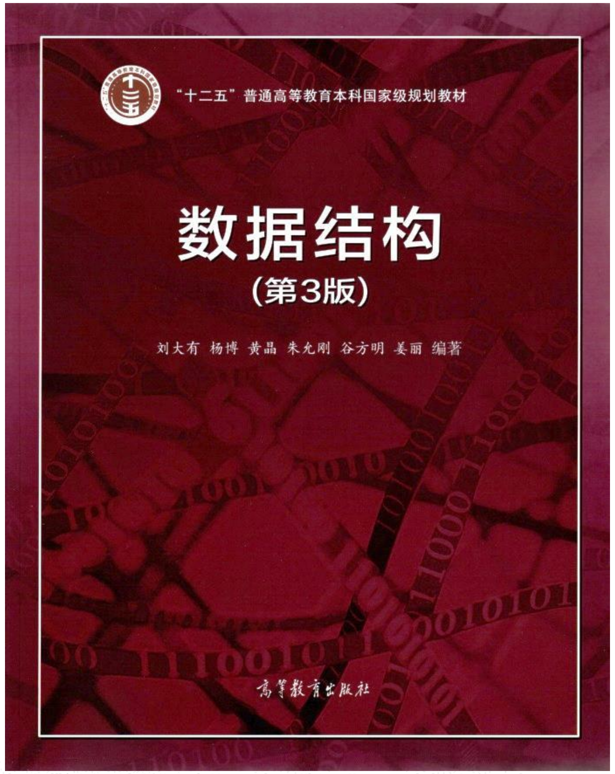
$$= \frac{n+1}{2}$$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | … | … | n |

➢ 查找**失败**的查找长度：$ASL_{unsucc}=n+1$

➢ 顺序查找的时间复杂度：O($n$)

think.create.solve




# 线性表查找

顺序查找

**对半查找**

斐波那契查找

插值查找

分块查找

再谈对半查找

数据之法
结构之美
算法之道

Last updated on 2022.12

zhuyungang@jlu.edu.cn

# 有序表的二分查找

- $R_1, R_2, \ldots, R_n$按照关键词递增有序。
- **选取一个位置*i***$(1 \le i \le n)$，比较$K$和$R_i$，若:
  - ✓$K < R_i$，[ $K$只可能在$R_i$左侧，不必考虑$R_i, \ldots, R_n$ ]
  - ✓$K = R_i$，[ 查找成功结束 ]
  - ✓$K > R_i$，[$K$只可能在$R_i$右侧，不必考虑$R_1, \ldots, R_i$ ]
- 使用不同的规则确定$i$，可得到不同的二分查找方法：对半查找、斐波那契查找、插值查找等。

| | | |
|---|---|---|
| $R_1$，$R_2$，…，$R_{i-1}$ | $R_i$ | $R_{i+1}$，…，$R_N$ |

# 对半（折半）查找

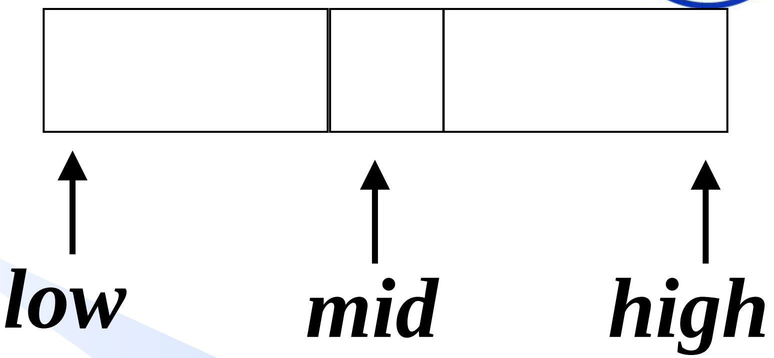
- *K*与待查表的中间记录的关键词 $R_{\lfloor n/2 \rfloor}$比较，有三种可能结果：

  ① $K < R_{\lfloor n/2 \rfloor}$， ② $K = R_{\lfloor n/2 \rfloor}$， ③ $K > R_{\lfloor n/2 \rfloor}$

  由情况 ① 和 ③ 能确定下一次应到表的哪一半中去查找，即将查找范围缩小一半，由情况 ② 知查找成功结束；

- 对确定的那一半重复上述过程，直至找到所查记录或确定该记录不在表中。

# 对半查找




```
int BinarySearch(int R[],int n, int K){
   //在数组R中对半查找K, R中关键词递增有序
   int low = 1, high = n, mid;
   while(low <= high){
      mid=(low+high)/2;
      if(K<R[mid]) high=mid-1;        //在左半部分查找
      else if(K>R[mid]) low=mid+1;    //在右半部分查找
      else return mid;                //查找成功
   }
   return -1;       //查找失败
}
```

**时间复杂度**
**O(log*n*)**

# 例：查找 *K*=96 时对半查找过程（4次比较成功）

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 23 | 26 | 37 | 54 | 60 | 68 | 75 | 82 | 96 |
| ↑low=1 | | | | | | | | | ↑high=10 |
| 12 | 23 | 26 | 37 | 54 | 60 | 68 | 75 | 82 | 96 |
| ↑low=1 | | | | ↑mid=5 | | | | | ↑high=10 |
| 12 | 23 | 26 | 37 | 54 | 60 | 68 | 75 | 82 | 96 |
| | | | | | ↑low=6 | | ↑mid=8 | | ↑high=10 |
| 12 | 23 | 26 | 37 | 54 | 60 | 68 | 75 | 82 | 96 |
| | | | | | | | | low=9↑ | ↑high=10 |
| | | | | | | | | mid=9↑ | |
| 12 | 23 | 26 | 37 | 54 | 60 | 68 | 75 | 82 | 96 |
| | | | | | | | | | ↑mid=10 |
| | | | | | | | | | low=high=10↑ |

# 查找 *K*=58 时对半查找过程（3次比较，查找失败）

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 23 | 26 | 37 | 54 | 60 | 68 | 75 | 82 | 96 |

12 23 26 37 54 60 68 75 82 96

low=1 mid=5 high=10

12 23 26 37 54 60 68 75 82 96

low=6 mid=8 high=10

12 23 26 37 54 60 68 75 82 96

low=6 high=7

mid=6

12 23 26 37 54 60 68 75 82 96

high=5 low=6

# 二叉判定树

为便于分析算法的时间复杂度，采用二叉树表示查找过程

对于有序表$R_{low}$, $R_{low+1}$ ,…, $R_{high}$，对半查找的二叉判定树T(low, high)的递归定义如下：

- 当high-low+1 ≤ 0时：T(low, high)为空；
- 当high-low+1 > 0时：
  - ✓T(low, high)的根结点是$\lfloor(low+high)/2\rfloor$;
  - ✓根结点的左子树是$R_{low}$,…,$R_{\lfloor(low+high)/2\rfloor-1}$对应的二叉判定树；
  - ✓根结点的右子树是$R_{\lfloor(low+high)/2\rfloor+1}$,…,$R_{high}$对应的二叉判定树。

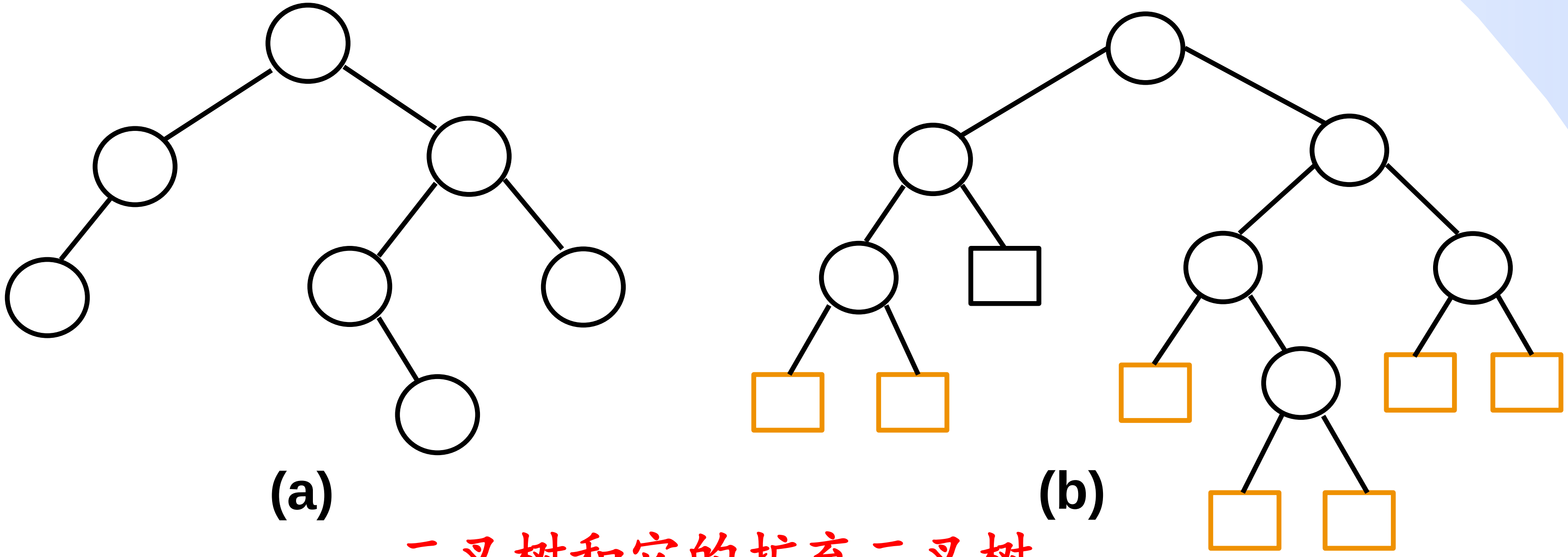
| | | |
|---|---|---|
| low, … , $\lfloor(low+high)/2\rfloor$ -1 | $\lfloor(low+high)/2\rfloor$ | $\lfloor(low+high)/2\rfloor$+1, …, high |

# 回顾：扩充二叉树

当二叉树中出现一个空的子树时，就增加特殊的结点，由此生成的二叉树称为扩充二叉树。称圆形结点为内结点，方形结点为外结点。

图(*a*)所示的二叉树的扩充二叉树如图(*b*)所示。

二叉判定树是一棵扩充二叉树。



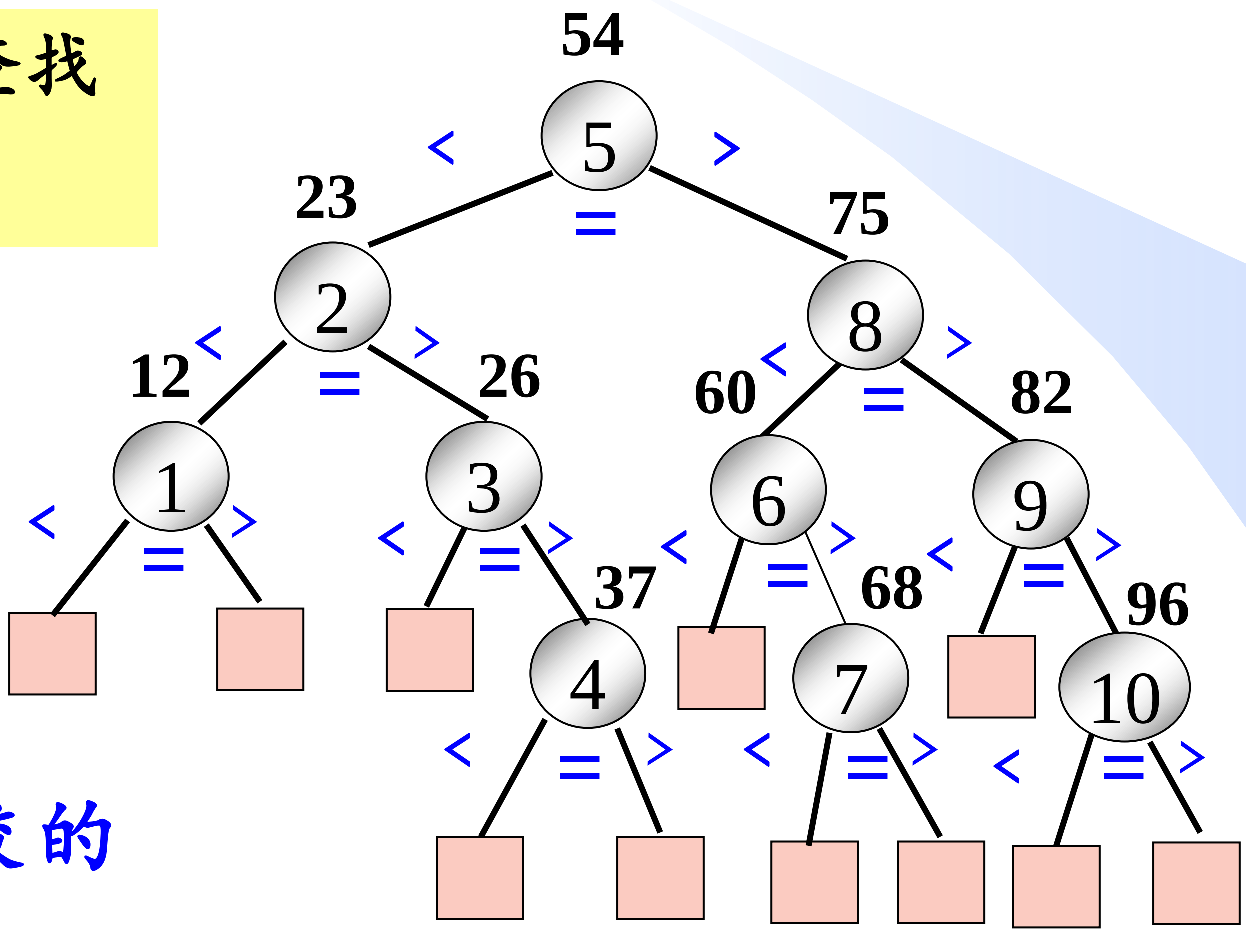
(a) (b)

二叉树和它的扩充二叉树

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 23 | 26 | 37 | 54 | 60 | 68 | 75 | 82 | 96 |
| ↑low=1 | | | | | | | | | ↑high=10 |

**T(1, 10)的对半查找**
**二叉判定树**

每个圆圈结点表示
与一个关键词的比较

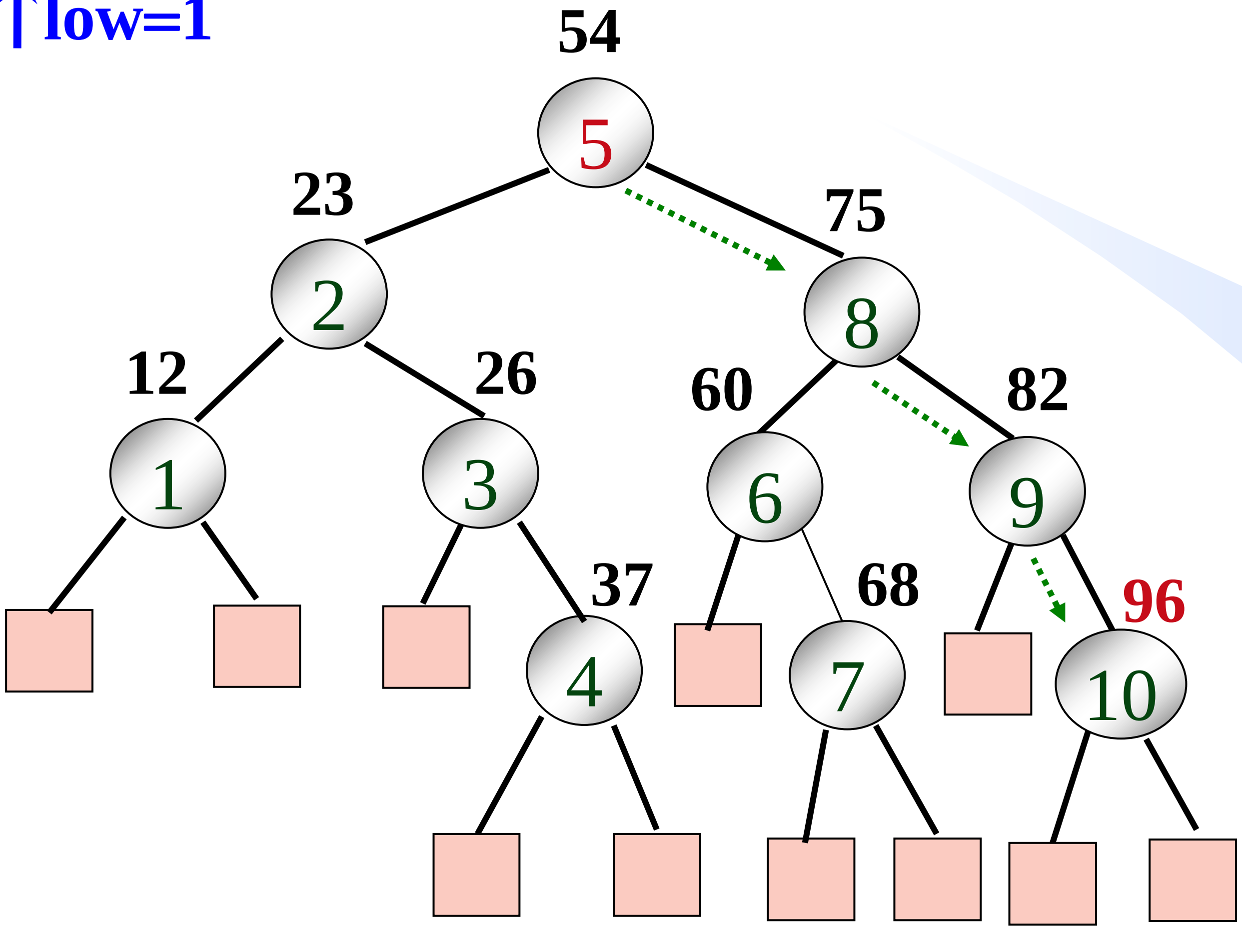



结点值：关键词比较的位置（下标）

**查找K=96**
**成功情况**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 23 | 26 | 37 | 54 | 60 | 68 | 75 | 82 | 96 |

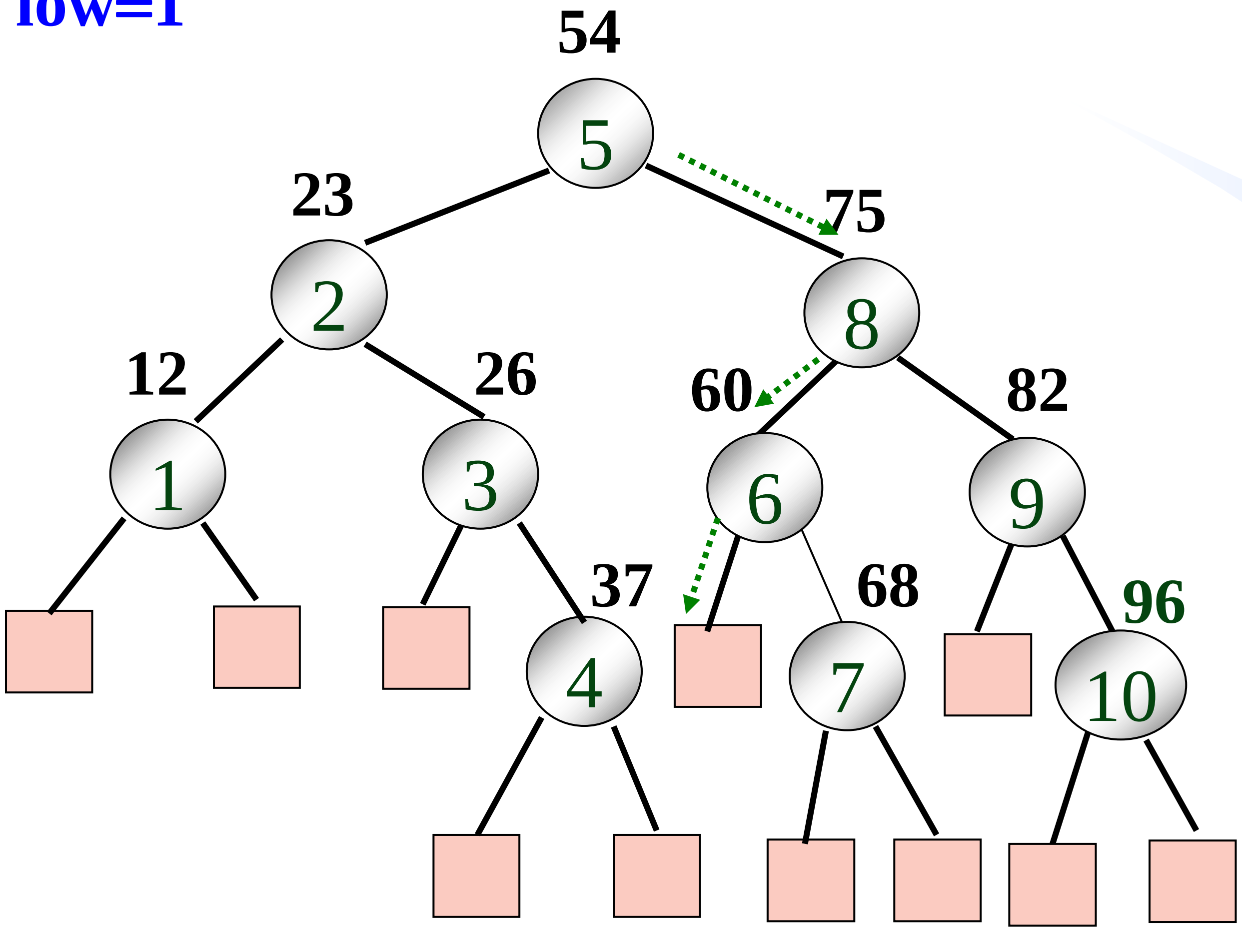
↑low=1　　↑high=10




**对半查找算法的每次成功查找正好对应判定树的一个内结点，元素比较次数为该结点的深度加1，即从根到该结点所经过的结点数。**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 23 | 26 | 37 | 54 | 60 | 68 | 75 | 82 | 96 |

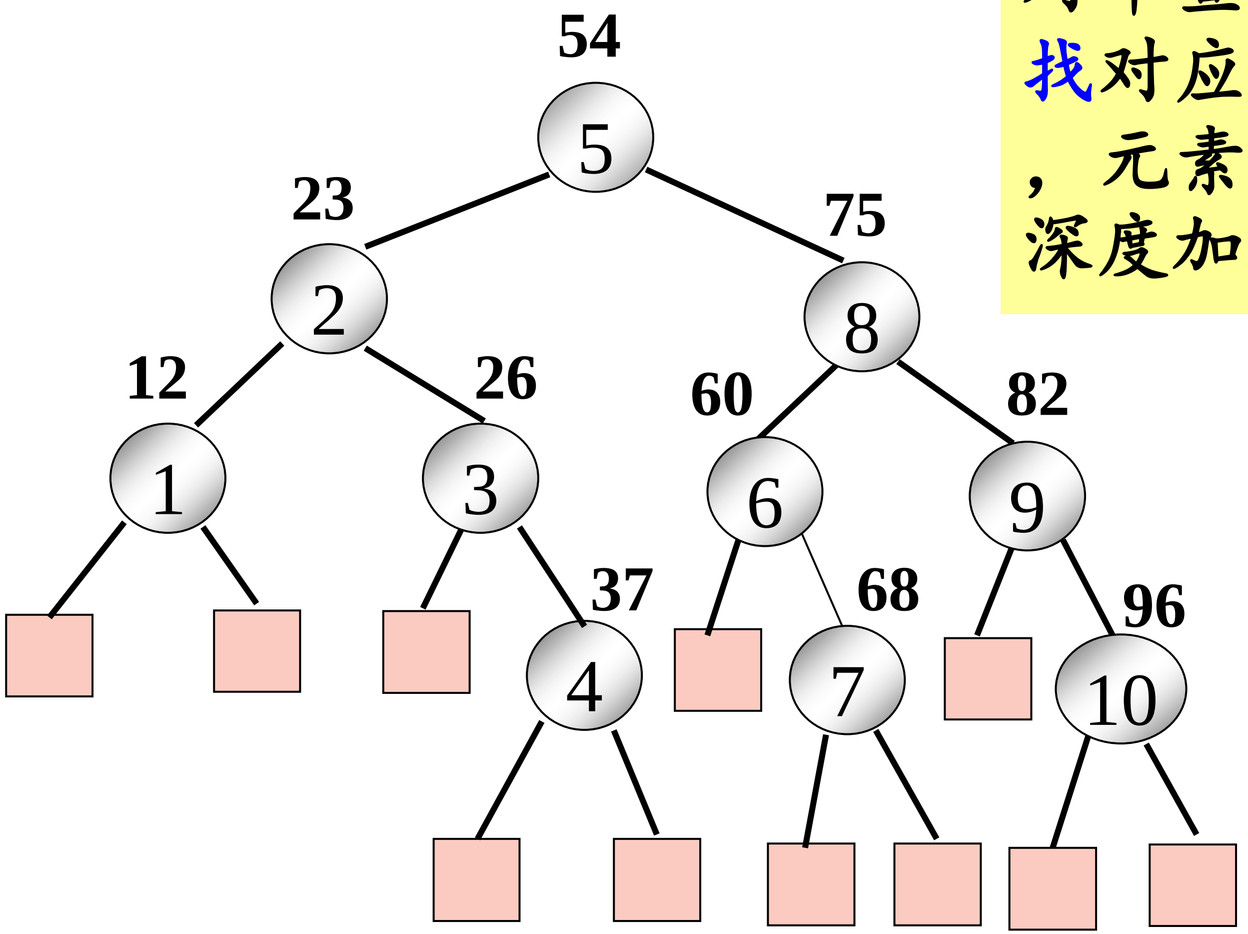
↑**low=1** ↑**high=10**




**查找K=58**
**失败情况**

每次**不成功的查找**对应判定树的一个**外结点**，元素比较次数恰好为**该结点深度，即根到该节点所经过的内结点数。**

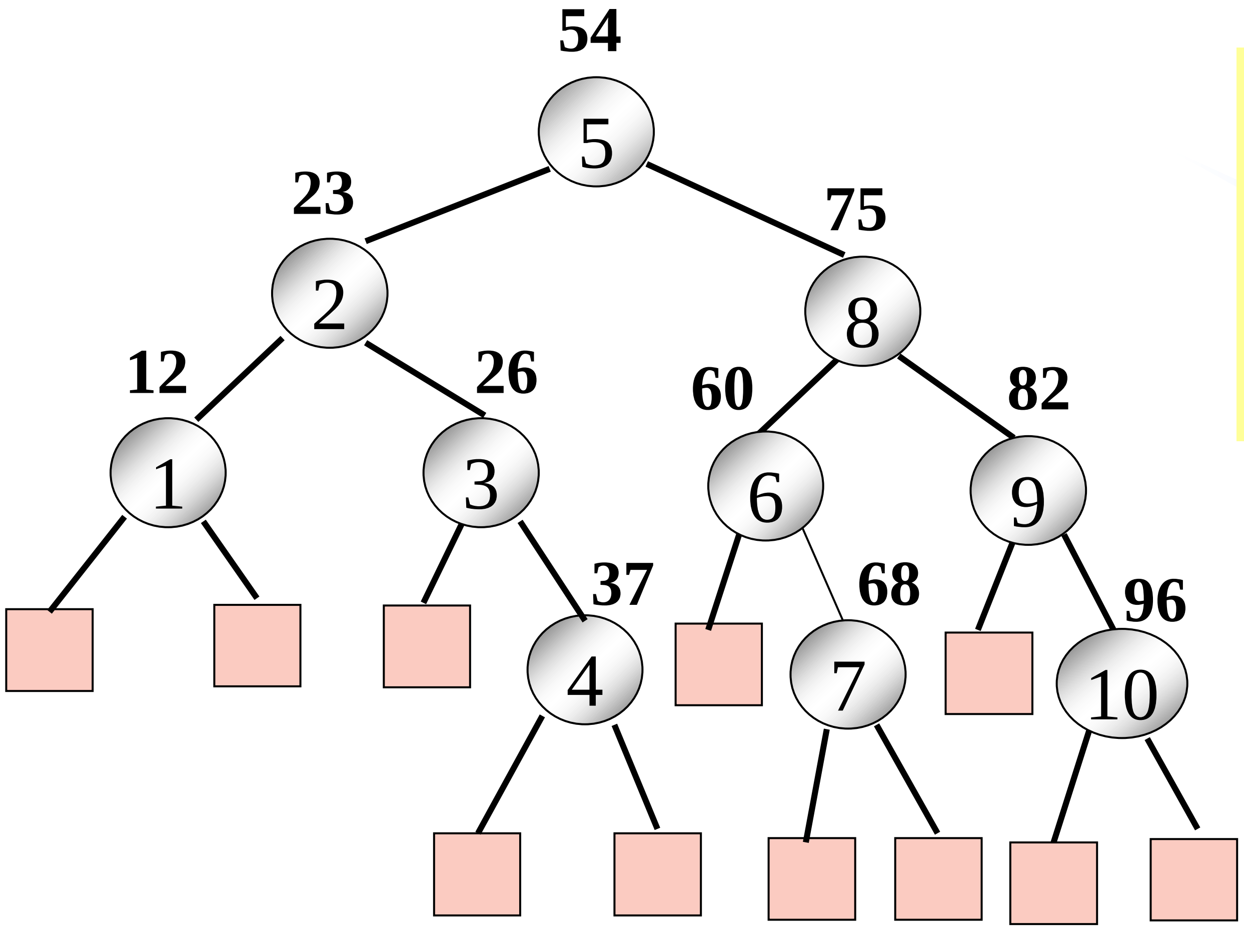
# 查找成功的平均查找长度




对半查找算法的每次成功查找对应判定树的一个内结点，元素的比较次数为该结点深度加1。

$$ASL_{SUCC} = (1*1+2*2+4*3+3*4)/10 = 29/10 = 2.9$$

# 查找失败的平均查找长度




每次不成功的查找对应判定树的一个外结点，关键词的比较次数恰好为该结点深度。

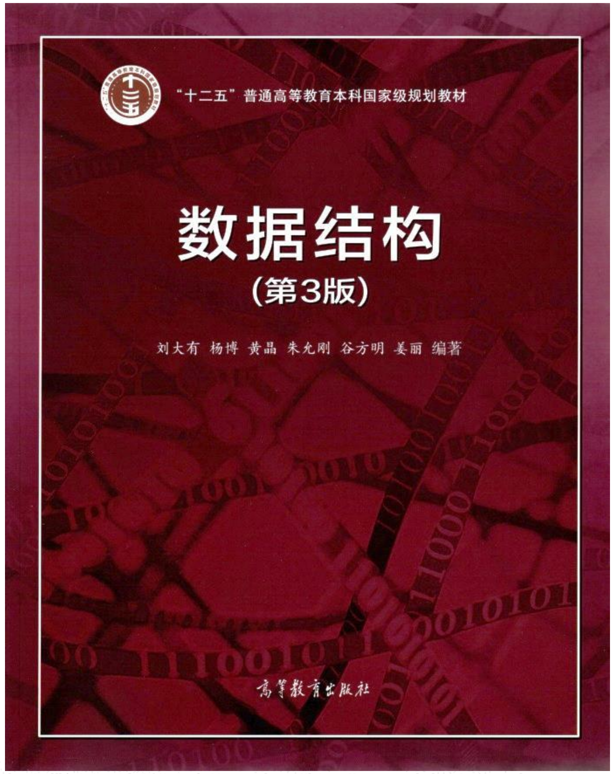
$ASL_{UNSUCC} = (5*3+6*4)/11 = 39/11$

$K_1\ K_2\ K_3 \dots K_{n\text{-}1}\ K_n$

# 对半查找总结

- 优点：查找效率为O(logn)，比顺序查找高。
- 缺点：只适用于有序表，且限于顺序存储结构，对线性链表难以进行对半查找。

think.create.solve




# 线性表查找

查找的基本概念

顺序查找

对半查找

**斐波那契查找**

插值查找

分块查找

再谈对半查找

数据之法
结构之美
算法之道

Last updated on 2022.12

zhuyungang@jlu.edu.cn

# Fibonacci查找

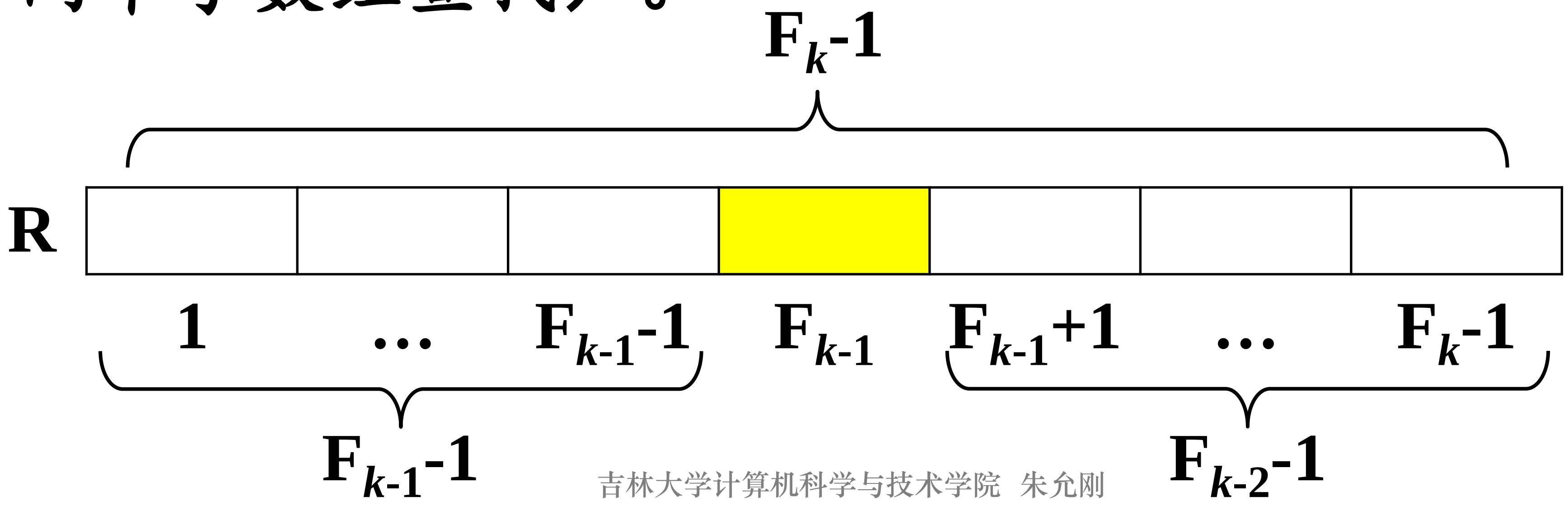
- Fibonacci 序列：0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ……

  $F_0=0$，$F_1=1$，

  $F_k=F_{k-1}+F_{k-2}$，$j\geq 2$

- 斐波那契（Fibonacci）查找：折半查找的改进，以Fibonacci序列的分划代替对半查找的均匀分划。

- 设有一个长度为$F_k-1$的有序数组R。下标 $F_{k-1}$ 将数组分为三部分：
  - ✓ 左子数组R[1]…R[$F_{k-1}$-1]； 长度为$F_{k-1}-1$
  - ✓ $F_{k-1}$；
  - ✓ 右子数组R[$F_{k-1}$+1]…R[$F_k$-1]；长度为$F_k-1-F_{k-1}=F_{k-2}-1$
- 原数组长度和左右两个子数组长度均为某个Fibonacci数-1，即把大问题（对大数组查找）分解为两个结构相同的子问题（对两个子数组查找）。



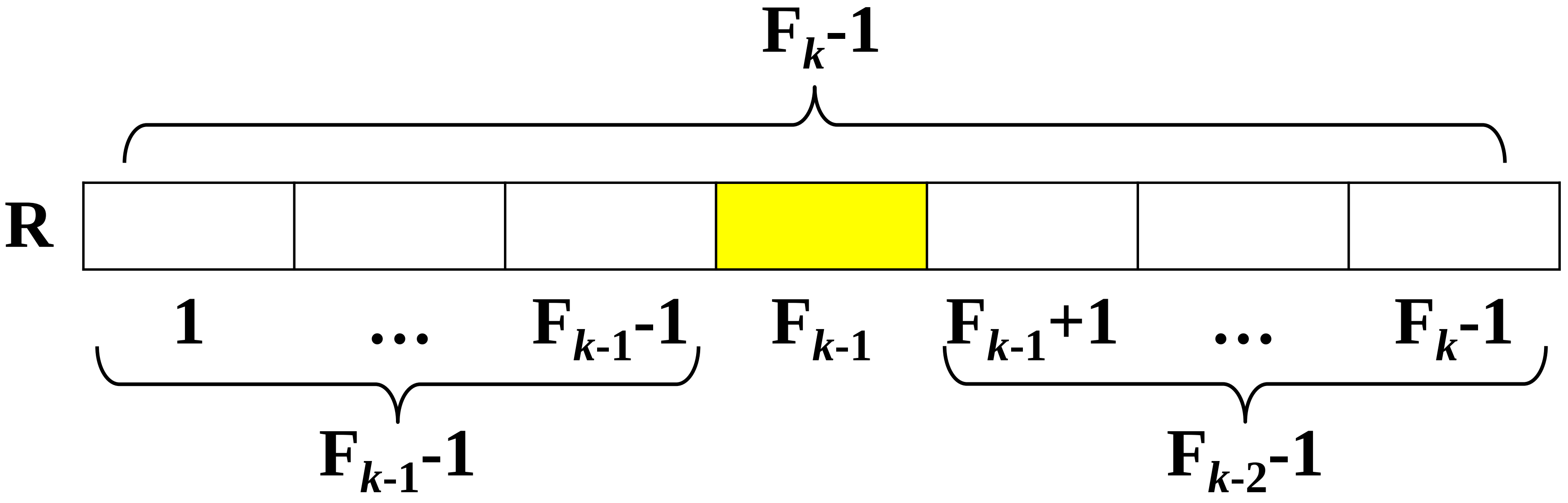
# Fibonacci查找

假定数组中元素个数$n$是某个Fibonacci数减1，即$n=F_k-1$。把$K$与$R[F_{k-1}]$比较，若：

- $K < R[F_{k-1}]$：在$R[1] \ldots R[F_{k-1}-1]$内继续查找；
- $K > R[F_{k-1}]$：在$R[F_{k-1}+1] \ldots R[F_k-1]$内继续查找；
- $K == R[F_{k-1}]$：则查找成功。

$k$-1阶Fibonacci查找

$k$-2阶Fibonacci查找

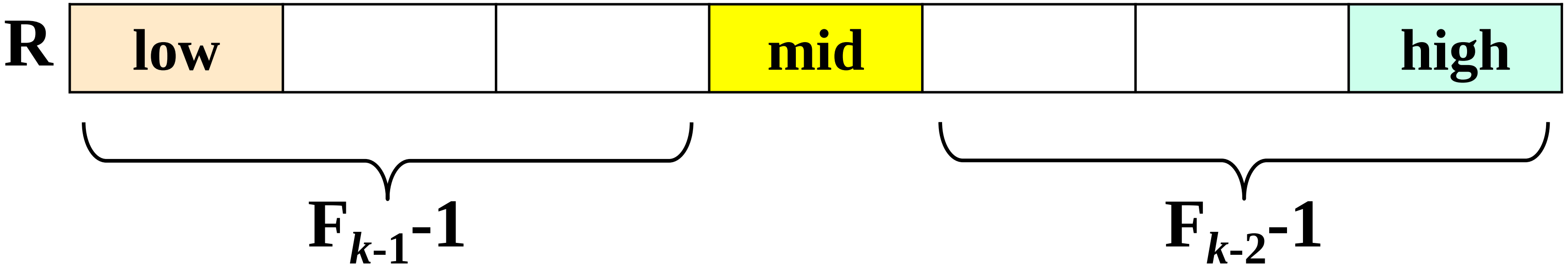



对长度为$F_k-1$的数组进行Fibonacci查找，不妨简称为$k$阶Fibonacci查找

```
int Fib_Search(int R[], int n, int K, int F[], int k){
//对有序文件R1,…,Rn进行Fibonacci查找，假定Fibonacci数列存于数组F,且
//数组长度n=F[k]-1，若查找成功，返回K在R中下标，否则返回-1
    int low=1,high=n;
    while(low <= high){
       int mid=low+F[k-1]-1;
       if(K<R[mid]) {high=mid-1; k--;}
       else if(K>R[mid]) {low=mid+1; k-=2;}
       else return mid;
    }
    return -1;
}
```

对左侧子数组进行 $k$-1阶Fibonacci查找

对右侧子数组进行 $k$-2阶Fibonacci查找



```
int Fib_Search(int R[], int n, int K, int F[], int k){
//对有序文件R1,…,Rn进行Fibonacci查找，假定Fibonacci数列存于数组F

    int low=1,high=n;
    while(low <= high){
       int mid=low+F[k-1]-1;
       if(K<R[mid]) {high=mid-1; k--;}
       else if(K>R[mid]) {low=mid+1; k-=2;}
       else return (mid<n)? mid:n;
    }
    return -1;
}
```

对左侧子数组进行$k$-1阶Fibonacci查找

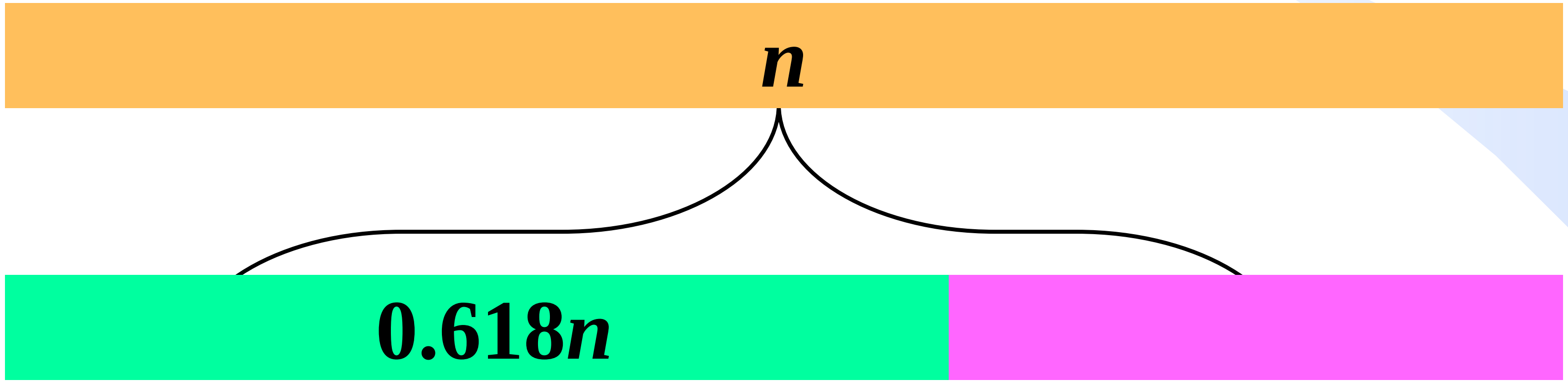
对右侧子数组进行$k$-2阶Fibonacci查找

若数组长度$n$不等于Fibonacci数减1，则令$k=\min_{k}\{F_k-1\geq n\}$，把数组长度扩充至$F_k$-1，将$R[n+1]$至$R[F_k-1]$用$R[n]$补全

| R | 15 | 16 | 23 | 56 | 98 | 98 | 98 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | … | … | … | $n$ | … | $F_k$-1 |

# Fibonacci查找

- 本质：在黄金分割点处对数组划分。




$$\lim_{k\to\infty}\frac{F_{k-1}}{F_k}=0.618\ldots$$

$F_k$为第$k$个斐波那契数

# Fibonacci查找

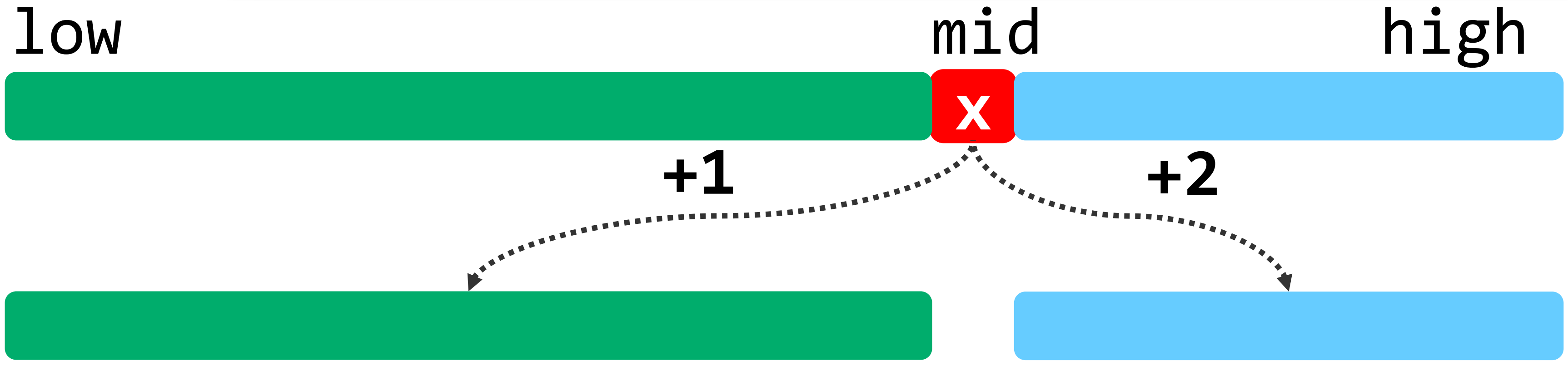
- 平均和最坏情况下的时间复杂性为$O(\log_2 n)$。
- 总体运行时间略快于对半查找算法。
- 算法不涉及乘除法，而只涉及加减法。

```
int Fib_Search(int R[], int n, int K, int F[], int k){
    int low=1,high=n;
    while(low <= high){
        int mid=low+F[k-1]-1;
        if(K<R[mid]) {high=mid-1; k--;}
        else if(K>R[mid]) {low=mid+1; k-=2;}
        else return mid;
    }
    return -1;
}
```

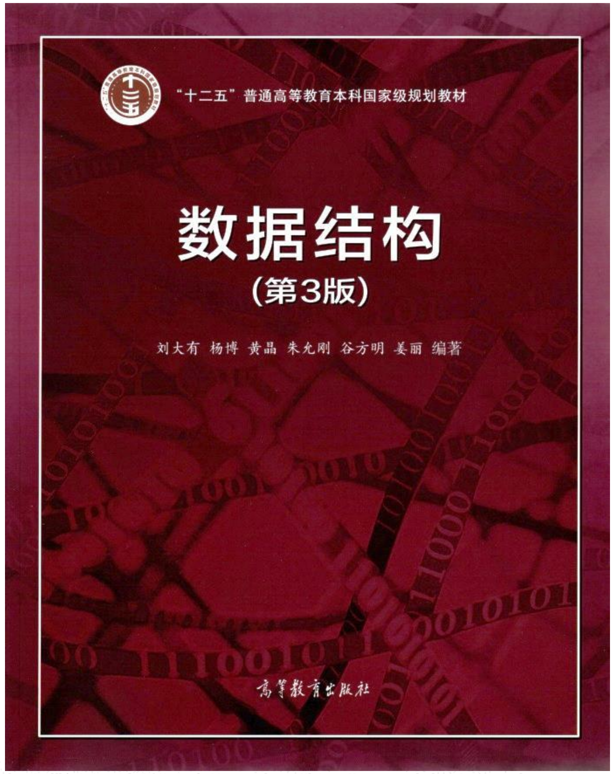
# Fibonacci查找

- 左区间较右区间长，使查找过程中进入左区间概率更大。而转向左区间前所做的关键词比较次数更少，从而使查找过程中关键词比较的总次数更少。

```
while(low <= high){
    int mid=low+F[k-1]-1;
    if(K<R[mid]) {high=mid-1; k--;}
    else if(K>R[mid]) {low=mid+1; k-=2;}
    else return mid;
}
```



think.create.solve




# 线性表查找

查找的基本概念

顺序查找

对半查找

斐波那契查找

**插值查找**

分块查找

再谈对半查找

数据之法
结构之美
算法之道

Last updated on 2022.12

zhuyungang@jlu.edu.cn

# 插值查找

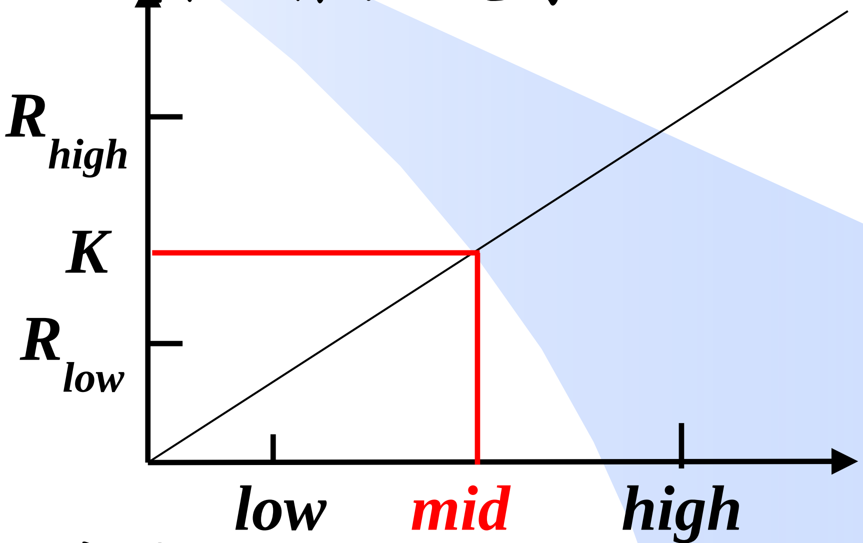
➢ 假设：有序数组**R**中元素**均匀**随机分布，例如

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **10** | **20** | **30** | **40** | **50** | **60** | **70** | **80** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |

➢ 于是，**R[*low*]…R[*high*]**内各元素应大致呈线性增长关系

$$\frac{mid-low}{high-low} \approx \frac{K-R_{low}}{R_{high}-R_{low}}$$

$$mid \approx low + \frac{K-R_{low}}{R_{high}-R_{low}}(high-low)$$

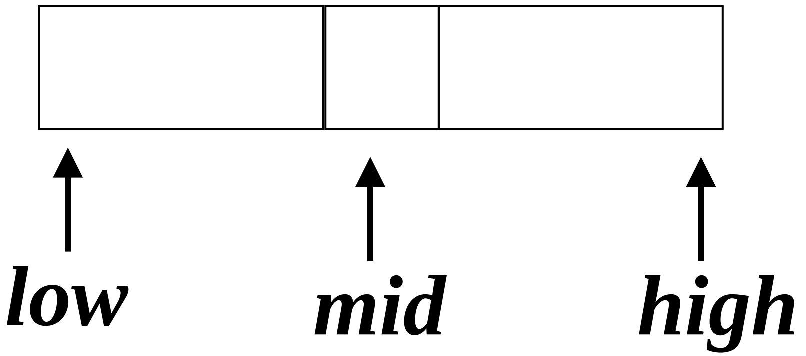



➢ 每次迭代过程中，通过线性插值预测***K***的期望位置***mid***。

➢ 回顾对半查找：$mid = \dfrac{low+high}{2} = low + \dfrac{1}{2}(high-low)$

# 插值查找

```
int Interpolation_Search(int R[], int n, int K){
    int low=1, high=n, mid;
    while(low<=high && K>=R[low] && K<=R[high]){
       if(low==high) return low;
       mid=ceil(low+(K-R[low])*(high-low)/(R[high]-R[low]));
       if(K<R[mid]) high = mid-1;
       else if(K>R[mid]) low = mid+1;
       else return mid;
    }
    return -1;
}
```



在英文词典查找单词“zoo”，你为什么不用对半查找法，而直接从字典的后面找？

# 插值查找时间复杂度

姚期智
图灵奖获得者
中国科学院院士
美国科学院外籍院士
哈佛大学博士
加州大学伯克利分校教授（1981-1982）
斯坦福大学教授（1982-1986）
普林斯顿大学教授（1986-2004）
清华大学教授（2004-现在）

储枫
麻省理工学院博士
清华大学教授

**姚期智及夫人储枫证明：插值查找算法每经一次迭代，平均情况下待查找区间的长度由$n$缩至$\sqrt{n}$。**

AC Yao and FF Yao. The Complexity of Searching an Ordered Random Table. Proceedings of the 17th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, (1976) 173-177.

# 插值查找时间复杂度

| 初始长度 | 第1次迭代后 | 第2次迭代后 | 第3次迭代后 | | 第k次迭代后 |
|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | $\sqrt{n}$ | $\sqrt{\sqrt{n}}$ | $\sqrt{\sqrt{\sqrt{n}}}$ | …… | 2 |

- 元素比较的次数 = 迭代的次数。
- 假定$k$次迭代，则 $n^{\left(\frac{1}{2}\right)^k} = 2$
- 平均时间复杂度O(loglog$n$).
- 最坏情况：元素分布极不均匀；最坏时间复杂度O($n$).

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 9999 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

# 插值查找总结

- 从O(log$n$)到O(loglog$n$)优势并不明显（除非查找表极长，或比较操作成本极高）。

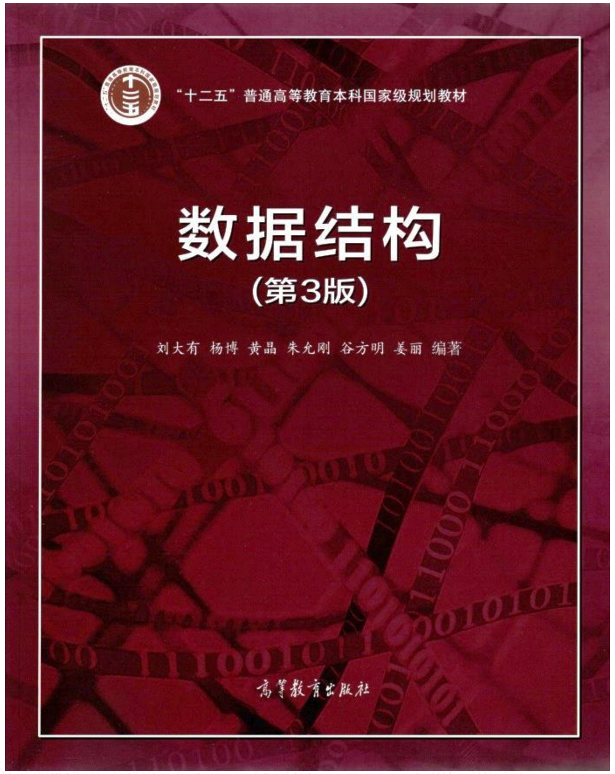
  比如$n=2^{32}\approx 42.9$亿

  $\log n = \log 2^{32} = 32$

  $\log\log n = \log 32 = 5$

- 需引入乘除法运算。
- 元素分布不均匀时效率受影响。
- 实际中可行的方法：首先通过插值查找迅速将查找范围缩小到一定的范围，然后再进行二分查找或顺序查找。

think.create.solve




# 线性表查找

查找的基本概念

顺序查找

对半查找

斐波那契查找

插值查找

**分块查找**

再谈对半查找

数据之法
结构之美
算法之道

Last updated on 2022.12

zhuyungang@jlu.edu.cn

# 分块查找

索引表

| | | | |
|---|---|---|---|
| 最大关键字 | 22 | 50 | 86 |
| 起始地址 | 1 | 7 | 13 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 22 | 12 | 13 | 8 | 9 | 20 | 33 | 42 | 44 | 38 | 24 | 50 | 60 | 58 | 74 | 51 | 86 | 53 |

第1块　　第2块　　第3块

将大数组分成若干子数组（块），每个块中的数值都比后一块中数值小（块内不要求有序），建一个索引表记录每个子表的起始地址和各块中的最大关键字

# 分块查找

索引表

| | | | |
|---|---|---|---|
| 最大关键字 | 22 | 50 | 86 |
| 起始地址 | 1 | 7 | 13 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 22 | 12 | 13 | 8 | 9 | 20 | 33 | 42 | 44 | 38 | 24 | 50 | 60 | 58 | 74 | 51 | 86 | 53 |

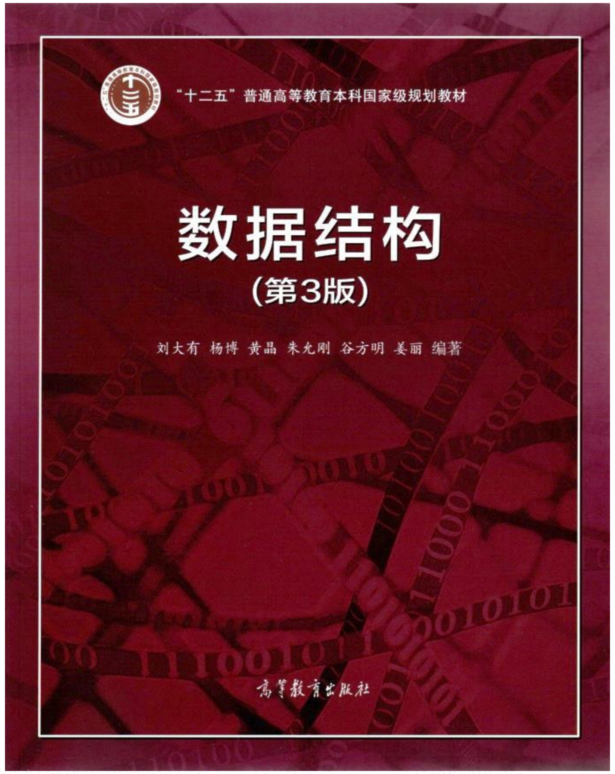
第1块　　第2块　　第3块

查找过程

① 对索引表使用对半查找（因为索引表是有序表）

② 确定了关键字所在的块后，在块内采用顺序查找

think.create.solve




# 线性表查找

查找的基本概念

顺序查找

对半查找

斐波那契查找

插值查找

分块查找

**再谈对半查找**

数据之法

结构之美

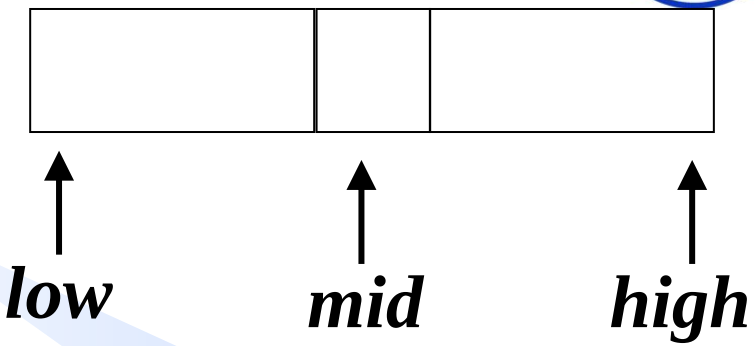
算法之道

zhuyungang@jlu.edu.cn

Last updated on 2022.12

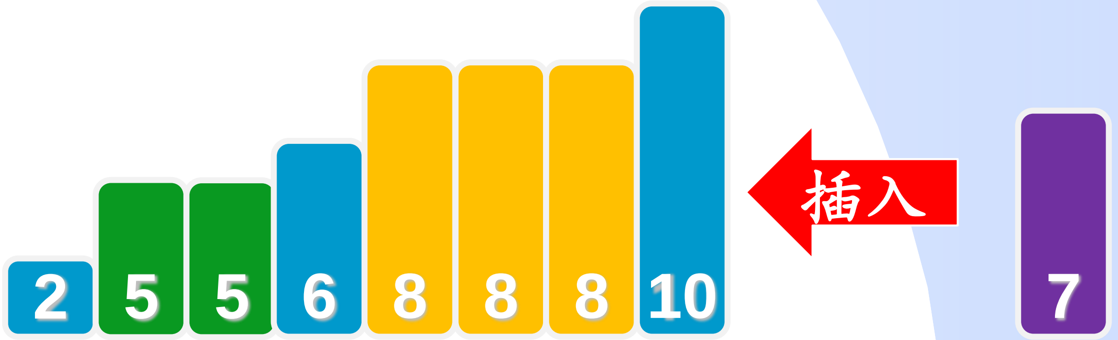
# 回顾——传统对半查找

```
int BinarySearch(int R[],int n, int K){
    //在数组R中对半查找K, R中关键词递增有序
    int low = 1, high = n, mid;
    while(low <= high){
        mid=(low+high)/2;
        if(K<R[mid]) high=mid-1;          //在左半部分查找
        else if(K>R[mid]) low=mid+1;      //在右半部分查找
        else return mid;                  //查找成功
    }
    return -1; //查找失败
}
```



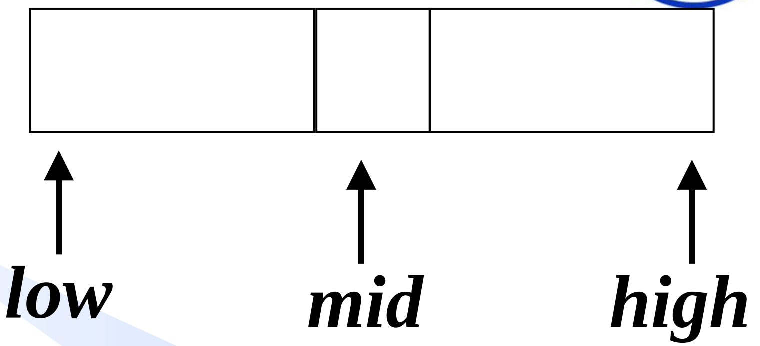

更好的方案：返回更多信息

- 若查找失败，能给出查找失败的位置，便于新元素插入



# 回顾——传统对半查找

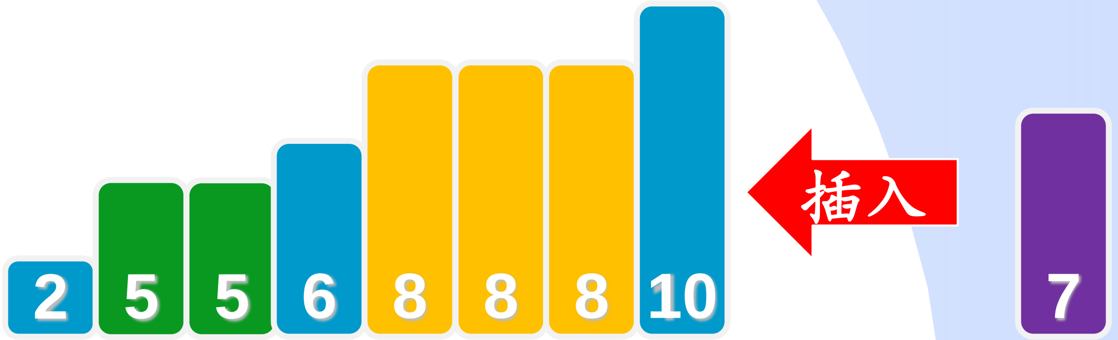
```
int BinarySearch(int R[],int n, int K){
    //在数组R中对半查找K, R中关键词递增有序
    int low = 1, high = n, mid;
    while(low <= high){
        mid=(low+high)/2;
        if(K<R[mid]) high=mid-1;          //在左半部分查找
        else if(K>R[mid]) low=mid+1;      //在右半部分查找
        else return mid;                  //查找成功
    }
    return -1; //查找失败
}
```




返回:

(1) 大于等于K的第一个位置

(2) 小于等于K的最后一个位置

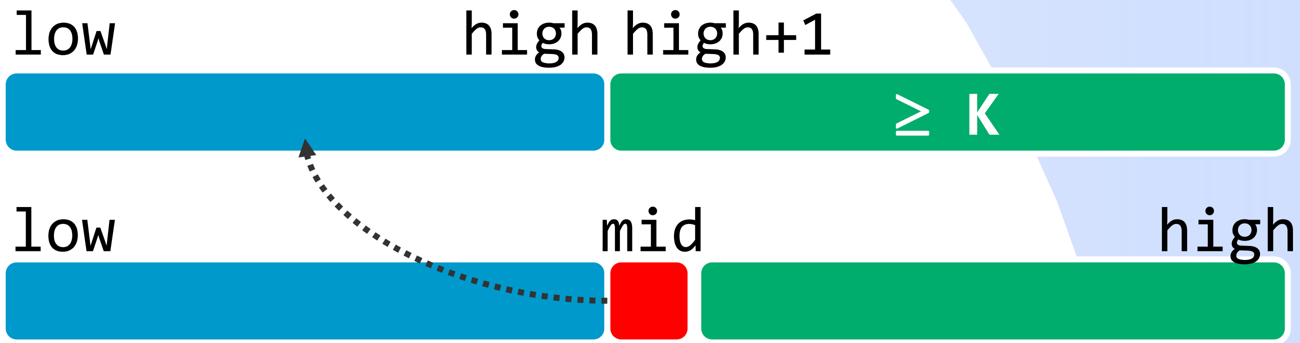


# 大于等于K的第一个位置

```
int BinarySearch2(int R[], int n, int K){
    int low = 1, high = n;
    while(low <= high){
        int mid = (low + high)/2;
        if(K <= R[mid]) high = mid-1;
        else low = mid + 1;
    }
    return low;
}
```

课下思考：若不存在≥K的位置，函数返回何值？

**high+1是目前确定的≥K的第一个位置**



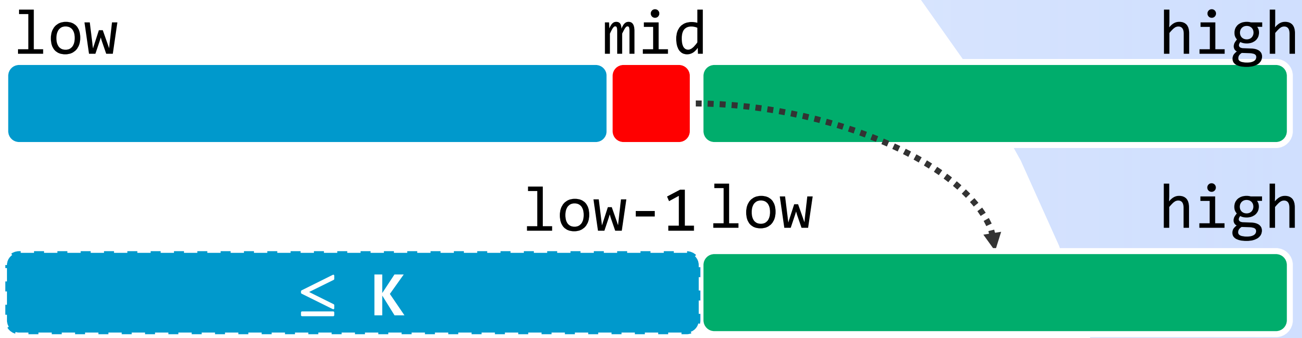

**算法终止时**

**low=high+1为≥ K的第一个位置**

# 小于等于K的最后一个位置

```
int BinarySearch3(int R[], int n, int K){
    int low = 1, high = n;
    while(low <= high){
        int mid = (low + high)/2;
        if(K < R[mid]) high = mid-1;
        else low = mid + 1;
    }
    return high;
}
```

课下思考：若不存在≤K的位置，函数返回何值？




**low-1是目前确定的≤K的最后一个位置**

**算法终止时**
**high=low-1为≤K的最后一个位置**

# 例题：第一个/最后一个等于K的位置

给定有序整型数组*R*和一个整数*K*，找出*K*在数组中开始位置和结束位置，若*K*不在*R*中则返回-1，数组下标从0开始。【华为、字节跳动、百度、阿里、美团、小米、360、谷歌、微软、苹果面试题】

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 7 | 8 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

# 第一个等于K的位置

**策略：先找≥K的第一个位置，再看该位置的元素是否等于K**

```
int LeftBound(int R[], int n, int K){
    int low = 0, high = n - 1;
    while(low <= high){  //先找≥K的第一个位置
        int mid = (low + high)/2;
        if(K <= R[mid])  high = mid-1;
        else low = mid + 1;
    } //此时low为≥K的第一个位置
    if(low<n && R[low]==K) return low;
    return -1;
}
```

时间复杂度

$O(\log n)$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 6 | 6 | 6 | 8 | 9 |

课下思考：low==n意味着什么

# 最后一个等于K的位置（右边界）

策略：先找≤K的最后一个位置，再看该位置元素是否等于K

```
int RightBound(int R[], int n, int K){
    int low = 0, high = n - 1;
    while(low <= high){  //找≤K的最后一个位置
        int mid = (low + high)/2;
        if(K < R[mid])  high = mid-1;
        else low = mid + 1;
    } //此时high为≤K的最后一个位置
    if(high>=0 && R[high]==K) return high;
    return -1;
}
```

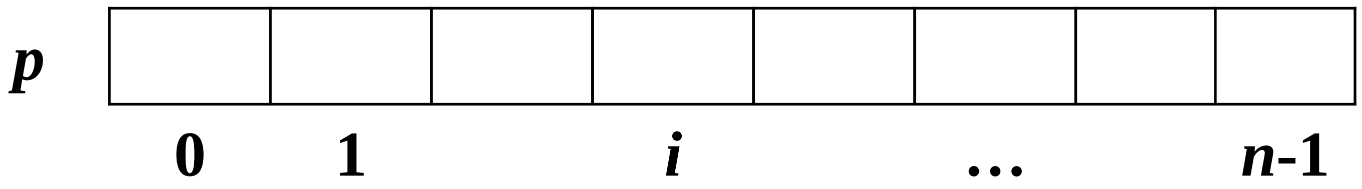
时间复杂度 $O(\log n)$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 6 | 6 | 6 | 8 | 9 |

课下思考：high==0意味着什么

# 二分搜索答案

珂珂喜欢吃香蕉。有$n$堆香蕉，第$i$堆中有$p[i]$根香蕉。假定她吃香蕉的速度$s$，即每个小时她将会选择一堆香蕉，从中吃掉$s$根。如果这堆香蕉少于$s$根，她将吃掉这堆的所有香蕉，然后这一小时内不会再吃更多的香蕉。编写程序计算她可以在$H$小时内吃掉所有香蕉的最小速度$s$。【华为、字节跳动、招商银行、中国移动、谷歌、苹果面试题】



# 常规（暴力）解法

➢ $s$的最小值1，$s$的最大值max{$p$[$i$]}

```
for(s=1; s<=max{p}; s++){
    if(以速度s能在H时间内吃完香蕉) return s;

bool CanEat(int p[],int n, int s, int H){
    long time = 0;
    for(int i=0; i<n; i++)
        time +=ceil(1.0*p[i]/s);
    return time<=H;
}
```

相当于有一个新的数组，下标是s，元素值是以速度s能否在H小时内吃完香蕉。暴力方案相当于从左往右扫描数组，找第一个元素值≥1的位置

时间复杂度
O($nm$)
$m$=max{$p$[$i$]}

以速度s能否在H小时内吃完香蕉
0表示不能；1表示能

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | … | $s$ | … | $Max\{p\}$ |

# 新策略——二分搜索答案

- 可通过二分查找来确定$s$。
- 找满足条件的最小s（在下面递增有序的数组里找元素值≥1的第一个位置）。

以速度s能否在H小时内吃完香蕉
0表示不能；1表示能

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | … | $s$ | … | $Max\{p\}$ |

# 二分搜索答案

```
int MinEatingSpeed(int p[], int n, int H) {
    int low=1, high=-1;  //high存max{p[i]}
    for(int i=0;i<n;i++) if(p[i]>high) high=p[i];
    while(low<=high){
        int mid = (low+high)/2;
        if(CanEat(p,n,mid,H)) high = mid-1;
        else low = mid+1;
    }
    return low;
}
```

时间复杂度
$O(n\log m)$
$m=\max\{p[i]\}$

| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | … | *mid* | … | *Max*{*p*} |

# 自愿性质OJ练习题

- ✓ LeetCode 34（找第一/最后等于K的位置）
- ✓ LeetCode 35（找≥K的第一个位置）
- ✓ LeetCode 875（珂珂吃香蕉）
- ✓ LeetCode 74
- ✓ LeetCode 153
- ✓ LeetCode 33
- ✓ LeetCode 162