保密★启用前

2021-2022 学年第二学期期末考试

《概率论与数理统计 A》

考生注意事项

1．答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生**学号**和考生姓名；在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生**学号**，并涂写考生**学号**信息点。
2．选择题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，非选择题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题册上答题无效。
3．填(书)写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
4．考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

(以下信息考生必须认真填写)

考生教学号								
考生姓名								

一、选择题：共 6 小题,每小题 3 分,满分 18 分．下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的．请将答案写在答题卡上,写在试题册上无效．

1. 设 $0<P(A)<1, 0<P(B)<1, P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$,则事件 A 与 B ( ).

(A) 互不相容； (B) 是对立事件； (C) 相互独立； (D) 不独立.

2. 已知二维随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布 $N(\mu,\mu,\sigma^2,\sigma^2,0)$,则在 $Y=y$ 的条件下, X 的条件概率密度为 $f_{X|Y}(x|y)=$ ( ).

(A) $f_X(x)$； (B) $f_Y(y)$； (C) $f_X(x)f_Y(y)$； (D) $\dfrac{f_X(x)}{f_Y(y)}$.

3. 设随机变量 X_1与X_2 相互独立,分布函数分别为 $F_1(x)$与$F_2(x)$,则随机变量 $Y=\min\{X_1,X_2\}$ 的分布函数为( ).

(A) $F_1(x)F_2(x)$ ； (B) $F_1(x)+F_2(x)$；

(C) $\{1-F_1(x)\}\{1-F_2(x)\}$ ； (D) $F_1(x)+F_2(x)-F_1(x)F_2(x)$.

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 为来自总体 X 的简单随机样本,其中 $P\{X=0\}=P\{X=1\}=\dfrac{1}{2}$, 记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数,则利用中心极限定理可得 $P\left\{\sum_{i=1}^{100}X_i\le 55\right\}$ 的近似值为 ( ).

(A) $1-\Phi(1)$； (B) $\Phi(1)$； (C) $1-\Phi(0.2)$； (D) $\Phi(0.2)$.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, $X_1,X_2,\cdots,X_n(n>1)$ 是取自总体 X 的简单随机样本, $\overline{X},S^2$ 分别为样本均值和样本方差,则下列结论不正确的是( ) .

(A) $\overline{X}\sim N(\mu,\dfrac{\sigma^2}{n})$； (B) $\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$；

(C) $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n)$; (D) $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n)$.

6. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,若 σ^2 已知,总体均值 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为

$(\overline{X}-\lambda\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+\lambda\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$,则$\lambda$=(　　　　).

(A) $u_{-\alpha}$；　　(B) $u_{\frac{\alpha}{2}}$；　　(C) $u_{-\frac{\alpha}{2}}$；　　(D) u_{α} .

二、填空题：共 6 小题,每小题 3 分,满分 18 分．请将答案写在答题卡上,写在试题册上无效．

1. 设随机事件 A与B,若 $P(A)=0.6, P(A\mid B)=1$,则$P(\overline{A}\overline{B})=$ ___________.

2. 设随机变量 X 的概率分布为 $P\{X=k\}=\frac{1}{2^k}, k=1,2,\cdots$,则 $E(X)=$ ____________.

3. 设随机变量X服从 $(0,3)$ 区间上的均匀分布,随机变量Y服从参数为2 的泊松分布,且 X与Y 的协方差为 -1,则 $D(2X-Y+1)=$ ____________.

4. 设随机变量 X, $E(X)=50, D(X)=25$,则由切比雪夫不等式可知 $P\{40<X<60\}\geq$ _____________.

5. 设总体的概率密度函数 $f(x;\theta)=\begin{cases}\theta & ,0<x<1\\ 1-\theta, & 1\leq x<2\\ 0 & ,\text{其它}\end{cases}$,其中 θ 是未知参数, $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体的简单随机样本,则θ的矩估计量为 ___________.

6. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, μ和σ^2 均未知,检验假设 $H_0:\mu=\mu_0; H_1:\mu\neq\mu_0$,检验统计量 $t=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$,在显著性水平$\alpha$下,拒绝域为_______________.

三、解答题：满分 10 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

某医院用某种新药医治流感,对病人进行试验,其中$\frac{3}{4}$的病人服用此药,$\frac{1}{4}$的病人不服用此药,5 天后有 70%的病人痊愈.已知不服药的病人 5 天后有 10%可以自愈.(1)求该药的治愈率;(2)若某病人 5 天后痊愈,求他是服此药而痊愈的概率.

四、解答题：满分 10 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布, 若 $Y=X^2$, 求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

五、解答题：满分 8 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

设二维随机变量(X,Y)在区域$G=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$服从均匀分布,对$(X,Y)$独立重复地观察 3 次,求至少一次观察值落在区域$G_1=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le \frac{1}{4}\}$内的概率.

六、解答题：满分 6 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$的简单随机样本,试确定常数 C 使$C\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$为参数$\sigma^2$的无偏估计量.

七、解答题：满分 10 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

甲、乙两个盒子中均装有 2 个红球和 2 个白球,先从甲盒中任取一球,观察颜色后放入乙盒,再从乙盒中任取一球.令X与Y分别表示从甲盒和乙盒中取到的红球个数.求(1)(X,Y)的分布律;(2)X与Y的相关系数.

八、解答题：满分 10 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

设随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases} be^{-(x+y)}, & 0<x<1,0<y<\infty, \\ 0, & 其他. \end{cases}$ (1)确定常数b; (2)判断X与Y是否独立.

九、解答题：满分 10 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

设某种元件的使用寿命X的分布函数为$F(x)=\begin{cases} 1-\mathrm{e}^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^m}, & x\ge 0, \\ 0, & x<0. \end{cases}$其中$\theta>0,m>0$为参数.(1)求总体$X$的概率密度;(2)任取$n$个这种元件做寿命试验,测得它们的寿命分别为$x_1,\cdots,x_n (x_i>0, i=1,2,\cdots,n)$,若$m$已知,求$\theta$的最大似然估计值.