第八次作业

院(系)__________ 班级________ 学号________ 姓名________

一、填空题

1、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自 X 的样本，记 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2=\frac{n}{n-1}Q^2$

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\ Q^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2,$$

$S^2/n=Q^2/(n-1)$

当 μ 和 σ^2 未知时，则检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$ 所使用统计量是 $\frac{\overline{X}-\mu_0}{Q/\sqrt{n-1}}$。

2、在假设检验中，对于给定的显著性水平 α，则犯第一类错误的概率为 小于等于 α

3、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ 已知，给定显著性水平 α，假设 $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2, H_1:\sigma^2\ge\sigma_0^2$ 的拒绝域为 $\{\chi^2 \mid \chi^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}\ge\chi^2_\alpha(n)\}$

4、设 $X_i(i=1,2,\cdots,n)$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的容量为 n 的简单随机样本，方差 σ^2 已知，检验假设 $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\ne\mu_0$，检验统计量为 $u=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$，在显著性水平 α 下，拒绝域为 $\{u \mid |u|\ge u_{\frac{\alpha}{2}}\}$。

二、选择题

1．在假设检验中，原假设 H_0，备择假设 H_1，则（ B ）为犯第二类错误。

（A）H_0 为真，接受 H_1．

（B）H_0 不真，接受 H_0．

（C）H_0 为真，拒绝 H_1．

（D）．H_0 不真，拒绝 H_0．

2．设总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2), Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2\ne\sigma_2^2, \alpha=0.10$，从 X 中抽取容量 $n_1=12$ 的样本，从 Y 中抽取容量 $n_2=10$ 的样本，算得 $S_1^2=118.4, S_2^2=31.93$，正确的检验方法与结论是（ B ）。

$\frac{S_1^2}{S_2^2}=3.708$　$F_{0.05}(12,9)=3.14$　$F_{0.05}(12,9)=3.0$　$F_{0.05}(11,9)=3.10$

（A）用 t 检验法，临界值 $t_{0.05}(17)=2.11$，拒绝 H_0．

（B）用 F 检验法，临界值 $F_{0.05}(11,9)=3.10, F_{0.95}(11,9)=0.34$，拒绝 H_0．

$F_{0.95}(11,9)=\frac{1}{F_{0.05}(9,11)}$

（C）用 F 检验法，临界值 $F_{0.95}(11,9)=0.34, F_{0.05}(11,9)=3.10$，接受 H_0．

（D）用 F 检验法，临界值 $F_{0.01}(11,9)=5.18, F_{0.99}(11,9)=0.21$，接受 H_0．

$=\frac{1}{2.90}\approx0.34$

$t \le -t_{\alpha}$

3．设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$， σ^2 未知，假设 $H_0: \mu = \mu_0$ 的拒绝域为 $\mu \le -\mu_\alpha$，则备择假设 H_1 为（ C ）。

（A） $\mu \ne \mu_0$．　　（B） $\mu > \mu_0$．　　（C） $\mu < \mu_0$．　　（D） $\mu \le \mu_0$．

4.设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$， σ^2 未知，假设检验 $H_0: \mu \le 1; \mu > 1 (\alpha = 0.05)$，则拒绝域为（ B ）。

$\frac{\bar{X}-1}{S/\sqrt{n}} \ge t_{0.05}(n-1)$

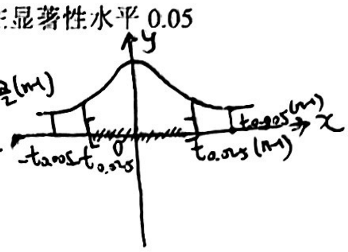
（A） $|\bar{X} - 1| > u_{0.05}$．　　（B） $\bar{X} > 1 + t_{0.05}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}$．

（C） $|\bar{X} - 1| > t_{0.05}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}$．　　（D） $\bar{X} < 1 - t_{0.05}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}$．

5. 对正态总体的数学期望进行假设检验 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \ne \mu_0$，如果在显著性水平 0.05 下接受原假设 H_0，那么在显著性水平 0.01 下（ A ）

不妨设 σ^2 未知.

拒绝域 $\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}\right| \ge t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$



（A）必接受 H_0．　　（B）可能接受,也可能拒绝 H_0．

（C）必拒绝 H_0．　　（D）不接受,也不拒绝 H_0．

三、计算题

A1 1．某车间用一台包装机包装葡萄糖，包得的袋装葡萄糖的净重 X（单位 kg）是一个随机变量，它服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，当机器工作正常时，其均值为 0.5kg，根据经验知标准差为 0.015 kg（保持不变），某日开工后，为检验包装机的工作是否正常，从包装出的葡萄糖中随机地抽取 9 袋，称得净重为

0.497　0.506　0.518　0.524　0.498　0.511　0.520　0.515　0.512

试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验机器工作是否正常．

解 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，$\sigma = 0.015$

检验假设 $H_0: \mu = 0.5$　$H_1: \mu \ne 0.5$

由题意知,检验统计量为 $u = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{\bar{x}-0.5}{0.015/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$（当 H_0 为真时）

拒绝域形式为 $W = \{u \mid |u| \ge u_{\frac{\alpha}{2}}\}$ 当 $\alpha = 0.05$ 时,查表知 $u_{0.025} = 1.96$

经计算 $\bar{x} = 0.511$．$u = \frac{\bar{x}-0.5}{0.015/\sqrt{9}} = 2.2 > 1.96$

故拒绝 H_0. 即认为机器工作不正常

2. 设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 66.5 分，标准差为 15 分，问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分？并给出检验过程.

解. 设这次考试的考生成绩为X 则 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$

检验假设：H_0. $\mu=\mu_0=70$. H_1: $\mu\neq 70$

检验统计量 $t=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$ （H_0为真时）

拒绝域 $W=\{t\mid |t|\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\}$

当 $\alpha=0.05$ 时 $t_{0.025}(35)=2.0301$

已知 $\bar{x}=66.5$. $S=15$. $\mu_0=70$. $n=36$

经计算 $t=\dfrac{66.5-70}{15/\sqrt{36}}=-1.4$

故接受原假设H_0. 即可以认为这次考试全体考生的平均成绩为70分

A7 3. 设有甲，乙两种零件，彼此可以代用，但乙种零件比甲种零件制造简单，造价低，经过试验获得抗压强度（单位：kg/cm²）为

甲种零件：88，87，92，90，91，

乙种零件：89，89，90，84，88.

假设甲乙两种零件的抗压强度均服从正态分布，且方差相等，试问两种零件的抗压强度有无显著差异（取 $\alpha=0.05$）？设甲零件抗压强度为X, 乙零件抗压强度为Y. $X\sim N(\mu_1,\sigma^2)$ $Y\sim N(\mu_2,\sigma^2)$

解. 检验假设H_0: $\mu_1=\mu_2$. H_1: $\mu_1\neq\mu_2$

检验统计量为 $t=\dfrac{\bar{X}-\bar{Y}-0}{S_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\sim t(n_1+n_2-2)$ （H_0为真时）

拒绝域为 $W=\{t\mid |t|\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)\}=\{t\mid |t|\geq t_{0.025}(8)\}=\{t\mid |t|\geq 2.306\}$

而 $n_1=n_2=5$.

$\bar{x}=89.6$. $\bar{y}=88$. $S_w^2=\dfrac{4\times4.3+4\times5.5}{5+5-2}=4.9$. $S_w\approx 2.214$

经计算 $t=\dfrac{89.6-88}{2.214\times\sqrt{\frac{1}{5}+\frac{1}{5}}}=1.144<2.306$

故接受H_0 即认为两种零件的抗压强度无显著差异

4．某无线电厂生产的一种高频管，其中一项指标服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，从一批产品中抽取8只，测得该指标数据如下：

66， 43， 70， 65， 55， 56， 60， 72，

（1）总体均值$\mu=60$，检验$\sigma^2=8^2$（取$\alpha=0.05$）；

（2）总体均值μ未知时，检验$\sigma^2=8^2$（取$\alpha=0.05$）.

解. 本题是在显著性水平$\alpha=0.05$下, 检验假设

$H_0: \sigma^2=\sigma_0^2=8^2$. $H_1: \sigma^2\neq 8^2$.

(1) $\mu=60$时.

检验统计量: $\chi^2=\frac{1}{\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{8}(x_i-\mu)^2=\frac{1}{64}\sum_{i=1}^{8}(x_i-60)^2\sim\chi^2(8)$ (H_0为真时)

拒绝域 $W=\{\chi^2|\chi^2\geq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(8)\}\cup\{\chi^2|\chi^2\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(8)\}$

$=\{\chi^2|\chi^2\geq\chi^2_{0.025}(8)=17.535\}\cup\{\chi^2|\chi^2\leq\chi^2_{0.975}(8)=2.180\}$

经计算 $\chi^2=9.9219$. 故接受H_0. 即认为$\sigma^2=8^2$.

(2) μ未知时

检验统计量 $\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}=\frac{7S^2}{64}\sim\chi^2(7)$ (H_0为真时)

拒绝域 $W=\{\chi^2|\chi^2\geq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\}\cup\{\chi^2|\chi^2\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\}$

$=\{\chi^2|\chi^2\geq\chi^2_{0.025}(7)=16.013\}\cup\{\chi^2|\chi^2\leq\chi^2_{0.975}(7)=1.690\}$

经计算. $\chi^2=\frac{7S^2}{64}=\frac{7\times 93.196}{64}=10.1933$ $\bar{x}=60.875$ $S^2=93.196$

故接受H_0. 即认为$\sigma^2=8^2$.