厦门大学《微积分 I-2》课程期末试卷

_________学院_________系_________年级_________专业

试卷类型:(理工类A卷)　　　　考试时间:2021.06.18

一、判别下列级数的敛散性:(第一小题 6 分,第二小题 8 分,共 14 分)

得　分	
评阅人	

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)!}{3^n(n!)^2}$;

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\ln\frac{n+1}{n}+\frac{\sin n}{n^2})$。

二、**（每小题 8 分，共 16 分）**求下列微分方程满足所给初值条件的特解：

得　分	
评阅人	

1. $y^2 y'' + (y')^3 = y(y')^2$，$y(0) = 1$，$y'(0) = 1$；

2. $y'' + y = 2\sin x$，　$y(0) = 0$，$y'(0) = 1$。

得　分	
评阅人	

三、（本题 8 分）计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω 是由球面 $z=x^2+y^2+z^2$ 所围成的有界闭区域。

得　分	
评阅人	

四、（本题 8 分）计算第一类曲线积分 $I=\oint_L (y^2+xy^2)\mathrm{d}s$，其中 L 为星形线 $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=1$。

五、（本题 10 分） 计算第二类曲线积分 $I=\int_L \frac{y\,\mathrm{d}x-x\,\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$，其中 L 为曲线 $y=\frac{\pi}{2}\cos x$ 从点 $(0,\frac{\pi}{2})$ 到点 $(\frac{\pi}{2},0)$ 的一段有向弧。

得　分	
评阅人	

六、（本题 8 分） 计算第一类曲面积分 $I=\iint_{\Sigma} xz+yz+z^2\,\mathrm{d}S$，其中 Σ 为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限的部分。

得　分	
评阅人	

七、（本题 10 分）计算第二类曲面积分

得　分	
评阅人	

$$I = \iint_{\Sigma} (y^2 + z^2) x \, \mathrm{d}y \mathrm{d}z + (x^2 + z^2) y \, \mathrm{d}z \mathrm{d}x + (x^2 + y^2) z \, \mathrm{d}x \mathrm{d}y \text{，}$$

其中Σ是锥面$z = \sqrt{x^2 + y^2}$ $(0 \le z \le 1)$的上侧。

八、（本题 10 分）求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+2}{(2n+1)!} x^{2n+1}$的和函数。

得　分	
评阅人	

九、（**本题 10 分**）将函数 $f(x)=\ln(2-x-x^2)$ 展开成 x 的幂级数。

得　分	
评阅人	

十、（**本题 6 分**）设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的一般项都不为零，且满足 $\lim_{n\to\infty}\frac{n}{u_n}=1$。

证明：级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\frac{1}{u_{n+1}}+\frac{1}{u_n})$ 为条件收敛。

得　分	
评阅人	