厦门大学《微积分 I-2》课程期末试卷

________学院________系________年级________专业

试卷类型:(理工类A卷)　　　　考试时间:2019.06.12

得　分	
评阅人	

一、(**本题 8 分**)交换积分顺序并计算二次积分$\int_0^{\pi} \mathrm{d}y \int_y^{\pi} \frac{\sin x}{x} \mathrm{d}x$。

得　分	
评阅人	

二、(**本题** 8 **分**)计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega} z \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由曲面$z = x^2 + y^2$与平面$z = 3$所围成的有界闭区域。

三、（本题 8 分）计算第一类曲线积分 $I=\oint_L (x^2+y^2)\mathrm{d}s$，其中 L 为圆周 $(x-1)^2+y^2=4$。

得　分	
评阅人	

四、（本题 8 分）设曲面 Σ 为上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧，试将第二类曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}\mathrm{d}y\mathrm{d}z+\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 转化成第一类曲面积分，并计算其值。

得　分	
评阅人	

五、（本题 10 分）计算第二类曲线积分$I=\oint_L \frac{y\,\mathrm{d}x - x\,\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$，其中$L$是椭圆$x^2+\frac{(y-1)^2}{4}=1$，取逆时针方向。

得　分	
评阅人	

六、（本题 10 分）计算第二类曲面积分

$$I=\iint_{\Sigma} y^2\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z + x^2\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x + z^2\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

其中Σ是由三个坐标面和平面$x+y+z=1$所围成的空间有界区域的整个边界曲面，取外侧。

得　分	
评阅人	

七、（每小题 6 分，共 12 分）判别下列级数的敛散性：

得　分	
评阅人	

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n \cdot n!}{n^n}$；

2. $\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)(1-\cos\frac{1}{n})$。

八、（本题 10 分）判别级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln(1+\frac{1}{\sqrt{n}})$是否收敛。如果收敛，是绝对收敛还是条件收敛？请说明理由。

得　分	
评阅人	

九、（本题 10 分）求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{4^n}x^{2n-1}$的和函数。

得　分	
评阅人	

十、（本题 10 分）将函数$f(x)=\begin{cases}-\frac{1}{x}\ln(1-x) & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$展开成$x$的幂级数。

得　分	
评阅人	

得　分	
评阅人	

十一、（本题 6 分）设一元函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，且在定义域内都具有连续的一阶导数。若存在二元函数 $u=u(x,y)$，使得对于任意的 $x>0$，$y>0$，都有 $\mathrm{d}u = yf(xy)\,\mathrm{d}x + xg(xy)\,\mathrm{d}y$，试求 $f(x)-g(x)$。