厦门大学《微积分 I-2》课程期末试卷

________学院________系________年级________专业

试卷类型:(理工类A卷)　　　　考试时间:2020.06.16

得　分	
评阅人	

一、(每小题 6 分，共 12 分) 判别下列级数的敛散性:

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n^2}$;

2. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\sqrt[n]{2}-1)$。

二、（每小题 6 分，共 12 分）求解下列微分方程：

得　分	
评阅人	

1．求微分方程 $x\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y\ln\frac{y}{x}$ 的通解；

2．求满足初始条件 $y(0) = y'(0) = 0$ 的微分方程 $y'' + (y')^2 = -1$ 的特解。

三、（本题 8 分）验证函数 $y = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{3n}}{(3n)!}$ 满足微分方程 $y'' + y' + y = e^x$，并求幂级数 $y = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{3n}}{(3n)!}$ 的和函数。

四、（本题 8 分） 设二元函数 $u=u(x,y)$，$v=v(x,y)$ 由 $\begin{cases} x=e^u\cos v \\ y=e^u\sin v \end{cases}$ 所确定，证明：$(\frac{\partial v}{\partial x})^2+(\frac{\partial v}{\partial y})^2=\frac{1}{x^2+y^2}$。

得　分	
评阅人	

五、（本题 12 分） 求函数 $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$ 在有界闭区域 $x^2+y^2\le 9$ 上的极值和最值。

得　分	
评阅人	

六、（本题 8 分）计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由旋转抛物面$z=x^2+y^2$与平面$z=1$所围成的有界闭区域。

得　分	
评阅人	

七、（本题 8 分）计算第一类曲线积分$I=\oint_L y\mathrm{d}s$，其中L为摆线的一拱$x=3(t-\sin t)$，$y=3(1-\cos t)$，$0\le t\le 2\pi$。

得　分	
评阅人	

八、（本题 8 分）计算第二类曲线积分

$$I=\int_L (x^2 y\cos x+2xy\sin x-e^x)\mathrm{d}x+(x^2\sin x-2x)\mathrm{d}y,$$

其中L是上半圆$y=\sqrt{2x-x^2}$，取逆时针方向。

得　分	
评阅人	

九、（本题 8 分）计算第一类曲面积分$I=\iint\limits_{\Sigma} xz\,\mathrm{d}S$，其中$\Sigma$是平面$x+y+z=1$在第一卦限中的部分。

得　分	
评阅人	

十、（本题 8 分）设曲面Σ为单位球面$x^2+y^2+z^2=1$的外侧，计算第二类曲面积分$I=\oiint\limits_{\Sigma}\dfrac{x^3\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z^3\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{x^2+y^2+z^2}$。

得　分	
评阅人	

十一、（本题 8 分）将函数$f(x)=(1+x)\ln(1+x)$展开成x的幂级数。

得　分	
评阅人	