厦门大学《微积分 I-2》课程期末试卷

试卷类型：（理工类 A 卷）　考试日期　2018.6.20

一、（每小题 5 分，共 30 分）计算下列各题：

1. 计算二重积分 $I=\iint\limits_D \frac{1}{(x^2+y^2)^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 是直线 $y=x$，$x=2$ 以及上半圆周 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 所围成的区域.

得　分	
评阅人	

2. 计算曲线积分 $I=\oint_L x\mathrm{d}s$，其中 L 是由直线 $y=x$ 与抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 所围区域的整个边界;

得　分	
评阅人	

3. 计算曲线积分 $I=\int_L (x^2+2xy)\mathrm{d}x$，其中 L 为上半椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (y\geq 0)$ 从 $(a,0)$ 到 $(-a,0)$ 那一段弧.

得　分	
评阅人	

4. 计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}(xy-y+y^2+z)\mathrm{d}S$，其中 Σ 为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限中的部分.

得　分	
评阅人	

5．求由 $z=x^2+y^2$，$z=0$，$y=x$，$y=x^2$ 所围立体的体积.

得　分	
评阅人	

6. 求 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω 为球体 $x^2+y^2+z^2\le R^2$.

得　分	
评阅人	

二、（本题 8 分）利用 Green 公式计算曲线积分

$$I=\int_L[\cos(x+y^2)+2y]\mathrm{d}x+[2y\cos(x+y^2)+3x]\mathrm{d}y,$$

其中 L 为曲线 $y=\sin x$ 自 $x=\pi$ 到 $x=0$ 的一段.

得　分	
评阅人	

三、（本题 8 分）计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega}(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2})\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，

其中 Ω 为椭球体 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\le 1$.

得　分	
评阅人	

四、（本题 8 分）计算 $I=\iint\limits_{\Sigma}[(x+y+z)^2-2xz]\mathrm{d}S$，其中 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=x+z$.

得　分	
评阅人	

五、（本题 8 分）设 $p>0$，讨论级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})^p$ 的敛散性，并说明 p 为何值时，该级数条件收敛？ p 为何值时，该级数绝对收敛？

得　分	
评阅人	

得　分	
评阅人	

六、（本题 8 分）利用 Gauss 公式计算曲面积分

$$I=\iint_{\Sigma} xz\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2zy\mathrm{d}z\mathrm{d}x+3xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

其中Σ为椭圆抛物面$z=1-x^2-\dfrac{y^2}{4}$（$0\le z\le 1$）的上侧.

得　分	
评阅人	

七、（本题 10 分）将函数 $f(x)=\operatorname{sgn}(\cos x)$ 展开成傅里叶级数，并利用展开式求级数$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$的和，其中$\operatorname{sgn}(x)=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0\\ -1, & x<0\end{cases}$.

八、（本题 10 分）求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n^2+1}{n} x^n$ 的收敛域及和函数.

得　分	
评阅人	

九、（本题 10 分）计算

$$I = \iint_{\Sigma} (y-z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z + (z-x)\mathrm{d}z\mathrm{d}x + (x-y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

得　分	
评阅人	

其中 Σ 是上半球面 $x^2+y^2+z^2=2Rx\ (z\geq 0)$ 被柱面 $x^2+y^2=2rx$（$0<r<R$）所截的部分，方向取上侧.