

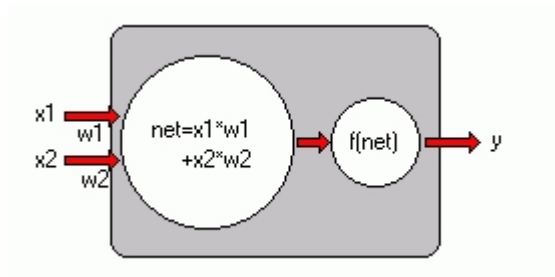
2. Badanie możliwości klasyfikacji przez sieć neuronową punktów obszaru w zależności od ilości warstw i rodzaju funkcji aktywacji

Zadaniem najczęściej powierzonym sieciom neuronowym jest klasyfikacja obiektów. Przez „obiekt” rozumiemy tutaj wiele różnych rzeczy: litery, obrazy, dźwięki itd. Każdy z takich obiektów reprezentowany jest przez ciąg liczb. Skoro tak, to ciąg ten możemy utożsamiać z pewnym wektorem, czyli punktem w przestrzeni odpowiedniego wymiaru. Zatem możemy inaczej powiedzieć, że sieć uczy się klasyfikowania punktów pewnej przestrzeni do różnych klas. Interesującym jest teraz jak te punkty mogą być rozmieszczone w tej przestrzeni. Czy muszą cechować się jakąś regularnością, czyli być rozmieszczone w jakiś „porządnym” sposób, czy mogą tworzyć bardziej nieregularne zbiory.

Aby znaleźć odpowiedź na powyższe pytanie przebadamy w tym ćwiczeniu kilka różnych sieci zwracając bacznie uwagę na sposób podziału przestrzeni sygnałów wejściowych.

Etap pierwszy - sieć jednowarstwowa

Sieć składa się z jednego neuronu z dwoma wejściami. Ponieważ mamy do czynienia z



Rysunek 1: Model neuronu z dwoma wejściami.

dwoma wejściami, więc wektory sygnałów wejściowych będą miały w tym przypadku tylko dwie współrzędne. Skoro tak, to łatwo możemy je interpretować jako pewien punkt na płaszczyźnie. Przyjmujemy dalej następujące założenia:

1. Sygnały wejściowe zmieniają się w zakresie od -2 do $+2$ z pewnym, wybranym indywidualnie krokiem;
2. Wagi są liczbami losowymi z przedziału $[-1, 1]$.

Jak teraz będzie przebiegało nasze badanie?

1. Losujemy wagi.
2. Podajemy na wejście sieci parę punktów z przestrzeni sygnałów wejściowych $([-2, 2] \times [-2, 2])$.
3. Dla pary sygnałów wejściowych obliczamy wartość wyjścia neuronu dla założonej funkcji aktywacji.
4. W zależności od wartości otrzymanej na wyjściu, w punkcie odpowiadającym wartości podanych na wejście sygnałów, stawiamy kropkę o odpowiednim kolorze.
5. Postępowanie z punktów 2–4 kontynuujemy tak długo aż wyczerpiemy wszystkie punkty z zadanego obszaru przy zadanej rozdzielczości.
6. Możemy teraz zakończyć postępowanie lub powrócić do punktu 1.

Pozostało jeszcze ustalenie funkcji aktywacji dla neuronu oraz sposób kolorowania. Rozważać będziemy trzy funkcje aktywacji:

1. Progową
2. Liniową
3. Sigmoidalną ¹

Uwaga

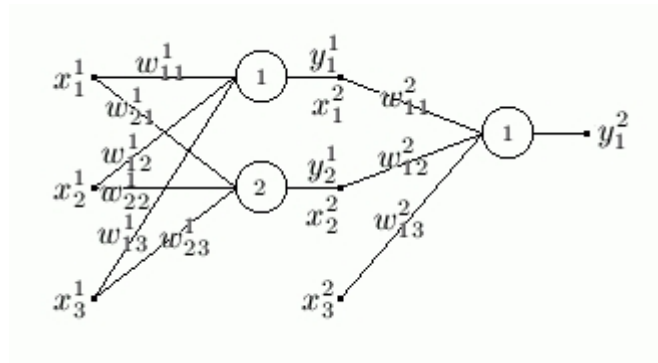
W przypadku funkcji progowej używamy tylko dwóch kolorów: czerwonego dla wartości równych 1 i niebieskiego dla wartości równych -1 . Dla liniowej funkcji aktywacji przyjmujemy, że wartości większe niż 2 oznaczamy kolorem bordowym, mniejsze niż -2 granatowym zaś przedział $(-2, 2)$ dzielimy na kilka podprzedziałów przypisując każdemu inny kolor, na przykład: niebieski, zielony, żółty, pomarańczowy, czerwony. Sigmoidalna funkcja aktywacji - przyjmujemy, że wartości większe niż 0.9 oznaczamy kolorem bordowym, mniejsze niż 0.1 granatowym zaś przedział $(0.1, 0.9)$ dzielimy na kilka podprzedziałów przypisując każdemu inny kolor, na przykład: niebieski, zielony, żółty, pomarańczowy, czerwony.

Gdy przebadamy już te trzy przypadki, to rozszerzamy wejście neuronu o jeden sygnał o stałej wartości zwany biasem. Dodajemy więc trzecie wejście, na które będziemy podawać zawsze liczbę o wartości 1. Dla tak zmienionej definicji neuronu, stosujemy każdą z wcześniejszych funkcji aktywacji.

Etap drugi - sieć dwuwarstwowa

Po przebadaniu możliwości jednego neuronu pod względem zdolności klasyfikacji, zajmijmy się siecią dwuwarstwową. Przyjmujemy dwa neurony w pierwszej warstwie oraz jeden w drugiej - ostatniej (wyjściowej). Ponownie stosujemy każdą z trzech możliwych funkcji aktywacji. Podobnie jak to było dla jednego neuronu, rozszerzamy następnie wektor sygnałów wejściowych o dodatkowy sygnał stały (na rysunku 2 są to wartości: x_3^1, x_3^2). Przeprowadzamy badania dla sieci zbudowanej z tak zmienionych neuronów.

¹Patrz wzory zadanie poprzednie.



Rysunek 2: Model sieci dwuwarstwowej.

Zauważmy na koniec, że wartość wyjściowa z sieci jest wyliczana wzorem:

$$y_1^2 = f^2(f^1(x_1^1 w_{11}^1 + x_2^1 w_{12}^1 + x_3^1 w_{13}^1) w_{11}^2 + f^1(x_1^1 w_{21}^1 + x_2^1 w_{22}^1 + x_3^1 w_{23}^1) w_{12}^2 + x_3^2 w_{13}^2),$$

gdzie f^1 i f^2 są funkcjami aktywacji odpowiednio na pierwszej i na drugiej warstwie.

Zadanie

Jako zadanie w tym ćwiczeniu, należy przebadać możliwości neuronu i sieci pod względem zdolności klasyfikacji sygnałów przestrzeni wejściowej. Łącznie będziemy mieć 4 struktury do przetestowania:

- dla zwykłego neuronu o dwóch sygnałach wejściowych,
- dla zwykłego neuronu o dwóch sygnałach wejściowych, rozszerzonych o sygnał stały,
- dla sieci dwuwarstwowej mającej 2 neurony w warstwie wejściowej i 1 w wyjściowej,
- dla sieci dwuwarstwowej mającej 2 neurony w warstwie wejściowej i 1 w wyjściowej; sygnały wejściowe rozszerzone o bias;

uwzględniające wszystkie 3 funkcje aktywacji.