

t-SVDによるテンソルノイズ除去で用いられる 直交変換のSUREによる最適化

18C3091 濱田 峻平



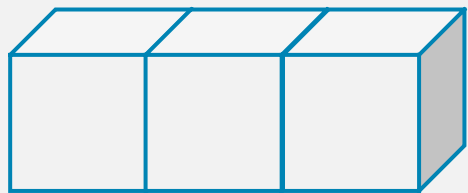
千葉工業大学
宮田研究室



研究の背景（１） テンソルとは

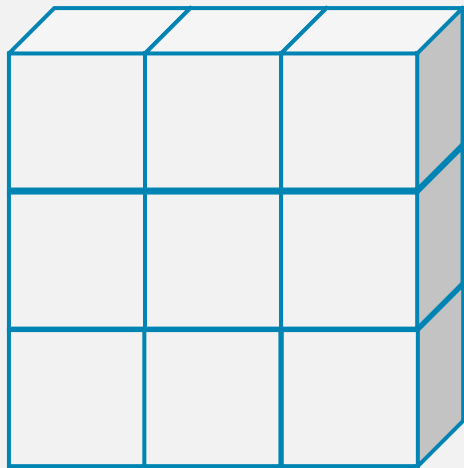
18C3091 濱田 峻平

- テンソル



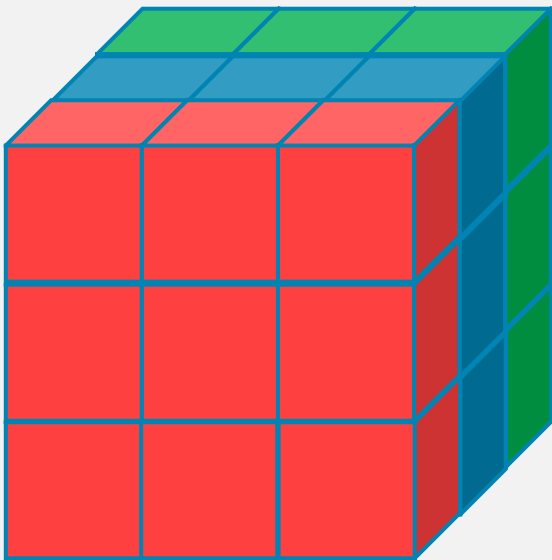
ベクトル
1階テンソル

気温、株価などの
時系列データ



行列
2階テンソル

白黒画像など



テンソル
3階テンソル

カラー画像など



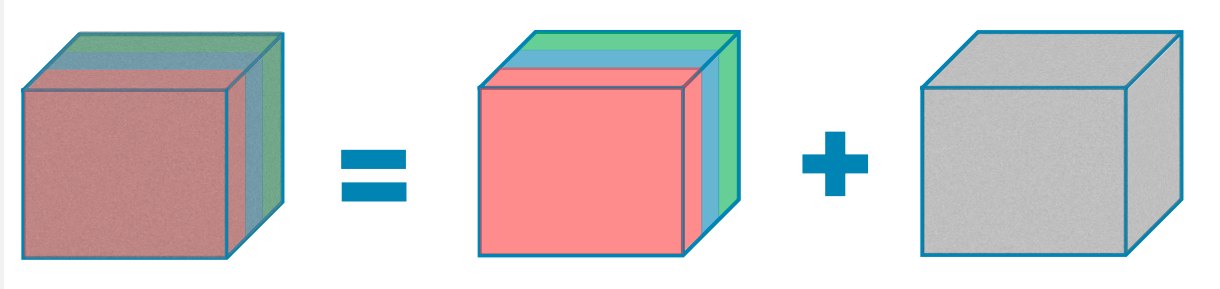
研究の背景（２） テンソルノイズ除去の実例

- カラー画像は撮影時にノイズがのってしまう
- 実物をそのまま二次元に落とし込んだ写真を手に入れる事はできていない
- ノイズのない理想的な二次元カラー画像のようなテンソルデータを獲得したい



研究の背景（3）

● 観測モデル



$$Y = X + E, \quad E \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

観測テンソル

原テンソル

ガウシアンノイズ

- X は低ランク

- 例：一般的なカラー画像は理想の環境で撮影されたカラー画像にノイズが乗ったもの



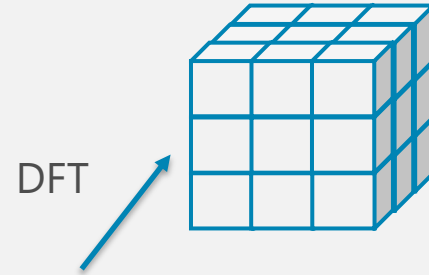
研究の目的

- ノイズ E を除去し、より原テンソル X に近い推定テンソル $f(Y)$ を求める
- 推定テンソル $f(Y)$ と X が近いほどテンソル復元が行えたことになる
- 今回は $f(Y)$ を出力するためのテンソル復元手法（すなわち f ）を新たに提案する

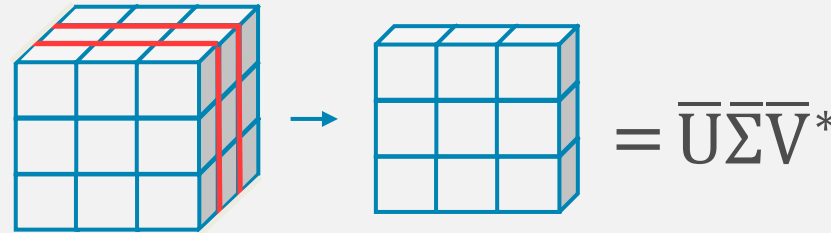


既存手法：t-SVDを用いたテンソル復元

1. 観測テンソル Y の三次元方向に
離散フーリエ変換 (DFT)



2. 行列に分解して
特異値分解する



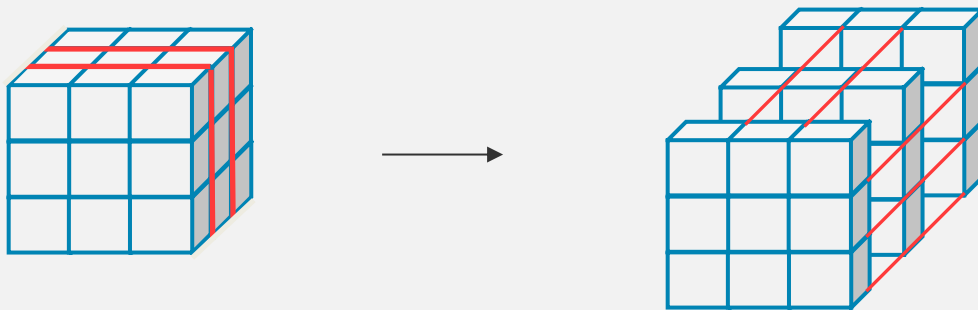
t-SVD
(テンソル
特異値分解)

3. 特異値に対する閾値処理を行い、2.と1.の逆の処理をし、
推定テンソル $f(Y)$ を求める



既存手法の問題点

- DFTでは各行列間の関係が残存する可能性
→DFTは個別のノイズ除去に不適切



- DFTが使われているのはt-SVDの定義上の理由による

問題：DFTは最適な直交変換とは限らない



既存手法2と問題点

- DFTに代わり、**Y**の三次元方向に、**主成分分析（PCA）**や**離散コサイン変換（DCT）**を用いる
- DFTよりは良くなる。しかし、、、
- **Y**によってPCAが優れていたり、DCTが優れていたり、どちらも理想の直交変換ではない

問題：テンソルによって最適な直交変換は異なる



キーアイデア

- Y に合わせて最適な直交変換を選ぶことを考える



- X と $f(Y)$ の比較ができればより良い直交変換を模索できる



- しかし X を得ることは現実的ではない
(例：ノイズのない理想的な写真を得る)



- **SURE**を使うことを考える



- SURE

- X と $f(Y)$ の二乗誤差の期待値（上式）を X なしで獲得可能
式にすると、

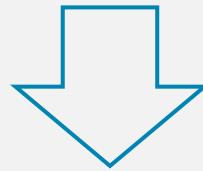
$$E \left[\|X - f(Y)\|_2^2 \right]$$

- すなわち、 X と $f(Y)$ の比較ができる

（例：理想的な写真 と ノイズを除去した写真 の比較）



- 入力テンソル Y ごとにDFT, PCA, DCTの中から最適なものを選択する (SURE)



- 選択した直交変換を使ってt-SVDによるノイズ除去を行う



まとめと今後の課題

● まとめ

- テンソルノイズ除去が目的 （例：カラー画像に応用可能）
- 既存手法ではt-SVDで使われる直交変換が最適ではなかった
- 提案手法ではSUREを用いてt-SVDで使われる直交変換の最適解の選択を行う
 - t-SVDによるテンソルノイズ除去の性能向上が期待される

● 今後の課題

- 手法の実装、既存手法との比較実験