

t-SVDによるテンソルノイズ除去で用いられる 直交変換のSUREによる最適化

18C3091 濱田 峻平



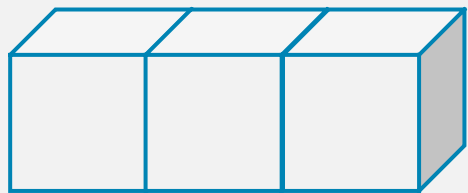
千葉工業大学
宮田研究室



研究の背景（１） テンソルとは

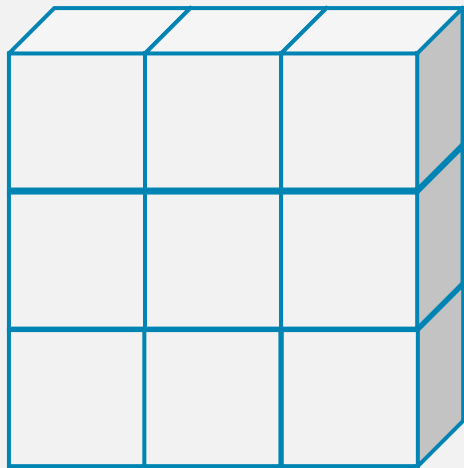
18C3091 濱田 峻平

- テンソル



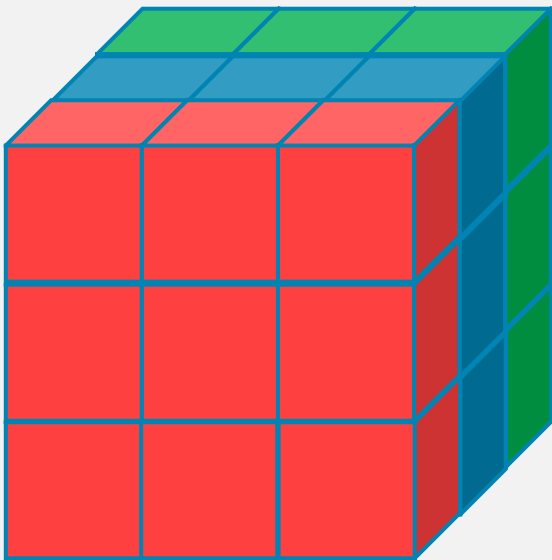
ベクトル
1階テンソル

気温、株価などの
時系列データ



行列
2階テンソル

白黒画像など



テンソル
3階テンソル

カラー画像など



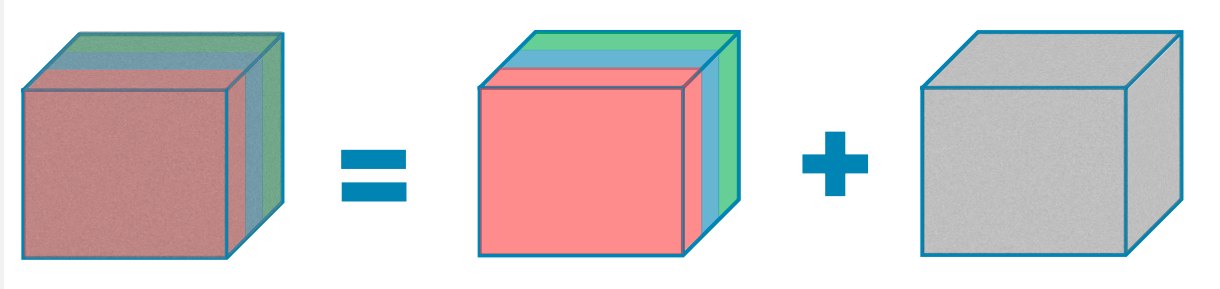
研究の背景（２） テンソルノイズ除去の実例

- 画像の撮影時にはノイズが発生するため，実物をそのまま2次元に写した画像が得られるわけではない
- ノイズのない理想的な二次元カラー画像を，観測カラー画像（どちらも3階テンソル）から得たい



研究の背景 (3)

- 観測モデル



$$Y = X + E, \quad E \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

観測テンソル 原テンソル ガウシアンノイズ

- X は低ランク

- 一般的なカラー画像は理想の環境で撮影されたカラー画像にノイズが乗ったもの



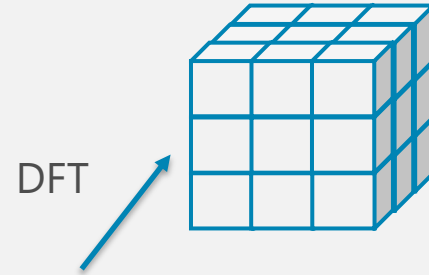
研究の目的

- ノイズ E を除去し、より原テンソル X に近い推定テンソル
 $f(Y)$ を求める
- 推定テンソル $f(Y)$ と X が近いほどテンソル復元が行えたことになる
- 今回は $f(Y)$ を出力するためのテンソル復元手法（すなわち f ）を新たに提案する

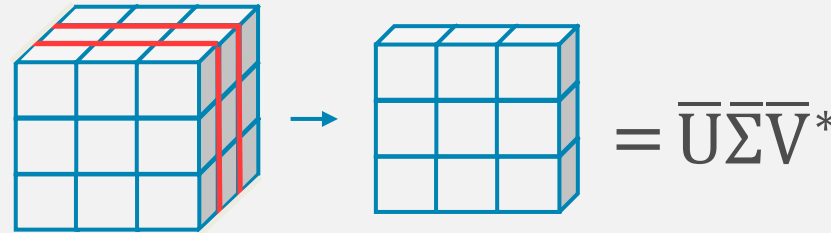


既存手法：t-SVDを用いたテンソル復元

1. 観測テンソル Y の三次元方向に
離散フーリエ変換 (DFT)



2. 行列に分解して
特異値分解する



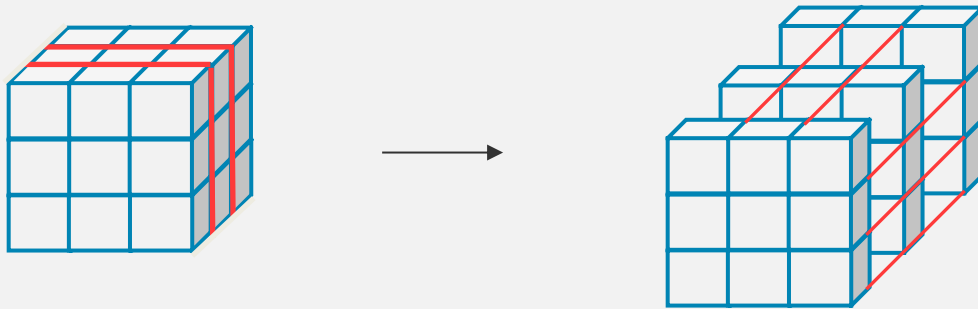
t-SVD
(テンソル
特異値分解)

3. 特異値に対する閾値処理を行い、2.と1.の逆の処理をし、
推定テンソル $f(Y)$ を求める



既存手法の問題点

- DFTでは各行列間の関係が残存する可能性
→DFTは個別のノイズ除去に不適切



- DFTが使われているのはt-SVDの定義上の理由による

問題：DFTは最適な直交変換とは限らない



既存手法2と問題点

- DFTに代わり、**Y**の三次元方向に、**主成分分析（PCA）**や**離散コサイン変換（DCT）**を用いる
- カラー画像においてはDFTと比較して復元性能が向上するが、、、
- **Y**によってPCAが優れていたり、DCTが優れていたり、どちらも理想の直交変換ではない

問題：テンソルによって最適な直交変換は異なる

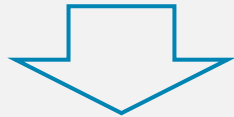


キーアイデア

- Y に合わせて最適な直交変換を選択したい



- X と $f(Y)$ の比較ができればより良い直交変換を選択できる



- X を得ることは現実的ではない
(ノイズのない理想的な写真は一般的に入手することは難しい)



- **SURE**を使うことを考える



- Stein's unbiased risk estimator (SURE)

- X と $f(Y)$ の二乗誤差の期待値を X なしで獲得可能
式にすると、

$$E \left[\| X - f(Y) \|_2^2 \right]$$

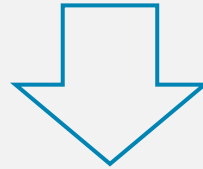
- すなわち、 X と $f(Y)$ の比較ができる

(例 : 理想的な写真 と ノイズを除去した写真 の比較)



提案手法

- 入力テンソル Y に対してDFT, DCT, PCAを用いたノイズ除去を行い、三つの推定テンソルを得る



- 各推定テンソルのSUREを計算し、最小となったものを最良の直交変換とする



実験概要

- $256 \times 256 \times 3$ のカラー画像12枚（第3次元の間に強い相関がある）
- ガウシアンノイズテンソルの分散 $\sigma=0.2, 0.5$ で設定
- 観測テンソルにDFT, DCT, PCAを行った結果と、SUREを行い選択された直交変換を用いた結果を比較する
- 閾値 λ は復元性能が最も高くなるように設定



実験結果 ($\sigma=0.2$)

- 単位はPSNR
- 赤字は一番目に高い値
- 青字は二番目に高い値

balloonのみ最適ではないが、
差はわずか0.04



実用上は問題ない

-	DFT	DCT	PCA	SURE
Aerial	21.20	21.31	21.33	21.33
Airplane	21.81	21.86	22.14	22.14
Balloon	24.11	24.19	24.15	24.15
Earth	22.51	22.59	22.87	22.87
Girl	23.09	23.16	23.19	23.19
Lenna	21.69	21.73	21.96	21.96
Mandrill	20.25	20.39	20.34	20.39
Parrots	21.83	21.90	21.92	21.92
Pepper	20.70	20.72	20.97	20.97
Sailboat	21.50	21.57	21.97	21.97
couple	23.94	24.05	24.11	24.11
milkdrop	23.14	23.19	23.48	23.48



実験結果 ($\sigma=0.5$)

- 単位はPSNR
- 赤字は一番目に高い値
- 青字は二番目に高い値

Airplaneのみ最適ではない
が、差はわずか0.02



実用上は問題ない

-	DFT	DCT	PCA	SURE
Aerial	18.40	18.46	18.21	18.46
Airplane	18.07	18.09	17.90	18.07
Balloon	20.64	20.70	20.28	20.70
Earth	18.65	18.86	18.94	18.94
Gial	19.12	19.22	19.22	19.22
Lenna	17.50	17.55	17.67	17.67
Mandrill	16.91	17.06	16.97	17.06
Parrots	17.52	17.61	17.67	17.67
Pepper	16.24	16.32	16.66	16.66
Sailboat	17.43	17.53	17.68	17.68
couple	20.60	20.67	20.70	20.70
milkdrop	17.32	17.34	17.48	17.48



まとめと今後の課題

● まとめ

- テンソルノイズ除去が目的（例：カラー画像に応用可能）
- 既存手法ではt-SVDで使われる直交変換が最適ではなかった
- 提案手法ではSUREを用いて最良の直交変換を選択することを目
的とし、実験の結果、問題のない範囲で選択できた

● 今後の課題

- 閾値 λ は原テンソルを用いて最適にされており、現実的なものではなく