

1.

異質的な個人を含むモデルとその均衡を定義する。

【Households】

Households solve following dynamic optimization problem.

$$\begin{aligned} \max_{\{c_{it}\}, \{a_{it+1}\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_{it}) \text{ s.t.} \\ c_{it} + a_{it+1} = (1 + r - r\tau_k)a_{it} + wh_{it} + T \\ a_{it+1} \geq -\underline{B}, a_{i0} \text{ given} \end{aligned}$$

【Firms】

All the firms have following same production function.

$$Y = F(K, H)$$

Profit is represented as below.

$$\max_{K, H} F(K, H) - (r + \delta)K - wH$$

【Markets】

Wage is w , rent is r . Goods' price is normalized 1 in steady state.

【Government】

Government imposes capital income tax with rate τ_k and rebate it as lump-sum transfer T .

【Stationary competitive equilibrium】

A stationary CE with policy is a list of functions $V(a, h), g_a(a, h), K, H, r, w, \mu(a, h), T$ s.t.

1.(Household optimization)

Taking r and w as given, $V(a, h)$ solves

$$V(a, h) = \max_{a'} u((1 + r - r\tau_k)a + wh + T - a') + \beta \sum_{h'} V(a', h')\pi(h'|h) \text{ s.t.}$$

$$-\underline{B} \leq a' \leq (1 + r - \tau_k r)a + wh + T$$

and $g_a(a, h)$ is an optimal decision rule.

2.(Firm optimization)

Taking r and w as given, K and H solve firms problem

$$\max_{k,h} F(k,h) - (r + \delta)k - wh \text{ s.t. } k \geq 0, h \geq 0.$$

3.(Government)

$$\tau_k r K = T$$

4.(Market clearing)

(1) Labor $H = \sum_h h \pi^*(h)$

(2) Assets $K = \sum_a \sum_h g_a(a,h) \mu(a,h)$

(3) Goods $F(K,H) = \sum_a \sum_h ((1 + r - \tau_k r)a + wh + T - g_a(a,h)) \mu(a,h) + \delta K$

5.(Aggregate law of motion)

Distribution of agents over states μ is stationary

$$\mu(a', h') = \sum_a \sum_h \mathbf{1}\{a: g_a(a, h) \in a'\} \pi(h'|h) \mu(a, h).$$

2.

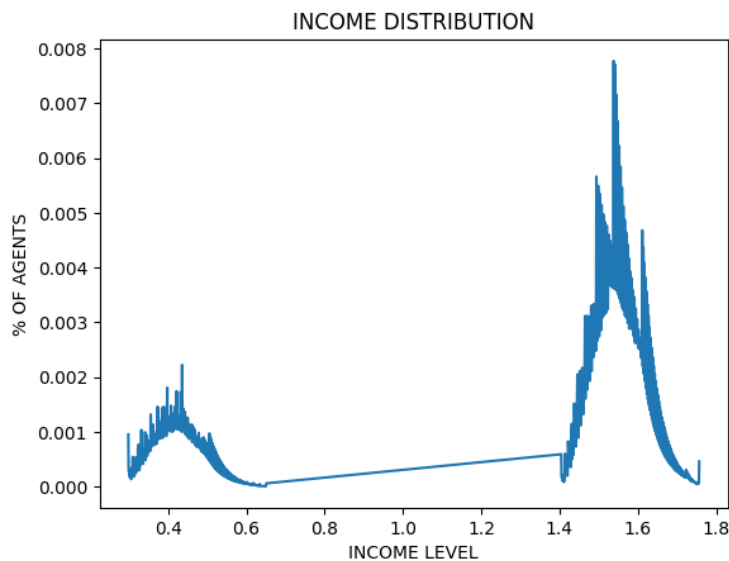
$\tau_k = 0$ の時の定常状態均衡における総資本 K 、賃金 w 、利子率 r の値は次の通り。

$$K = 8.0386$$

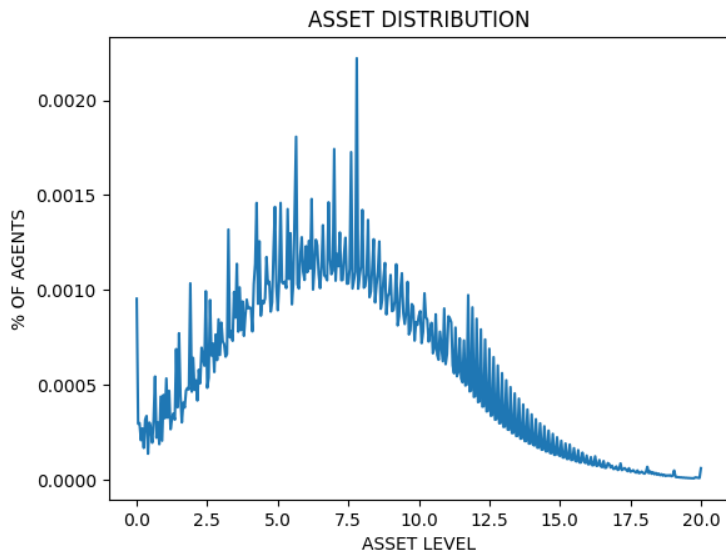
$$w = 1.3034$$

$$r = 0.0176$$

横軸を所得 $wh + ra$ 、縦軸を各所得ごとの割合とした分布の図は次の通り。



横軸を資産 a 、縦軸を各所得ごとの割合とした分布の図は次の通り。



3.

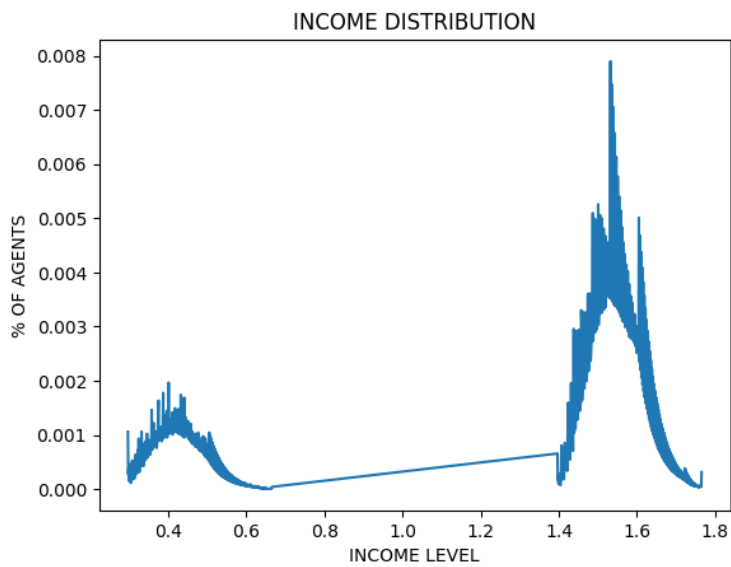
資本所得税率 τ_k を0%から5%に増加させた場合の定常状態均衡における K, w, r の値。

$$K = 7.8625$$

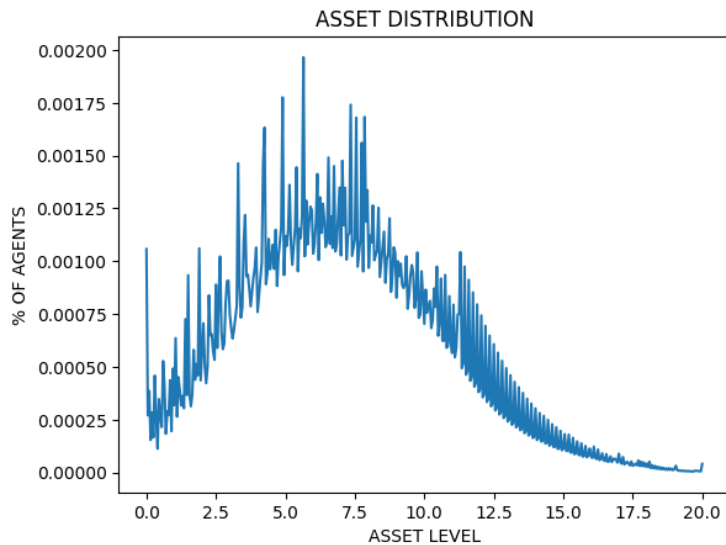
$$w = 1.2961$$

$$r = 0.0184$$

横軸を所得 $wh + ra$ 、縦軸を各所得ごとの割合とした分布の図は次の通り。



横軸を資産 a 、縦軸を各所得ごとの割合とした分布の図は次の通り。



【所得格差の変化】

所得格差の基準としてジニ係数を計算する。所得ベクトル $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ に対して、ジニ係数 G を以下の式によって算出される値と定める。

$$G = \frac{1}{2n(n-1)\mu} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |y_i - y_j|$$

ここで

$$\mu = \frac{(y_1 + y_2 + \dots + y_n)}{n}$$

である。

ジニ係数は以下の通りとなった。

- ・ 資本所得税率 0% : $0.29811 \approx 0.2981$
- ・ 資本所得税率 5% : $0.29695 \approx 0.2970$
- ・ 変化割合 :

$$\frac{0.29695 - 0.29811}{0.29811} \approx -0.003891$$

したがって、資本所得税を課税したときの方がジニ係数が0.3891%小さくなり、所得格差が縮まった。

【GDP の変化】

今回の経済モデルでは、国が複数存在しないため、国民は全て国内で活動し、所得を得ている。したがって、

$$(\text{国内総生産}) = (\text{国民総所得})$$

が成り立つ。

GDP は以下の通りとなった。

- ・ 資本所得税率 0% : 824.17611 \approx 824.1761
- ・ 資本所得税率 5% : 826.84248 \approx 826.8425
- ・ 変化割合 :

$$\frac{826.84248 - 824.17611}{824.17611} \approx 0.003235$$

したがって、資本所得税を課税したときの方が GDP が0.3235%大きくなった。

【資本所得税を増加させるかどうか】

これらの結果から、私が政策担当者ならば、資本所得税を増加させる。なぜなら、資本所得税を増加させることによって経済格差が縮まり、かつ GDP が増加したことで、国民の所得が平均的に増加したと考えられるからである。実際、所得の平均値を計算すると資本所得税が 0% のとき 1.0277 であったが、税率が 5% のとき 1.0310 となって平均値が大きくなった。国民の所得の平均値が大きくなることと、経済格差が縮まることは、より多くの国民がより豊かな生活を送ることにつながると考えられる。したがって、資本所得税を増加させたほうがこの国にとって望ましいといえる。