

# StampFly Hovering 制御系・PID 詳細ドキュメント

---

このドキュメントは、`StampFly_Hovering_Project` における制御系（姿勢・高度・推力）の構成と、PID クラスがどのように利用されているかを、数式とコード位置の対応付きで整理したものです。

---

## 1. 制御系の全体構成

- メインループ周期
  - 制御ループは 400 Hz (`Control_period` は `0.0025 [s]`) で動作します。
  - 実装箇所: `src/flight_control.cpp:266` 付近 `loop_400Hz()`
- 主な状態量（センサ・推定値）
  - 姿勢角: `Roll_angle`, `Pitch_angle`, `Yaw_angle` [rad]
  - 角速度: `Roll_rate`, `Pitch_rate`, `Yaw_rate` [rad/s]
  - 高度: `Altitude2` [m] (ToF + 加速度のカルマンフィルタ推定)
  - 垂直速度: `Alt_velocity` [m/s]
  - 実装箇所: センサ処理 `src/sensor.cpp:220–335` 付近
- 主な制御ループ（カスケード構造）
  1. 角度ループ（外側）
    - 入力: 目標ロール角 / ピッチ角 `Roll_angle_command`, `Pitch_angle_command`
    - 出力: 目標角速度 `Roll_rate_reference` (`p_ref`), `Pitch_rate_reference` (`q_ref`)
    - PID: `phi_pid` (ロール角)、`theta_pid` (ピッチ角)
    - 実装: `angle_control()` (`src/flight_control.cpp:751–782`)
  2. 角速度ループ（内側）
    - 入力: 上記の目標角速度 `Roll_rate_reference`, `Pitch_rate_reference` と `Yaw_rate_reference`
    - 出力: 各軸の角速度指令 `Roll_rate_command`, `Pitch_rate_command`, `Yaw_rate_command`
    - PID: `p_pid` (ロールレート)、`q_pid` (ピッチレート)、`r_pid` (ヨーレート)
    - 実装: `rate_control()` (`src/flight_control.cpp:614–703`)
  3. 高度／垂直速度ループ（外側 → 内側の二重ループ）
    - 高度ループ（外側）
      - 入力: 高度目標 `Alt_ref` と推定高度 `Altitude2`
      - 出力: 垂直速度目標 `Z_dot_ref`
      - PID: `alt_pid`
      - 実装: `angle_control()` 内 (`src/flight_control.cpp:760–762`)
    - 垂直速度ループ（内側）
      - 入力: `Z_dot_ref` と推定垂直速度 `Alt_velocity`

- 出力: 推力補正量を含む推力指令、最終的に `Thrust_command`
- PID: `z_dot_pid`
- 実装: `rate_control()` 内 (`src/flight_control.cpp:643-653`)

#### 4. モータミキシング

- 入力: `Thrust_command` と各軸角速度指令 `Roll_rate_command`, `Pitch_rate_command`, `Yaw_rate_command`
- 出力: 各モータ duty (0-1 の正規化)
  - `FrontRight_motor_duty`, `FrontLeft_motor_duty`, `RearRight_motor_duty`, `RearLeft_motor_duty`
- 実装: `rate_control()` 内 (`src/flight_control.cpp:658-671`)

## 2. PID クラスの実装（共通仕様）

- クラス定義: `src/pid.hpp:15` 付近 `class PID`
- 実装: `src/pid.cpp:40-80`

### 2.1 パラメータと内部状態

`PID` クラスは以下のパラメータを持ちます (`PID::set_parameter()` により設定)。

- 比例ゲイン: `m_kp = K_p`
- 積分時間: `m_ti = T_i`
- 微分時間: `m_td = T_d`
- 微分フィルタ係数: `m_eta = \eta` (不完全微分のフィルタ係数)
- サンプルング周期: `m_h` (`update()` 呼び出し時の `h` が優先)

内部状態:

- `m_integral` ... 積分状態 (無次元、誤差をスケーリングした内部積分)
- `m_differential` ... 微分状態 (無次元、誤差をスケーリングした内部微分)
- `m_err` ... 直前ステップの誤差 `e_{k-1}`

### 2.2 離散時間 PID 方程式

更新関数: `float PID::update(float err, float h)`

実装: `src/pid.cpp:67-79`

離散時間ステップ  $k$  において、

- `e_k`: 現在の誤差 `err`
- `e_{k-1}`: 前回の誤差 `m_err`
- `h_k`: サンプル時間 `h`

とくと、内部状態は次のように更新されます。

#### 1. 積分項 (台形則 + $1/T_i$ スケーリング)

$$I_k = I_{k-1} + (h_k / (2 T_i)) (e_k + e_{k-1})$$

コードでは:

```
m_integral = m_integral + m_h * (err + m_err) / 2 / m_ti;  
// ±30000 にクリップ
```

よって PID 出力に寄与する積分項は

$$u_I(k) = K_p \cdot I_k$$

## 2. 不完全微分項 (1 次フィルタ付き微分)

$$D_k = \alpha \cdot D_{\{k-1\}} + \beta \cdot (e_k - e_{\{k-1\}})$$

$$\alpha = (2 \eta T_d - h_k) / (2 \eta T_d + h_k)$$

$$\beta = 2 T_d / (2 \eta T_d + h_k)$$

コード上は:

```
m_differential = (2 * m_eta * m_td - m_h) * m_differential  
                / (2 * m_eta * m_td + m_h)  
                + 2 * m_td * (err - m_err)  
                / (2 * m_eta * m_td + m_h);
```

よって PID 出力に寄与する微分項は

$$u_D(k) = K_p \cdot D_k$$

## 3. 比例項 + 積分項 + 微分項の合成

最終出力  $u_k$  は

$$\begin{aligned} u_P(k) &= K_p \cdot e_k \\ u_I(k) &= K_p \cdot I_k \\ u_D(k) &= K_p \cdot D_k \\ \\ u_k &= u_P(k) + u_I(k) + u_D(k) \\ &= K_p (e_k + I_k + D_k) \end{aligned}$$

コード:

```
return m_kp * (err + m_integral + m_differential);
```

### 3. 姿勢角 PID（外側ループ）

関数: `angle_control()`

実装位置: `src/flight_control.cpp:751-782`

#### 3.1 ロール角 PID (`phi_pid`)

- PID インスタンス: `phi_pid` (`src/flight_control.cpp:194`)
- ゲイン設定: `control_init()` 内 (`src/flight_control.cpp:476-477`)

```
phi_pid.set_parameter(Roll_angle_kp, Roll_angle_ti,  
                      Roll_angle_td, Roll_angle_eta, Control_period);
```

ここで

$K_p = \text{Roll\_angle\_kp}$ 、 $T_i = \text{Roll\_angle\_ti}$ 、 $T_d = \text{Roll\_angle\_td}$ 、 $\eta = \text{Roll\_angle\_eta}$ 。

#### 入力誤差

`angle_control()` 内の誤差定義 (`src/flight_control.cpp:765-777`) :

```
Roll_angle_reference = Roll_angle_command; // 目標ロール角  
...  
phi_err = Roll_angle_reference  
         - (Roll_angle - Roll_angle_offset);
```

したがって離散時間ステップ  $k$  でのロール角誤差は

```
 $\phi_{\text{ref}}(k) = \text{Roll\_angle\_reference}(k)$   
 $\phi(k) = \text{Roll\_angle}(k) - \text{Roll\_angle\_offset}$   
 $e_{\phi}(k) = \phi_{\text{ref}}(k) - \phi(k)$ 
```

#### 出力

`phi_pid` の出力はロール角速度の目標値 `Roll_rate_reference`:

```
Roll_rate_reference = phi_pid.update(phi_err, Interval_time);
```

数式で書くと、PID 出力を  $p\_ref(k)$  として

$$\begin{aligned} p\_ref(k) &= Roll\_rate\_reference(k) \\ &= K_{p,\varphi} (e_\varphi(k) + I_\varphi(k) + D_\varphi(k)) \end{aligned}$$

ここで  $I_\varphi(k)$ ,  $D_\varphi(k)$  はセクション 2 の PID 方程式に従うロール角用の内部積分・微分状態です。

### 3.2 ピッチ角 PID (theta\_pid)

- PID インスタンス: `theta_pid (src/flight_control.cpp:195)`
- ゲイン設定: `control_init()` 内 (`src/flight_control.cpp:478–479`)

```
theta_pid.set_parameter(Pitch_angle_kp, Pitch_angle_ti,
                        Pitch_angle_td, Pitch_angle_eta, Control_period);
```

#### 入力誤差

```
Pitch_angle_reference = Pitch_angle_command; // 目標ピッチ角
...
theta_err = Pitch_angle_reference
            - (Pitch_angle - Pitch_angle_offset);
```

離散時間ステップ  $k$  で

$$\begin{aligned} \theta\_ref(k) &= Pitch\_angle\_reference(k) \\ \theta(k) &= Pitch\_angle(k) - Pitch\_angle\_offset \\ e_\theta(k) &= \theta\_ref(k) - \theta(k) \end{aligned}$$

#### 出力

```
Pitch_rate_reference = theta_pid.update(theta_err, Interval_time);
```

$$\begin{aligned} q\_ref(k) &= Pitch\_rate\_reference(k) \\ &= K_{p,\theta} (e_\theta(k) + I_\theta(k) + D_\theta(k)) \end{aligned}$$

ここで  $q\_ref(k)$  が内側のピッチ角速度ループの目標値になります。

## 4. 角速度 PID（内側ループ）

関数: `rate_control()`

実装位置: `src/flight_control.cpp:614–703`

### 4.1 ロールレート PID (`p_pid`)

- PID インスタンス: `p_pid` (`src/flight_control.cpp:191`)
- ゲイン定義: `Roll_rate_kp`, `Roll_rate_ti`, `Roll_rate_td`, `Roll_rate_eta`
  - 位置: `src/flight_control.cpp:84–87`
- ゲイン設定: `control_init()` (`src/flight_control.cpp:469–470`)

```
p_pid.set_parameter(Roll_rate_kp, Roll_rate_ti,
                    Roll_rate_td, Roll_rate_eta, Control_period);
```

### 入力誤差

`rate_control()` 内 (`src/flight_control.cpp:635–641`) :

```
p_rate = Roll_rate;           // 実測ロール角速度
p_ref  = Roll_rate_reference; // 目標ロール角速度
...
p_err = p_ref - p_rate;
```

よって

```
e_p(k) = p_ref(k) - p(k)
        = Roll_rate_reference(k) - Roll_rate(k)
```

### 出力

```
Roll_rate_command = p_pid.update(p_err, Interval_time);
```

```
u_p(k) = Roll_rate_command(k)
        = K_p,p (e_p(k) + I_p(k) + D_p(k))
```

この `u_p(k)` が、モータミキシング段でロール方向のトルク指令として利用されます。

### 4.2 ピッチレート PID (`q_pid`)

- PID インスタンス: `q_pid` (`src/flight_control.cpp:192`)

- ゲイン定義: `Pitch_rate_kp`, `Pitch_rate_ti`, `Pitch_rate_td`, `Pitch_rate_eta` (`src/flight_control.cpp:89–92`)
- ゲイン設定: `control_init()` (`src/flight_control.cpp:471–472`)

```
q_pid.set_parameter(Pitch_rate_kp, Pitch_rate_ti,
                   Pitch_rate_td, Pitch_rate_eta, Control_period);
```

## 入力誤差

```
q_rate = Pitch_rate;
q_ref  = Pitch_rate_reference;
...
q_err = q_ref - q_rate;
```

```
e_q(k) = q_ref(k) - q(k)
       = Pitch_rate_reference(k) - Pitch_rate(k)
```

## 出力

```
Pitch_rate_command = q_pid.update(q_err, Interval_time);
```

```
u_q(k) = Pitch_rate_command(k)
       = Kp,q (eq(k) + Iq(k) + Dq(k))
```

### 4.3 ヨーレート PID (`r_pid`)

- PID インスタンス: `r_pid` (`src/flight_control.cpp:193`)
- ゲイン定義: `Yaw_rate_kp`, `Yaw_rate_ti`, `Yaw_rate_td`, `Yaw_rate_eta` (`src/flight_control.cpp:94–97`)
- ゲイン設定: `control_init()` (`src/flight_control.cpp:473`)

```
r_pid.set_parameter(Yaw_rate_kp, Yaw_rate_ti,
                   Yaw_rate_td, Yaw_rate_eta, Control_period);
```

## 入力誤差

`Yaw_angle_command` は常に 0 に設定され、ヨー角そのものは PID で制御されていません。  
 ヨーレート指令 `Yaw_rate_reference` は 0 に設定されています (`get_command()` 内,

src/flight\_control.cpp:571–572 付近)。

```
r_rate = Yaw_rate;
r_ref  = Yaw_rate_reference;  // 通常 0
...
r_err = r_ref - r_rate;
```

```
e_r(k) = r_ref(k) - r(k)
        = Yaw_rate_reference(k) - Yaw_rate(k)
        ≡ - Yaw_rate(k)
```

## 出力

```
Yaw_rate_command = r_pid.update(r_err, Interval_time);
```

```
u_r(k) = Yaw_rate_command(k)
        = K_p,r (e_r(k) + I_r(k) + D_r(k))
```

## 5. 高度・垂直速度 PID (カスケード)

### 5.1 高度 PID (alt\_pid – 外側ループ)

- PID インスタンス: `alt_pid` (src/flight\_control.cpp:198)
- ゲイン定義: `alt_kp`, `alt_ti`, `alt_td`, `alt_eta` (src/flight\_control.cpp:111–114)
- ゲイン設定: `control_init()` (src/flight\_control.cpp:482)

```
alt_pid.set_parameter(alt_kp, alt_ti, alt_td,
                      alt_eta, alt_period);
```

## 入力誤差

`angle_control()` 内 (src/flight\_control.cpp:760–762) にて

```
alt_err = Alt_ref - Altitude2;
if (Alt_flag >= 1)
    Z_dot_ref = alt_pid.update(alt_err, Interval_time);
```

よって



```

z_ref(k) = Alt_ref(k)           // 目標高度 [m]
z(k)      = Altitude2(k)        // 推定高度 [m]

e_alt(k) = z_ref(k) - z(k)
          = Alt_ref(k) - Altitude2(k)

```

出力は垂直速度目標  $Z\_dot\_ref$ :

```

Z_ref(k) = Z_dot_ref(k)
          = K_p,alt (e_alt(k) + I_alt(k) + D_alt(k))

```

## 5.2 垂直速度 PID (z\_dot\_pid – 内側ループ)

- PID インスタンス: `z_dot_pid` (`src/flight_control.cpp:199`)
- ゲイン定義: `z_dot_kp`, `z_dot_ti`, `z_dot_td`, `z_dot_eta` (`src/flight_control.cpp:117–120`)
- ゲイン設定: `control_init()` (`src/flight_control.cpp:483`)

```

z_dot_pid.set_parameter(z_dot_kp, z_dot_ti,
                        z_dot_td, alt_eta, alt_period);

```

## 入力誤差

通常ホバリング・上昇／下降時 (`Alt_flag == 1`) の場合、`rate_control()` 内で

```

z_dot_err      = Z_dot_ref - Alt_velocity;
Thrust_command = Thrust_filtered.update(
    (Thrust0 + z_dot_pid.update(z_dot_err, Interval_time))
    * BATTERY_VOLTAGE,
    Interval_time);

```

よって

```

v_ref(k) = Z_dot_ref(k)           // 外側高度 PID からの速度目標 [m/s]
v(k)      = Alt_velocity(k)        // 推定垂直速度 [m/s]

e_z(k) = v_ref(k) - v(k)
        = Z_dot_ref(k) - Alt_velocity(k)

```

自動着陸時 (`auto_state == AUTO_LANDING`) には目標速度が固定で

```
z_dot_err = -0.15 - Alt_velocity;
```

すなわち

```
v_ref(k) = -0.15 [m/s]
e_z(k)    = -0.15 - Alt_velocity(k)
```

## 出力と推力指令

`z_dot_pid` の出力を  $\Delta Thrust(k)$  とおくと

```
 $\Delta Thrust(k) = z\_dot\_pid(e\_z(k))$ 
```

これに基準推力 `Thrust0` を加算し、電圧スケーリングを行った上で一次遅れフィルタ `Thrust_filtered` を通して最終推力指令 `Thrust_command` を計算しています。

```
Thrust_raw(k) = [Thrust0(k) +  $\Delta Thrust(k)$ ] * BATTERY_VOLTAGE
Thrust_command(k) = LPF_Thrust(Thrust_raw(k))
```

コード:

```
Thrust_command = Thrust_filtered.update(
    (Thrust0 + z_dot_pid.update(z_dot_err, Interval_time))
    * BATTERY_VOLTAGE,
    Interval_time);
```

`Thrust0` はバッテリー電圧から計算されるトリム推力で、`get_command()` 内で更新されています (`src/flight_control.cpp:506–521`)。

さらに、推力の急激な変化を抑えるために上下 15% の範囲でクリップしています (`src/flight_control.cpp:648–649`)。

```
 $Thrust\_command / BATTERY\_VOLTAGE \in [0.85 \cdot Thrust0, 1.15 \cdot Thrust0]$ 
```

---

## 6. モータミキシングと最終出力

`rate_control()` 内のモータ duty 計算部 (`src/flight_control.cpp:658–671`) では、

```

FrontRight_motor_duty = Duty_fr.update(
    (Thrust_command + (-Roll_rate_command
                      + Pitch_rate_command
                      + Yaw_rate_command) * 0.25f)
    / BATTERY_VOLTAGE,
    Interval_time);

FrontLeft_motor_duty = Duty_fl.update(
    (Thrust_command + (Roll_rate_command
                      + Pitch_rate_command
                      - Yaw_rate_command) * 0.25f)
    / BATTERY_VOLTAGE,
    Interval_time);

RearRight_motor_duty = Duty_rr.update(
    (Thrust_command + (-Roll_rate_command
                      - Pitch_rate_command
                      - Yaw_rate_command) * 0.25f)
    / BATTERY_VOLTAGE,
    Interval_time);

RearLeft_motor_duty = Duty_rl.update(
    (Thrust_command + (Roll_rate_command
                      - Pitch_rate_command
                      + Yaw_rate_command) * 0.25f)
    / BATTERY_VOLTAGE,
    Interval_time);

```

を計算しています。

各 `Duty_*` は `Filter` クラス（一次遅れフィルタ）で平滑化されており、その実装は `src/pid.cpp:82-101` にあります。

## 6.1 モータ出力の数式化

簡略化のため、フィルタを無視した瞬時値として、

```

u_T(k) = Thrust_command(k) / BATTERY_VOLTAGE
u_p(k) = Roll_rate_command(k)
u_q(k) = Pitch_rate_command(k)
u_r(k) = Yaw_rate_command(k)

```

とすると、各モータ duty（0-1 の正規化値）は概ね以下の線形結合です。

```

FrontRight ≃ u_T + (-u_p + u_q + u_r) / 4
FrontLeft  ≃ u_T + ( u_p + u_q - u_r) / 4
RearRight  ≃ u_T + (-u_p - u_q - u_r) / 4
RearLeft   ≃ u_T + ( u_p - u_q + u_r) / 4

```

この duty が `set_duty_fr/fl/rr/rl()` を通して PWM に変換され、最終的にモータに出力されます (`src/flight_control.cpp:785-796`)。

## 7. 実装箇所まとめ（ファイル・関数・行番号）

- PID クラス本体
  - ファイル: `src/pid.cpp:40-80`
  - 関数: `PID::set_parameter()`, `PID::update()`
  - 内容: 共通の P, I, D 計算ロジック
- PID パラメータ定義
  - ファイル: `src/flight_control.cpp:82-120`
  - 内容:
    - ロール・ピッチ・ヨー角速度 PID ゲイン (`Roll_rate_*`, `Pitch_rate_*`, `Yaw_rate_*`)
    - ロール・ピッチ角度 PID ゲイン (`Rall_angle_*`, `Pitch_angle_*`)
    - 高度 PID (`alt_*`) と垂直速度 PID (`z_dot_*`) ゲイン
- PID インスタンスと初期化
  - ファイル: `src/flight_control.cpp:191-203` (`PID p_pid, q_pid, r_pid, phi_pid, theta_pid, alt_pid, z_dot_pid;`)
  - ゲイン設定: `control_init()` (`src/flight_control.cpp:467-483`)
- 角度 PID（外側ループ）
  - ファイル: `src/flight_control.cpp:751-782`
  - 関数: `angle_control()`
  - 内容:
    - 高度誤差 `alt_err = Alt_ref - Altitude2` → `Z_dot_ref = alt_pid.update(...)`
    - 角度誤差 `phi_err, theta_err` → `Roll_rate_reference, Pitch_rate_reference = phi_pid/theta_pid.update(...)`
- 角速度 PID（内側ループ）
  - ファイル: `src/flight_control.cpp:614-703`
  - 関数: `rate_control()`
  - 内容:
    - 角速度誤差 `p_err, q_err, r_err` → `Roll_rate_command, Pitch_rate_command, Yaw_rate_command`
    - 垂直速度誤差 `z_dot_err` → `Thrust_command` (`z_dot_pid` と一次遅れ `Thrust_filtered` により)
- 高度推定・センサ処理
  - ファイル: `src/sensor.cpp:220-335`
  - 関数: `sensor_read()`

- 内容:

- ToF + 加速度から Kalman フィルタ `EstimatedAltitude (Alt_kalman)` を用いて `Altitude2`, `Alt_velocity`, `Az_bias` を算出
  - これらが高度／垂直速度 PID の入力となる
- 

このドキュメントを起点に、各 PID のゲイン調整や制御設計（例: 角度ループの帯域、レートループの帯域、高度ループの応答性など）を検討する際には、セクション 2 の離散時間 PID 方程式と、セクション 3-5 の誤差定義・信号の流れを参照すると、コードと制御理論の対応付けが容易になります。