

先端データ解析論 レポート第1回

48196635 桑原亮介

1 chapter1

1.1 宿題1

1.1.1 $p(X=\text{好}, Y=\text{眠})$ を求めよ.

$P(X = \text{好}) = 0.8, P(Y = \text{眠} | X = \text{好}) = 0.25$ より,
 $P(Y = \text{眠}, X = \text{好}) = P(X = \text{好}) \cdot P(Y = \text{眠} | X = \text{好}) = 0.2$ (答)

1.1.2 $p(Y=\text{眠})$ を求めよ

$P(Y = \text{眠}) = P(Y = \text{眠} | X = \text{好}) + P(Y = \text{眠} | X = \text{嫌}) = 0.5$ (答)

1.1.3 $P(X=\text{好} | Y=\text{眠})$ を求めよ.

$P(X = \text{好} | Y = \text{眠}) = \frac{P(Y = \text{眠} | X = \text{好})P(X = \text{好})}{P(Y = \text{眠})} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4$ (答)

1.1.4 確率と統計の好き嫌い と 授業中眠たい事は独立か？

独立ではない。

$P(Y = \text{眠}) \cdot P(X = \text{好}) \neq P(Y = \text{眠}, X = \text{好})$ (答)

1.2 宿題2

証明

1.2.1 定数は期待値をとっても値は変わらない：

$$E(c) = c$$

$E(c) = cE(1) = c$ (答)

1.2.2 定数を足した期待値は、期待値に定数を足したものと等しい：

$$E(X + c) = E(X) + c$$

$$\begin{aligned} E(X + c) &= E(X) + E(c) \\ &= E(X) + c \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

1.2.3 定数倍の期待値は、期待値の定数倍と等しい：

$$E(cX) = cE(X)$$

$$\begin{aligned} E(cX) &= E(c)E(X) \\ &= cE(X) \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

1.3 宿題 3

1.3.1 定数の分散はゼロ

$$V(c) = 0$$

分散の定義より、 X が確率変数に場合には $V(X) = E(X - \mu_X)^2$,
ここで c は定数なので、 $E(c - c)^2 = 0$ (答)

1.3.2 定数を足したものの分散は、もとの分散と等しい

$$V(X + c) = V(X)$$

$$V(X+c)=V(X)+V(c)= V(X) \quad (\text{答})$$

1.3.3 定数倍の分散は、もとの分散に定数の2乗をかけたものと等しい

$$V(cX) = c^2V(X)$$

$$\begin{aligned} &= E(cX - c\mu_Y)^2 \\ &= E(c^2(X - \mu_Y)^2) \\ &= c^2 E(X - \mu_Y)^2 \\ &= c^2 V(X) \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

1.4 宿題 4

1.4.1 二つの確率変数 と の和の期待値は、それぞれの期待値の和と等しい：

$$\begin{aligned} E(X + X') &= \\ &= \sum_x \sum_{x'} (x + x') P(X = x, X' = x') \\ &= \sum_x \sum_{x'} x P(X = x, X' = x') + \sum_x \sum_{x'} x' P(X = x, X' = x') \\ &= \sum_x x \sum_{x'} P(X = x, X' = x') + \sum_{x'} x' \sum_x P(X = x, X' = x') \\ &= \sum_x x P(X = x) + \sum_{x'} x' P(X' = x') \\ &= E(X) + E(X') \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

1.4.2 しかし と の和の分散は、一般にはそれぞれの分散の和とは等しくない

$$\begin{aligned} V(X + X') &= E((X + X') - (\mu_X + \mu_{X'}))^2 \\ &= E((X - \mu_X)^2 + (X' - \mu_{X'})^2) + 2E(X - \mu_X)(X' - \mu_{X'}) \\ &= V(X) + V(X') + 2Cov(X, X') \quad (\text{答}) \end{aligned}$$