

Непрекъснато съединяване на криви на Безие

Дадена е крива на Безие $C(u)$, $u \in [0,1]$ от степен n и контролни точки $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$.

Дадена е крива на Безие $D(v)$, $v \in [0,1]$ от степен m и контролни точки $Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_m$.

Ако дефиниционния интервал на параметъра u за кривата $C(u)$ е $[0,1]$, то поради вида на полиномите на Бернщайн и явните уравнения на $\dot{C}(u)$, $\ddot{C}(u)$, следват формулите за изчисляване на стойностите им в двата края на интервала, т.е. в $u = 0$ и $u = 1$:

$$\begin{aligned} \dot{C}(0) &= n(P_1 - P_0) \\ \dot{C}(1) &= n(P_n - P_{n-1}) \\ \ddot{C}(0) &= n(n-1)[P_2 - 2P_1 + P_0] \\ \ddot{C}(1) &= n(n-1)[P_n - 2P_{n-1} + P_{n-2}] \end{aligned} \quad (2.23)$$

Аналогични са и за другата крива на Безие $D(v)$, $v \in [0,1]$ и нейните контролни точки Q_i .

$$\begin{aligned} \dot{D}(0) &= m(Q_1 - Q_0) \\ \dot{D}(1) &= m(Q_m - Q_{m-1}) \\ \ddot{D}(0) &= m(m-1)[Q_2 - 2Q_1 + Q_0] \\ \ddot{D}(1) &= m(m-1)[Q_m - 2Q_{m-1} + Q_{m-2}] \end{aligned} \quad (2.23)$$

Необходими и достатъчни условия за съществуване на различна непрекъснатост
между двете криви на Безие $C(u)$ и $D(v)$, $u, v \in [0,1]$:

1. $C(u)$ и $D(v)$ са C^0 — непрекъснати $\Leftrightarrow \exists$ точка на съединяване, т.е. някоя произволна точка от първата крива да съвпада с някоя точка от втората крива — $P_i \equiv Q_j$.

2. $C(u)$ и $D(v)$ са G^1 — непрекъснати $\Leftrightarrow \dot{C}(1) \uparrow\uparrow \dot{D}(0)$, т. е. $\dot{C}(1) = \lambda \cdot \dot{D}(0)$.

3. $C(u)$ и $D(v)$ са C^1 — непрекъснати $\Leftrightarrow \dot{C}(1) = \dot{D}(0)$.

➤ Очевидно е, че G^1 — е по-слабото условие. Ако кривите са C^1 — непрекъснати \Rightarrow те са G^1 — непрекъснати ($\lambda = 1$). Обратното не е в сила.

4. $C(u)$ и $D(v)$ са G^2 — непрекъснати $\Leftrightarrow \ddot{C}(1) - \ddot{D}(0) \uparrow\uparrow \dot{C}(1)$, т. е.
 $\ddot{C}(1) - \ddot{D}(0) = \lambda \cdot \dot{C}(1)$.

5. $C(u)$ и $D(v)$ са C^2 — непрекъснати $\Leftrightarrow \ddot{C}(1) = \ddot{D}(0)$.

➤ Очевидно е, че G^2 — е по-слабото условие. Ако кривите са C^2 — непрекъснати \Rightarrow те са G^2 — непрекъснати ($\lambda = 0$). Обратното не е в сила.