

УПРАЖНЕНИЕ 10

Доверителни интервали за пропорция

Тестове за проверка на хипотези за пропорция.

Доверителен интервал За популационна пропорция

- Предположения
 - Извадка с обем **n** е направена от алтернативна популация: всеки елемент или притежава или не притежава дадена характеристика

$$\left(\hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$$

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

x = броя на индивидите от извадката, които притежават характеристиката

14.6. За да се изследва дали повече от половината млади хора на възраст между 20 и 30 години пушат, се прави случайна извадка от 1000 младежи на тази възраст и се оказва, че 589 от тях пушат. Да се построи 95% доверителен интервал на процента пушачи на възраст между 20 и 30 години?

Решение: Интерпретация на дадените данни

1000 - обем на извадката n

Успех=„пушачи“

589– брой успехи (x)

$589/1000=0.589=\hat{p}$ извадкова пропорция(статистика)

Избираме $\alpha=0.05$ и търсим 95 % ДИ, т.е.

Използваме z-разпределението и z- таблицата

$$\left(\hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) \rightarrow Z \text{ се намира от таблицата. Това е точка за}$$

която лицето/вероятността наляво е
 $=1-\alpha/2=1-0.05/2=1-0.025=0.975$
Т.е. $Z=1.96$

$$\left(0.589 - 1.96 \sqrt{\frac{0.589(1-0.589)}{1000}}, 0.589 + 1.96 \sqrt{\frac{0.589(1-0.589)}{1000}} \right) \quad (0.558, 0.6195)$$

Броят на пушачите е между 55.4% и 61.95% , повече от половината

Проверка на хипотези за пропорция/ алтернативна популация

Контрахипотеза за популационна пропорция	Статистика	Критична област
$H_1: p > p_0$	$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}},$ <p>където $\hat{p} = \frac{y}{n},$</p> <p>е извадкова вероятност за успех</p>	$(z_{1-\alpha}, \infty)$
$H_1: p < p_0$		$(-\infty, -z_{1-\alpha})$
$H_1: p \neq p_0$		$(-\infty, -z_{1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$

14.3. Фирма, произвеждаща дъвка, след една рекламна кампания сред зъболекари решава да провери ефекта на рекламата. При случайно допитване до 390 зъболекари се установява, че 273 от тях са препоръчвали на пациентите си дъвката. Може ли да се твърди, че поне 75% от зъболекарите препоръчват дъвката с ниво на значимост $\alpha = 0,05$

Решение: Интерпретация а данните:

0.75= константата от хипотезата

390=n=обем на извадката

273 = брой успехи

$$\hat{p} = \frac{273}{390} = 0.7$$

ниво на значимост $0.05 = \alpha$

$$H_0: p=0.75 \quad H_1: p < \mathbf{0.75}$$

Използваме статистиката

$$Z = \frac{0.7 - 0.75}{\sqrt{\frac{0.75(1-0.75)}{390}}} = -2.28035$$

$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}},$$

При ниво на значимост 0.05 се търси $1-\alpha=0.95$ и КО е $(-\infty, -1.64) \Rightarrow$ Извод -2.28035 е в КО; Отхвърляме H_0 . По –малко от 75% от зъболекарите препоръчват дъвката.

14.4. Съгласно международната здравна асоциация, в нормално развитите страни поне 7% от новородените са по-леки от 2,500 кг. За да се провери какво е състоянието в Судан са били избрани по случаен начин 209 новородени, от които се е оказало че 23 са с тегло под 2,500 кг. Какъв извод може да се направи, като се използва ниво на значимост е 0,01;

Решение: Интерпретация а данните:

0.07= константата от хипотезата

203=n=обем на извадката

23 = брой успехи

$$\hat{p} = \frac{23}{209} = 0.110048$$

ниво да значимост 0.05= α

$$H_0: p=0.07$$

$$H_1: p > 0.07$$

Използваме статистиката

$$Z = \frac{0.110048 - 0.07}{\sqrt{\frac{0.07(1-0.07)}{209}}} = 2.26915$$

$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}},$$

При ниво на значимост 0.01 се търси $1-\alpha=0.99$ и КО е $(2.33, \infty) \Rightarrow$ Извод 2.26915 НЕ е в КО; Няма основание да тхвърлим H_0 . Т.е. няма основание да считаме, че поне 7% от новородените в Судан са по-леки от 2,500 кг.

14.4. Съгласно международната здравна асоциация, в нормално развитите страни поне 7% от новородените са по-леки от 2,500 кг. За да се провери какво е състоянието в Судан са били избрани по случаен начин 209 новородени, от които се е оказало че 23 са с тегло под 2,500 кг. Какъв извод може да се направи, като се използва p -стойността на този тест?

$$H_0: p=0.07 \quad H_1: p > \mathbf{0.07}$$

Използваме статистиката

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.110048 - 0.07}{\sqrt{\frac{0.07(1-0.07)}{209}}} = 2.26915$$

Дясностраниен тест p -стойността е лицето надясно от статистиката 2.26915
, т.е. $1-0.988=0.011 \Rightarrow$ Извод $0.011 < 0.1$ Отхвърляме H_0 . Т.е. поне 7% от новородените в Судан са по-леки от 2,500 кг.