

Пример 1 / задача 2.3 Дадена е крива на Безие $C(u)$ с контролни точки $P_0(-8, 0)$, $P_1(-8, 8)$, $P_2(8, 8)$ и $P_3(8, 0)$.

- а) Пресметнете $C(u_0 = 0,25)$, като използвате полиномите на Бернщайн.
- б) Пресметнете $C(u_0 = 0,25)$ чрез алгоритъма на дьо Кастелжо. Начертайте мрежата на дьо Кастелжо, като покажете ефекта на „отрязване на върховете“.
- в) Подразделете кривата на Безие $C(u)$ при $u_0 = 0,25$, като подредите контролните точки на двете дъги в правилния ред.

Решение:

- а) Броят на контролните точки е *четири*, а от тук следва, че степента на кривата е $n = 3$.

$$C(u) = B_{3,0}(u) \cdot P_0 + B_{3,1}(u) \cdot P_1 + B_{3,2}(u) \cdot P_2 + B_{3,3}(u) \cdot P_3 = ?$$

$$B_{3,0}(u) = \frac{3!}{0!(3)!} \cdot u^0(1-u)^3 = (1-u)^3 \Rightarrow B_{3,0}(u_0) = B_{3,0}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3^3}{4^3} = 0,422$$

$$B_{3,1}(u) = \frac{3!}{1!(2)!} \cdot u^1(1-u)^2 = 3u(1-u)^2, \quad B_{3,1}(u_0) = B_{3,1}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3 \cdot 3^2}{4 \cdot 16} = 0,422$$

$$B_{3,2}(u) = \frac{3!}{2!(1)!} \cdot u^2 (1-u)^1 = 3u^2(1-u) \Rightarrow B_{3,2}(u_0) = B_{3,2}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3 \cdot 3}{16 \cdot 4} = 0,140$$

$$B_{3,3}(u) = \frac{3!}{3!0!} \cdot u^3 (1-u)^0 = u^3 \quad \Rightarrow \quad B_{3,3}(u_0) = B_{3,3}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4^3} = 0,016$$

$$C(u) = B_{3,0}(u) \cdot P_0 + B_{3,1}(u) \cdot P_1 + B_{3,2}(u) \cdot P_2 + B_{3,3}(u) \cdot P_3$$

$$C(u) = (1-u)^3 P_0 + 3u(1-u)^2 P_1 + 3u^2(1-u) P_2 + u^3 P_3$$

$$C\left(\frac{1}{4}\right) = 0,422 \cdot \binom{-8}{0} + 0,422 \cdot \binom{-8}{8} + 0,140 \cdot \binom{8}{8} + 0,016 \cdot \binom{8}{0} = (-5,5 ; 4,5) .$$

б) Пресметнете $C(u_0 = 0,25)$ чрез алгоритъма на дьо Кастелжо. Начертайте мрежата на дьо Кастелжо, като покажете ефекта на „отрязване на върховете“.

$$u_0 = 0,25 \Rightarrow (1 - u_0) = 0,75$$

За Алгоритъма на дьо Кастелжо в случая използваме формула (2.7) във вида:

$$C = 0,75 \cdot A + 0,25 \cdot B = \frac{3}{4} \cdot A + \frac{1}{4} \cdot B \quad , \quad C \in AB$$

Схемата е:

$$\begin{array}{ccccccc}
 P_0(-8, 0) & & & & & & \\
 & P_{10}(-8, 2) & & & & & \\
 P_1(-8, 8) & & P_{20}\left(-7, \frac{7}{2}\right) & & & & \\
 & P_{11}(-4, 8) & & & P_{30}\left(-\frac{11}{2}, \frac{9}{2}\right) \equiv C(u_0 = 0,25) & & \\
 P_2(8, 8) & & P_{21}\left(-1, \frac{15}{2}\right) & & & & \\
 & P_{12}(8, 6) & & & & & \\
 P_3(8, 0) & & & & & &
 \end{array}$$

в) Подразделете кривата на Безие $C(u)$ при $u_0 = 0,25$, като подредите контролните точки на двете дъги в правилния ред.

$$C_1(u) : P_0(-8, 0), P_{10}(-8, 2), P_{20}\left(-7, \frac{7}{2}\right), P_{30}\left(-\frac{11}{2}, \frac{9}{2}\right), u \in [0; 0,25]$$

$$C_2(u) : P_{30}\left(-\frac{11}{2}, \frac{9}{2}\right), P_{21}\left(-1, \frac{15}{2}\right), P_{12}(8, 6), P_3(8, 0), u \in [0,25; 1]$$

Начертайте мрежата на дъго Кастелжо, като покажете ефекта на „отрязване на върховете“.

