Вероятности и приложна статистика
(спец. Информатика)

Оценяване=от семестър+изпит

От семестър=
- **две домашни, които ще предавате в класната стая (максимум по 10 точки всяка)**
- **Две контролни по 45 мин, на хартия, (първата на 20/03/23 на лекции, втората -10 седмица на упражнения). Всяка носи максимум по 50 точки.**

От изпит= състои се от две части, на хартия, вероятности+статистика Всяка част има и въпроси с избор на отговор и задача. Всяка част носи максимум по 140 точки

Общо: максимум=400 точки= 280+100+20

КАКВО ЩЕ УЧИМ???

ЧАСТ 1: Вероятности

Много **алгоритми** се основават на случайността => е необходимо да се използва ТВ

Констриуирането на някои компютърни системи, като
-управление на паметта,
- прогнозиране на маршрут,
-балансиране на натоварването,
се основава на вероятностни предположения и анализи.

ЧАСТ 2: Статистика

Обработката на данни е една основна задача днес в редица области, в икономиката, в социологията, в промишлеността и пр. От друга страна тази обработка става само със съвременни ИТ системи, и затова поне елементарното познаване на основните статистическите методи е необходимо за бъдещи информатици, на които може да се наложи да правят/модифицират софтуер със статистика.

Основни понятия в ТВ

Опит

Всеки вероятностен проблем е свързан със случаен опит, процес или игра.

Елементарно събитие

Всеки изход на опита

Пространство от събития, S

Съкупност от всички елементарни изходи, свързани с даден опит

Събитие

Всяка съвкупност от елементарни събития (всяко подмножество на S).

Обикновено събитията се означават с главни латински букви: *A*, *B*,*C*,...

Един изход е благоприятен за събитие A, ако е елемент на A

Пример

Игра със зарче, например “*не се сърди човече*”. Всеки играч хвърля един път зарче.

Опит

Подхвърляне на зарчето, което пада на масата с една страна нагоре. На тази страна има брой точки.

Елементарно събитие

Падат се 1,2, 3,4,5 или 6 точки, Всяка от тези възможности е елем. събитие.

Пространство от събития, S

Състои се от 6 ел. съб.

S={1,2,3,4,5,6}

Събитие

A={1,2,3}, или B={1,3,5} или C={6} и т.н.

Събитието A има 3 благоприятни изхода, събитието C има един благоприятен изход

Примери

опит: Хвърляне на монета един път. S={Л,Г},
A={Г}, B={Л}

Опит: **хвърляне на зарче един път. S={1,2,3,4,5,6},**
A={нечетен брой точки върху зара}={1,3,5}
B={поне 5 точки на зара}={5,6}
C= {по-малко от 4 точки на зара}={1,2,3}

Опит: **избор на листче измежду 4 листчета с написани числата от 1 до 4 върху тях. S={1,2,3,4},**
A={нечетно число върху листчето}={1,3}
B={число по-голямо от 4 върху листчето}=празно

Опит:**хвърляне на бял и червен за едновременно един път.**
S={11,12,13,…,64,65,66},
A={една точка на всеки зар}={11}
B={поне 5 точки на белия зар}={51,52,53,…,65,66}
C= {сума 4 от точките на двата зара}={13,22,31}

Опит: **Хвърляне на един зар два пъти**

Опит: стрелба по кръгова мишена.
S={всички точки от кръга}
A={попадение в десятката}={точките от кръга, които са означени с 10}

Опит: Хвърляне на монета до поява на лице.
S={Л, ГЛ,ГГЛ,ГГГЛ,ГГГГЛ, ... },
A={точно един герб}={ГЛ}
B={поне един герб}={ГЛ,ГГЛ,ГГГЛ,ГГГГЛ, ... }

Видове пространства от елем. изходи S

крайномерни

Изброими безкрайни

неизброими

Видове събития

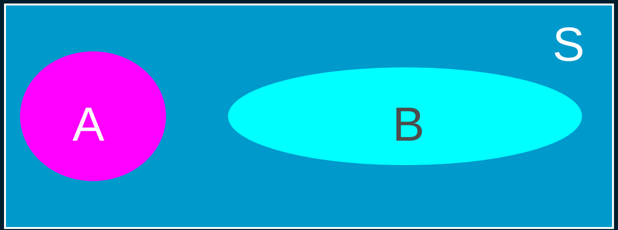
Достоверно

Състои се от всички изходи, свързани с даден опит= S

Невъзможно ∅

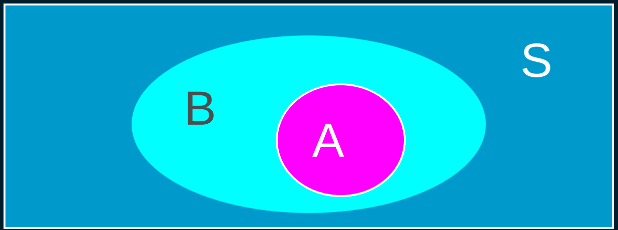
Несъвместими

Събития, които нямат общи благоприятни изходи



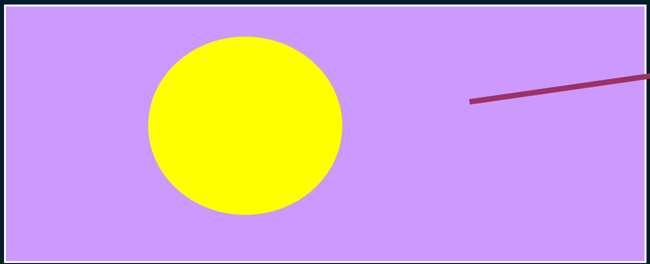
А влече В

Всеки благоприятен изход на А е благоприятен изход и за В



Допълнение

Събитието $\overline{A}$ се нарича допълнение на събитието А, ако се състои от всички изходи на пространството S, които не принадлежат на А



Допълнение на събитието А

Казваме, че настъпва събитието А, ако след изпълнение на опита се наблюдава изход от А (благоприятен за А)

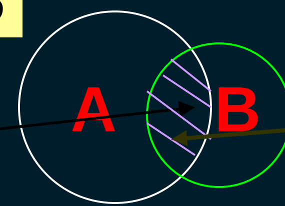
$\overline{A}$ и А са несъвместими

Действия със събития

Нека A,B са събития

$A \cap B$

***Сечение** на две събития:*

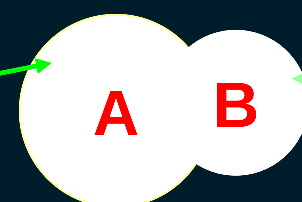


и

A и B е събитие, което се състои от всички изходи, които принадлежат както на A така и на B.

***Сума** на две събития :*

$A \cup B$

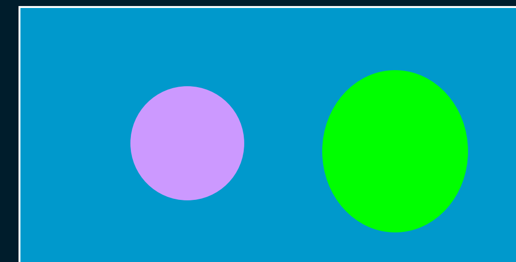


или

A или B е събитие, което се състои от всички изходи, които принадлежат или на *A*, или на *B*, или и на двете

Свойства

Нека A и B са несъвместими събития

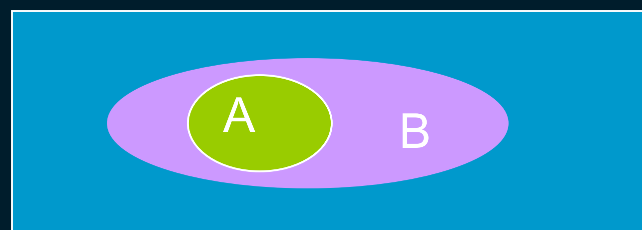


$A \cap B$ = A и B= невъзможното

$A \cap \overline{A}$ = невъзможното

$A \cup \overline{A} =$ S

Нека A влече B



$A \cap B$ = A и B= A → $A \cap S$ = A и S= A

$A \cup B$ = A или B= B → $A \cup S$ = A или S= S

Примери

Карта е избрана по случаен начин от колода от 52 карти

A={избраната карта е черна} B={избраната карта е пика}

C={избраната карта е поп} D={избраната карта е спатия}

B или C= Избраната карта е пика или поп $= B \cup C$

B и C= Избраната карта е поп пика $= B \cap C$

A или B= Избраната карта е черна $= A \cup B$

A и B= Избраната карта е пика $= A \cap B$

B или D= A $= B \cup D$

B и D= празно $= B \cap D$

Принцип на събирането

Когато множествата A и B нямат общи елементи **или**

Принцип на Умножението **И**

Няколко примера:

Ако има 4 момчета и 3 момичета, колко двойки могат да се формират? $4 \cdot 3 = 12$

Броене на стрингове

Брой на бинарни стрингове с дължина 4 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Брой на стрингове с дължина n от азбука с m символа m^n

Броене на пароли: Условия за паролите

- символите са букви (латински, 25 на брой) и цифри
- 4 символа
- започва с буква
- големината на буквите(т.е. главни или малки букви) е без значение

Брой пароли= 25*(25+10)*(25+10)*(25+10)

Примери

За да се отвори един катинар е необходимо да се въведе код от 4 цифри. Колко различни кода са възможни?

10.10.10.10=10 000

Колко различни кода са възможни, ако кодът задължително започва с четна цифра? **5.10.10.10=5 000**

Ако кодът на катинар се състои от 4 различни цифри, то колко кода са възможни?

10.9.8.7=5 040

Колко различни 4-цифрени числа с различни цифри могат да се запишат?

9.9.8.7= 4536

0 не може да е първа цифра, но после се връща в множеството от възможни цифри

Колко различни 4-цифрени **нечетни** числа с различни цифри могат да се запишат?

8.8.7.5= 2240

Последната цифра се избира измежду 5, после първата 10-1-1=8

Примери- продължение

15 ученика трябва да се подредят в редица. По колко различни начина могат да го направят?

15	**14**	**13**	**.....**	**2**	**1**

15!

Преподавател подготвя тестове за ученици, като разполага с 20 въпроса и всеки тест трябва да съдържа тези 20 въпроса, но в различен ред. Колко различни теста могат да се направят?

20	**19**	**18**	**.......**	**2**	**1**

20!

Комбинации

не- наредено множество от елементи

без повторение с формула

$$C_k^{\,n} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

без повторение без формула

Разсъждение= изборът на к елемента от множество с n елемента се намалява с броя, по който к елемента се подреждат помежду си= к!, т.е. наредената к-торка се дели на к!

$$\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

Пример

По колко различни начина могат да се изберат трима плувци от 10-членен отбор?

$$C_3^{\,10} = \frac{10(9)(8)}{3!} = \frac{720}{6} = 120$$

Или

$$\frac{10*9*8}{3!}$$

Пример (избор на тим)

Измежду 5 мъже и 7 жени трябва да се изберат петима, за да работят върху проект.

Колко различни 5-членни групи могат да се изберат?

Избор на 5 измежду 12 без наредба

$$C_{12}^{\ 5} = \frac{12!}{5!(12-5)!} = \frac{12(11)(10)(9)(8)}{1(2)(3)(4)(5)} = 792$$

Колко различни 5-членни групи могат да се изберат, ако трима са мъже, а останалите две са жени?

3 мъже избрани от 5 (без наредба) И 2 жени избрани от 7(без наредба)

$$C_5^{\ 3} = \frac{5(4)(3)}{3!} = 10 \qquad C_7^{\ 2} = \frac{7(6)}{2!} = 21$$

210

мъже

жени

Пример (избор на тим, продължение)

Измежду 5 мъже и 7 жени трябва да се изберат петима, за да работят върху проект.

Ако Иванчо и Марийка настояват или да работят заедно или да не са в групата, то **колко различни 5-членни групи могат да се изберат**?

Иванчо и Марийка са в групата ИЛИ не са в групата

1 начин за двамата	$\frac{10(9)(8)}{3!} = 120$

$+ \quad C_{12-2}^{\ 5} = \frac{10(9)(8)(7)(6)}{5!} = 252$

Иванчо и Марийка са в групата
=И и М и трима от (12-2)=10

Иванчо и Марийка не са в групата
= пет от останалите=12-2=10

Брой= 120+252=372

Опит

Пет карти са избрани случайно от колода карти (52 карти)

Колко са всички възможни изходи- начини за избор на 5 карти измежду 52 ?

$$C_5^{52} = \frac{52!}{5!(52-5)!} = \frac{52(51)(50)(49)(48)}{1(2)(3)(4)(5)} = 2598960$$

Колко са всички възможни изходи, при които една от картите е червена, а другите 4 са черни?

$$26(C_4^{26}) = 26\frac{26(25)(24)(23)}{1(2)(3)(4)} = 388700$$

Продължение

Колко са всички възможни изходи, при които една от картите е купа, а другите 4 не са купи?

$$13(C_4^{\;39}) = 13\frac{39(38)(37)(36)}{1(2)(3)(4)} = 1069263$$

Колко са всички възможни изходи, при които една от картите е поп, а другите 4 не са поп?

$$4(C_4^{\;48}) = 4\frac{48(47)(46)(45)}{1(2)(3)(4)} = 778320$$

Колко са всички възможни изходи, при които три от картите са поп, а другите 2 не са поп?

$$\left(C_3^{\;4}\right)(C_2^{\;48}) = \frac{4(3)(2)}{1(2)(3)}\,\frac{48(47)}{1(2)} = 4512$$