Задачи по линейна алгебра и аналитична геометрия

за специалност "Информатика", I курс

4 ноември 2020 г.

1 Свободни вектори. Векторно пространство

Задача 1.1. *Дадени са точките A, B и C, нележащи на една права. Ако O е произволна точка, да се докаже, че:*

а) точката M е среда на отсечката AB, точно когато

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB});$$

б) точката G е медицентър на $\triangle ABC$, точно когато

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}).$$

Задача 1.2. *Докажете, че точките, симетрични на дадена точка относно средите на страните на произволен пространствен четириъгълник, са върхове на успоредник.*

Задача 1.3. *В успоредника $ABCD$ точките M и N са среди съответно на BC и CD. Точката P е такава, че четириъгълникът $AMPN$ е успоредник. Докажете, че точките A, C и P са колинеарни.*

Задача 1.4. *Установете кое от следните множества е векторно пространство:*

а) множеството $M = \{ax^2 + (a-b)x + b; \quad a,\ b \in R\}$;

б) множеството $N = \{(x,y,z) \in R^3; \quad x - y + z = 0,\ 2x - y = 0\}$;

в) множеството $P = \{(x,y,z) \in R^3; \quad (x-y)^2 = 2x + y\}$;

г) множеството на матриците от вида $\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & -b \end{pmatrix}$, $(a, b \in R)$;

д) множеството на матриците от вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & 0 \end{pmatrix}$, $(a, b \in R)$.

2 Линейна независимост на вектори. База и координатни системи. Размерност на векторно пространство

Задача 2.1. *Установете за всяка от следните системи вектори дали е линейно зависима или независима:*

а) $a_1 = (1, 0, 0)$, $a_2 = (-1, 2, 1)$, $a_3 = (3, 0, -2)$;

б) $a_1 = (1, 1, 0)$, $a_2 = (2, -1, -2)$, $a_3 = (3, 0, -2)$;

в) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$;

г) $\overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{CC_1}$, $\overrightarrow{DD_1}$, *ако* $ABCD$ *и* $AB_1C_1D_1$ *са успоредници в пространството.*

Задача 2.2. *Да се намерят координатите на средата на отсечка с краища*

а) $A(5, 8)$, $B(1, -2)$; *б)* $A(2, 6)$, $B(-4, 8)$; *в)*$A(3, -3, 5)$, $B(-1, 1, 3)$.

Задача 2.3. *Да се намерят координатите на медицентъра* G *на триъгълник, чиито върхове са* $A(1, 1)$, $B(-2, 4)$ *и* $C(-4, -4)$.

Задача 2.4. *Да се провери дали точките* $A(3, 2)$, $B(1, 5)$, $C(-3, 0)$ *лежат на една права.*

Задача 2.5. *Съществува ли триъгълник с върхове*

а) $A(1, 1, 1)$, $B(2, 0, 5)$, $C(0, 3, -7)$; *б)* $A(1, -4, 1)$, $B(0, 2, 8)$, $C(-2, 14, 22)$?

Задача 2.6. *Да се намери четвъртият връх* C *на успоредника* $ABCD$, *ако* $A(3, 0)$, $B(3, 3)$, $D(0, 3)$.

Задача 2.7. *Определете размерността на векторните пространства от Задача 1.4 (1. Тема).*

Задача 2.8. *Докажете, че матриците* $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, *както и* $f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ *образуват база на векторното пространство* $M_{2x2}(R)$*. Намерете координатите на матрицата* $a = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ *спрямо двете бази.*

3 Скаларно произведение на вектори. Ъгъл между вектори. Дължина на вектор

Задача 3.1. *Притежава ли скаларното произведение свойствата, аналогични на следните свойства на реалните числа: а)* $ab = 0 \Rightarrow a = 0$ *или* $b = 0$*; б)* $ab = bc, b \neq o \Rightarrow a = c$*; в)* $a(bc) = (ab)c$*; г)* $(ab)^2 = a^2b^2$*.*

Задача 3.2. *Ако* $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$*, да се пресметнат* $\vec{a}\vec{b}$, $\vec{a}^2$, $\vec{b}^2$, $(\vec{a} - \vec{b})^2$, $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b})$*.*

Задача 3.3. *Ако* $\vec{a}(3, 1)$, $\vec{b}(-3, 0)$*, да се пресметнат* $\vec{a}\vec{b}$, $\vec{a}^2$, $\vec{b}^2$, $(\vec{a} - \vec{b})^2$, $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b})$, $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b})$*.*

Задача 3.4. *Ако* $\vec{a}(3, 2, -3)$, $\vec{b}(2, -3, 0)$*, да се пресметнат* $\vec{a}\vec{b}$, $\vec{a}^2$, $|\vec{b}|$, $(\vec{a} + \vec{b})^2$, $(\vec{a} + \vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$*.*

Задача 3.5. *Да се пресметне* $(2\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$*, ако* $\vec{a}(-1, 2, 0)$, $\vec{b}(2, 0, 4)$*. Да се намери косинусът на ъгъла между векторите* $\vec{p} = (2\vec{a} - \vec{b})$ *и* $\vec{q} = (\vec{a} + 2\vec{b})$*.*

Задача 3.6. *Даден е триъгълник* ABC *с върхове* $A(4, 6)$, $B(4, 0)$, $C(-4, 0)$*.*

а) Да се изобрази триъгълникът спрямо декартова координатна система.

б) Да се намерят дължините на страните на триъгълника.

в) Да се намерят ъглите на триъгълника.

Забележка 3.1. Координатната система, която се използва в задачите е ортонормирана.

4 Детерминанти

Задача 4.1. *Да се пресметнат детерминантите:*

а) $\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$; *б)* $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & -3 \end{vmatrix}$; *в)* $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

Задача 4.2. *Да се пресметнат детерминантите, като се използват свойствата:*

а) $\begin{vmatrix} a & -1 & 1 \\ 1 & -a & -1 \\ -1 & 1 & a \end{vmatrix}$; *б)* $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$; *в)* $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \end{vmatrix}$; *г)* $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$; *д)* $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -7 \\ 4 & -6 & -15 \\ -2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$;
е) $\begin{vmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 4 & 10 & 4 \\ -12 & 0 & -12 \end{vmatrix}$; *ж)* $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -6 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

Задача 4.3. *Да се пресметнат детерминантите от четвърти ред:*

а) $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & -3 & -1 & 5 \\ -8 & 1 & 7 & 6 \\ 7 & -3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$; *б)* $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & -4 & 5 \end{vmatrix}$; *в)* $\begin{vmatrix} 5 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ -5 & 4 & -1 & 2 \\ 10 & -12 & 4 & 15 \end{vmatrix}$; *г)* $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 5 \\ -3 & 1 & 0 & 6 \\ 2 & -3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$.

Задача 4.4. *Да се решат уравненията:*

а) $\begin{vmatrix} x & x-2 \\ 8 & 8-x \end{vmatrix} = 0$; *б)* $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & x^2-5x \end{vmatrix} = 0$;

в) $\begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ -1 & -x & 1 \\ -1 & 2-x & 0 \end{vmatrix} = 0$; *г)* $\begin{vmatrix} x & -4 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & x+3 \end{vmatrix} = 0$; *д)* $\begin{vmatrix} 1 & 1 & x \\ 3 & -2 & -x \\ x+2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0$.

Задача 4.5. *Да се решат неравенствата:*

а) $\begin{vmatrix} 1 & x & -2 \\ 3 & 2 & -x \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} > 6$; *б)* $\begin{vmatrix} 3 & x-1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & x \end{vmatrix} > 1$.

5 Умножение на матрици. Обратна матрица. Линейно преобразуване на векторни пространства

Задача 5.1. *Ако са дадени са матриците:*

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -4 \\ 2 & -4 & 12 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 14 & -2 \\ 10 & -8 & 4 \end{pmatrix}.$$

Намерете: а) $B + A$*; б)* $B - A$*; в)* $2A - 3B$*; г)* $4A$*; д)* $-\frac{1}{2}B$*.*

Задача 5.2. *Пресметнете произведението на матриците, ако това е възможно:*

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; *б)* $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$; *в)* $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; *д)* $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

Задача 5.3. *Да се намери матрица* $M = A^2 - BA + 3B$*, ако*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задача 5.4. *Да се намери обратната матрица* A^{-1}*, ако*

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$; *б)* $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; *в)* $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 11 \end{pmatrix}$;

г) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$; *д)* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 5.5. *Нека е дадено преобразуването* $f : R^3 \to R^2$*. Да се провери дали* f *е линейно, ако образът на произволен вектор* $x(x_1, x_2, x_3) \in R^3$ *е: а)* $f(x) = (x_1 - x_3, x_1 + x_2)$*, б)* $f(x) = (x_1 + 2x_3, 1 + x_2)$*.*

Да се намери матрицата на линейното преобразуване f *относно каноничните бази на* R^3 *и* R^2*.*

Задача 5.6. *Нека f е линейно преобразуване на V. Ако $\{e_1, e_2, e_3\}$ е база на V и $f(e_1) = e_1 + e_2 + e_3$, $f(e_2) = e_1 + e_3$, $f(e_3) = e_2 - e_3$, то да се намери:*

а) матрицата на линейното преобразуване $M_e(f)$;

б) аналитичното представяне на f;

в) образът на вектор $x_0(1, 1, 2)$ чрез f.

6 Ранг на матрица. Системи линейни уравнения

Задача 6.1. *Намерете ранга на матриците и на системата вектори:*

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$; *б)* $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$;

в) $a_1 = (3, -1, 3, 2)$, $a_2 = (5, -3, 2, 3)$, $a_3 = (-2, 2, 1, -1)$.

Задача 6.2. *Да се решат следните системи линейни уравнения, като се използват формулите на Крамер:*

а) $\left| \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 = 4 \\ 2x_1 + x_2 = -2 \end{array} \right.$; *б)* $\left| \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{array} \right.$; *в)* $\left| \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{array} \right.$.

Задача 6.3. *Като се приложи методът на Гаус, да се решат системите:*

а) $\left| \begin{array}{l} x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -6 \\ 7x_1 - 15x_2 + 11x_3 - 4x_4 = 4 \end{array} \right.$; *б)* $\left| \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ -x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 - 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ 7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{array} \right.$;

в) $\left| \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \end{array} \right.$; *г)* $\left| \begin{array}{l} 5x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right.$.

Задача 6.4. *Да се решат матричните уравнения:*

а) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; *б)* $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$; *г)* $X \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

7 Векторно и смесено произведение

Задача 7.1. *Дадени са векторите* $\vec{a}(0,2,3)$, $\vec{b}(1,0,4)$, $\vec{c}(2,-2,2)$. *Да се намерят двойните векторни произведения* $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}$, $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$ *и смесените произведения* $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$, $\vec{b}\vec{a}\vec{c}$, $(4\vec{a})(3\vec{b})\vec{c}$.

Задача 7.2. *Да се намери лицето на триъгълник* ABC, *където* $A(2,2)$, $B(0,2)$, $C(0,-2)$.

Задача 7.3. *Да се докаже, че точките* $A(1,2,1)$, $B(-2,2,-2)$, $C(1,1,3)$ *образуват триъгълник. Да се намери дължината на височината към страната* AB.

Задача 7.4. *Даден е тетраедър с върхове* $A(1,-5,4)$, $B(0,-3,1)$, $C(-2,-4,3)$, $D(4,4,-2)$. *Да се намери дължината на височината през върха* A.

Забележка 7.1. Координатната система, която се използва в задачите е ортонормирана.

8 Уравнения на права в равнината. Окръжност

Задача 8.1. *Да се намери уравнението на права:*

а) през точка $Q(0,1)$, *сключваща ъгъл* 120° *с* Ox;
б) през точка $L(-3,1)$, *успоредна на* Oy *(съответно на* Ox*);*
в) през точка $L(-3,1)$, *перпендикулярна на* Ox *(съответно на* Oy*);*
г) през точка $A(-1,1)$, *перпендикулярна на* $p: 2x-y+1=0$;
д) през точка $A(-1,1)$, *успоредна на* $l:\ \frac{x-1}{2}=\frac{y}{5}$.

Задача 8.2. *Да се намери тангенсът на острия ъгъл* θ *между правите:*

а) $p:\ y=-x+1$, $q:\ y=2x+3$;
б) $p:\ x-2y+2=0$, $q:\ 3x+2y-1=0$.

Задача 8.3. *Дадени са точките* $A(2,5)$, $B(2,-5)$, $C(0,2)$. *Да се намерят уравненията на страните на триъгълника* ABC *и уравнението на височината през т.* C.

Задача 8.4. *Дадена е точката* $A(1,5)$ *и правата* $g: x-3y-6=0$. *Да се намери ортогонално симетричната точка* A_1 *на точката* A *относно правата* g.

Задача 8.5. *Страните на триъгълника ABC са с уравнения $AB: \ x + 4y - 2 = 0$; $BC: \ 4x + 7y - 1 = 0$; $CA: \ 4x - 7y + 15 = 0$. Намерете координатите на върховете A, B и C и уравнението на медианата през върха B.*

Задача 8.6. *Намерете уравнението на права p, успоредна на права $g: 5x + 12y - 1 = 0$ и на разстояние 5 от нея.*

Задача 8.7. *Да се определи кои от следните линии са окръжности и на тези окръжности да се намерят центровете и радиусите:*

а) $x^2 - 2y^2 + x + 2y + 5 = 0$; *б)* $x^2 + y^2 + 5x + y + 7 = 0$.

Задача 8.8. *Да се намери окръжност през точките $A(1, 2)$ и $B(-1, 2)$, ако центърът ѝ лежи върху правата $l: \ y = 5$.*

Задача 8.9. *Дадени са точките $A(1, 1)$, $B(3, 1)$ и $M(2, -1)$. Да се намерят:*

а) правата p минаваща през точките A и B;

б) ортогонално симетричната точка C на M спрямо правата p;

в) ъглите и лицето на триъгълник ABC.

Забележка 8.1. Координатната система, която се използва в задачите е ортонормирана.

9 Уравнения на права и равнина в пространството. Сфера

Задача 9.1. *Дадена е точка $A(1, 2, 3)$. Намерете уравненията на:*

а) правите през A, успоредни съответно на координатните оси Ox, Oy, Oz;

б) правата през точка A и началото на координатната система O.

Задача 9.2. *Дадена е точка $A(2, 1, -1)$. Намерете уравненията на равнините през A и*

а) перпендикулярни съответно на координатните оси Ox, Oy, Oz;

б) успоредни съответно на координатните равнини Oxy, Oyz, Oxz;

в) минаващи съответно през координатните оси Ox, Oy, Oz.

Задача 9.3. *Дадени са точки $A(1,2,-2)$, $B(2,-3,1)$ и $C(0,1,3)$. Намерете:*

а) уравнението на равнината през т. A и перпендикулярна на правата BC.

б) уравнението на равнината през точките A, B и C.

Задача 9.4. *Дадени са точки $A(1,2,0)$, $B(-3,1,2)$ и равнината $\alpha: 2x+y-3z+4=0$. Намерете:*

а) уравнението на равнината през т. A, успоредна на α;

б) равнината през точките A и B, перпендикулярна на α.

Задача 9.5. *Да се намери равнина през правата $p: \ 3x-2y+1=0,\ x-y+z-3=0$, перпендикулярна на равнината $\alpha: \ x+2y-z=0$.*

Задача 9.6. *Дадени са точки $A(1,0,-2)$, $B(2,-3,2)$. Да се намери третият връх C и равнината на равнобедрения триъгълник ABC, ако C лежи върху правата $p: x+2y-2z=0, \quad 2x+y+z+2=0$.*

Задача 9.7. *Да се намери прободът на правата $p: x+y-5z+1=0,\ x-y-z+2=0$ с равнината $\alpha: \ x+y-z+9=0$.*

Задача 9.8. *Да се намери уравнението на сфера, която*

а) има радиус 3 и център $C(1,-2,3)$;

б) се допира до равнината $\alpha: \ 6x+6y-7z+42=0$ и има за център точка $A(1,4,-7)$;

в) се допира до ординатната ос и има за център точка $B(6,-4,4)$.

Забележка 9.1. Координатната система, която се използва в задачите е ортонормирана.

10 Криви от втора степен. Елипса, хипербола, парабола

Задача 10.1. *Дадена е елипсата $\varepsilon: \ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Да се намерят върховете, фокусите и директрисите ѝ.*

Задача 10.2. *Дадена е хиперболата $\chi: \ \frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. Да се намерят върховете, асимптотите, фокусите и директрисите ѝ.*

Задача 10.3. *Дадена е хиперболата* $\chi: \ \frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{1} = 1$. *Да се намерят върховете, асимптотите, фокусите и директрисите ѝ.*

Задача 10.4. *Дадена е параболата* $\pi: \ x^2 = 8y$. *Да се намерят фокусът и директрисата ѝ.*

Задача 10.5. *Да се построи окръжност с радиус* $r = 3$ *и център – пресечната точка на правата* $g: \ y + 2 = 0$ *с елипсата* $\varepsilon: \ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Задача 10.6. *Да се намери уравнението на парабола с връх в точката* O *и директриса* $d: \ x + 4 = 0$.

Забележка 10.1. Координатната система, която се използва в задачите е ортонормирана.