

Задача 2

Метод на Гаус-Жордан

Въвеждаме разширената матрица:

$$\text{In[*]} := \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 6 \\ 0 & 4 & 8 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$\text{Out[*]} =$
 $\{\{2, 6, 2, 6\}, \{0, 4, 8, -1\}, \{3, 2, 1, 8\}\}$

1. Постъпково прилагане на метода на Гаус-Жордан

Броят на стъпките е равен на броя на стълбовете на основната матрица

$\text{In[*]} := \text{Length}[\mathbf{A}]$
 $\text{Out[*]} =$
3

Първа стъпка - целта е в \mathbf{A} да се получи първи стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент $a_{11} = 1$.

$\text{In[*]} := \mathbf{A}[[1]] = \frac{\mathbf{A}[[1]]}{\mathbf{A}[[1, 1]]}$
 $\text{Out[*]} =$
 $\{1, 3, 1, 3\}$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме втория ред

$\text{In[*]} := \mathbf{A}[[2]] = \mathbf{A}[[2]] - \mathbf{A}[[2, 1]] * \mathbf{A}[[1]]$
 $\text{Out[*]} =$
 $\{0, 4, 8, -1\}$

Променяме третия ред

```
In[*]:= A[[3]] = A[[3]] - A[[3, 1]] * A[[1]]
Out[*]= {0, -7, -2, -1}
```

```
In[*]:= A // MatrixForm
Out[*]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 8 & -1 \\ 0 & -7 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Втора стъпка - целта е в A да се получи втори стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент $a_{22} = 1$.

```
In[*]:= A[[2]] = A[[2]] / A[[2, 2]]
Out[*]= {0, 1, 2, -1/4}
```

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

```
In[*]:= A[[1]] = A[[1]] - A[[1, 2]] * A[[2]]
Out[*]= {1, 0, -5, 15/4}
```

Променяме третия ред

```
In[*]:= A[[3]] = A[[3]] - A[[3, 2]] * A[[2]]
Out[*]= {0, 0, 12, -11/4}
```

```
In[*]:= A // MatrixForm
Out[*]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & \frac{15}{4} \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 12 & -\frac{11}{4} \end{pmatrix}$$

Трета стъпка - целта е в A да се получи трети стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент $a_{33} = 1$.

Променяме третия ред

$$\text{In[*]} := \mathbf{A}[[3]] = \frac{\mathbf{A}[[3]]}{\mathbf{A}[[3, 3]]}$$

Out[*]=

$$\left\{0, 0, 1, -\frac{11}{48}\right\}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

$$\text{In[*]} := \mathbf{A}[[1]] = \mathbf{A}[[1]] - \mathbf{A}[[1, 3]] * \mathbf{A}[[3]]$$

Out[*]=

$$\left\{1, 0, 0, \frac{125}{48}\right\}$$

Променяме втория ред

$$\text{In[*]} := \mathbf{A}[[2]] = \mathbf{A}[[2]] - \mathbf{A}[[2, 3]] * \mathbf{A}[[3]]$$

Out[*]=

$$\left\{0, 1, 0, \frac{5}{24}\right\}$$

$$\text{In[*]} := \mathbf{A} // \text{MatrixForm}$$

Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{125}{48} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{24} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{48} \end{pmatrix}$$

$$\text{Извод: } x_1 = \frac{125}{48}, x_2 = \frac{5}{24}, x_3 = \frac{-11}{48}$$

2. Намиране на детерминантата

$$\text{In[*]} := \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 6 \\ 0 & 4 & 8 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 8 \end{pmatrix};$$

$$\text{In[*]} := \mathbf{n} = \text{Length}[\mathbf{A}];$$

$$\text{In[*]} := \text{deter} = 1;$$

```

In[*]:= For[ col = 1, col ≤ n, col++,
  deter = deter * A[[col, col]];
  (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
  A[[col]] =  $\frac{A[[col]]}{A[[col, col]]}$ ;
  (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
  от стълба.*)
  For[ row = 1, row ≤ n, row++,
    If[ row ≠ col, A[[row]] = A[[row]] - A[[row, col]] * A[[col]] ]
  ];
  Print[A // MatrixForm]
]


$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 8 & -1 \\ 0 & -7 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & \frac{15}{4} \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 12 & -\frac{11}{4} \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{125}{48} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{24} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{48} \end{pmatrix}$$


In[*]:= Print["Детерминантата на матрицата е ", deter]
Детерминантата на матрицата е 96

```

4. Намиране на обратната матрица

```

In[*]:= A =  $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 8 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;

In[*]:= n = Length[A];

In[*]:= deter = 1;

In[*]:= For[ col = 1, col ≤ n, col++,
  deter = deter * A[[col, col]];
  (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
  A[[col]] =  $\frac{A[[col]]}{A[[col, col]]}$ ;
  (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
  от стълба.*)
  For[ row = 1, row ≤ n, row++,
    If[ row ≠ col, A[[row]] = A[[row]] - A[[row, col]] * A[[col]] ]
  ];
  Print[A // MatrixForm]
]

```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 8 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & -2 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & \frac{15}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 12 & -\frac{11}{4} & -\frac{3}{2} & \frac{7}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{125}{48} & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{48} & \frac{5}{12} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{24} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{24} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{48} & -\frac{1}{8} & \frac{7}{48} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}$$