

Метод на разполовяването

Задача 1: Дадено е уравнението:

$\frac{a-9x}{x^2+b+1} - x^2 + (2a+1)\sin x + a + b = 0$, където **a** е предпоследната цифра на факултетния ни

номер, а **b** последната.

$$\Rightarrow \frac{1-9x}{x^2+10} - x^2 + 3\sin x + 10 = 0;$$

1. Представете геометрична интерпретация на уравнението.
2. Да се локализира един от корените.
3. Уточнете локализирания корен по **метода на разполовяването**.
4. Оценка на грешката.
5. Колко биха били броя на итерациите за достигане на точност 0.0001 **по метода на разполовяването**, използвайки интервала от локализацията на корена.

$$\text{In[*]} := f[x_] := \frac{1-9x}{x^2+10} - x^2 + 3\sin[x] + 10$$

$$\text{In[*]} := f[x]$$

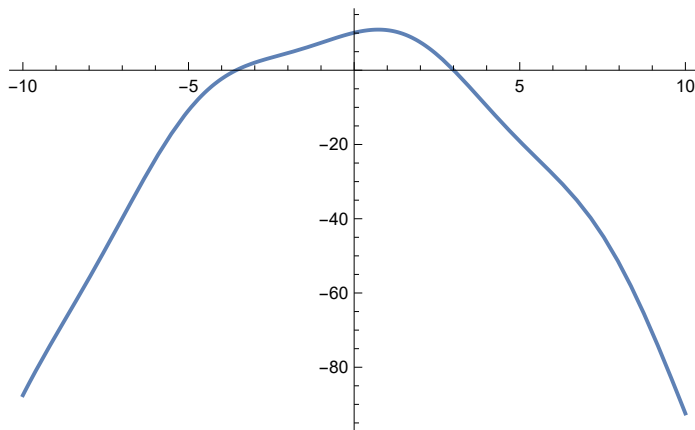
Out[*]=

$$10 - x^2 + \frac{1-9x}{10+x^2} + 3\sin[x]$$

1. Визуализация на функцията

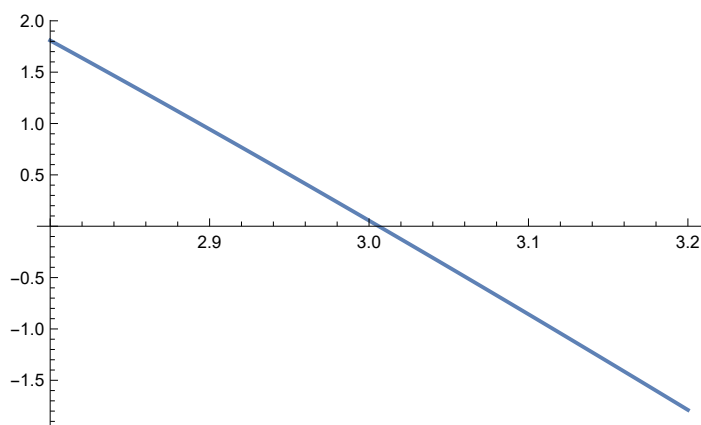
$$\text{In[*]} := \text{Plot}[f[x], \{x, -10, 10\}]$$

Out[*]=



```
In[*]:= Plot[f[x], {x, 2.8, 3.2}]
```

```
Out[*]=
```



3. Уточнете локализирания корен по метода на разполовяването.

```
In[*]:= f[x_] := (1 - 9 x) / (x^2 + 10) - x^2 + 3 Sin[x] + 10
```

```
In[*]:= a = 2.8; b = 3.2;
```

```
For[n = 0, n < 6, n++,
```

```
Print["n= ", n, " a_n= ", a, " b_n= ", b,
```

```
" m_n= ", m = (a + b) / 2, " f(m_n) = ", f[m], " ε_n= ", (b - a) / 2];
```

```
If[f[m] > 0, a = m, b = m]
```

```
]
```

```
n= 0 a_n= 2.8 b_n= 3.2 m_n= 3. f(m_n)= 0.054939 ε_n= 0.2
```

```
n= 1 a_n= 3. b_n= 3.2 m_n= 3.1 f(m_n)= -0.857007 ε_n= 0.1
```

```
n= 2 a_n= 3. b_n= 3.1 m_n= 3.05 f(m_n)= -0.398395 ε_n= 0.05
```

```
n= 3 a_n= 3. b_n= 3.05 m_n= 3.025 f(m_n)= -0.171046 ε_n= 0.025
```

```
n= 4 a_n= 3. b_n= 3.025 m_n= 3.0125 f(m_n)= -0.0578802 ε_n= 0.0125
```

```
n= 5 a_n= 3. b_n= 3.0125 m_n= 3.00625 f(m_n)= -0.00142697 ε_n= 0.00625
```

4. Оценка на грешката

```
In[*]:= f[x_] := (1 - 9 x) / (x^2 + 10) - x^2 + 3 Sin[x] + 10
```

```

In[*]:= a = 2.8; b = 3.2;
epszad = 0.000001;
eps = Infinity;
For[n = 0, eps > epszad, n++,
  Print["n= ", n, " a_n= ", a, " b_n= ", b,
    " m_n= ", m =  $\frac{a+b}{2}$ , " f(m_n) = ", f[m], "  $\epsilon_n = \frac{b-a}{2}$ "];
  If[f[m] > 0, a = m, b = m]
]

n= 0 a_n= 2.8 b_n= 3.2 m_n= 3. f(m_n)= 0.054939  $\epsilon_n = 0.2$ 
n= 1 a_n= 3. b_n= 3.2 m_n= 3.1 f(m_n)= -0.857007  $\epsilon_n = 0.1$ 
n= 2 a_n= 3. b_n= 3.1 m_n= 3.05 f(m_n)= -0.398395  $\epsilon_n = 0.05$ 
n= 3 a_n= 3. b_n= 3.05 m_n= 3.025 f(m_n)= -0.171046  $\epsilon_n = 0.025$ 
n= 4 a_n= 3. b_n= 3.025 m_n= 3.0125 f(m_n)= -0.0578802  $\epsilon_n = 0.0125$ 
n= 5 a_n= 3. b_n= 3.0125 m_n= 3.00625 f(m_n)= -0.00142697  $\epsilon_n = 0.00625$ 
n= 6 a_n= 3. b_n= 3.00625 m_n= 3.00313 f(m_n)= 0.026767  $\epsilon_n = 0.003125$ 
n= 7 a_n= 3.00313 b_n= 3.00625 m_n= 3.00469 f(m_n)= 0.0126727  $\epsilon_n = 0.0015625$ 
n= 8 a_n= 3.00469 b_n= 3.00625 m_n= 3.00547 f(m_n)= 0.00562356  $\epsilon_n = 0.00078125$ 
n= 9 a_n= 3.00547 b_n= 3.00625 m_n= 3.00586 f(m_n)= 0.00209846  $\epsilon_n = 0.000390625$ 
n= 10 a_n= 3.00586 b_n= 3.00625 m_n= 3.00605 f(m_n)= 0.000335788  $\epsilon_n = 0.000195313$ 
n= 11 a_n= 3.00605 b_n= 3.00625 m_n= 3.00615 f(m_n)= -0.000545582  $\epsilon_n = 0.0000976563$ 
n= 12 a_n= 3.00605 b_n= 3.00615 m_n= 3.0061 f(m_n)= -0.000104895  $\epsilon_n = 0.0000488281$ 
n= 13 a_n= 3.00605 b_n= 3.0061 m_n= 3.00608 f(m_n)= 0.000115447  $\epsilon_n = 0.0000244141$ 
n= 14 a_n= 3.00608 b_n= 3.0061 m_n= 3.00609 f(m_n)=  $5.27638 \times 10^{-6}$   $\epsilon_n = 0.000012207$ 
n= 15 a_n= 3.00609 b_n= 3.0061 m_n= 3.0061 f(m_n)= -0.0000498091  $\epsilon_n = 6.10352 \times 10^{-6}$ 

```

Колко биха били броя на итерациите за достигане на точност 0.0000001 по метода на разполовяването, използвайки интервала от локализацията на корена.

```

In[*]:= Log2[ $\frac{3.2 - 2.8}{0.0000001}$ ] - 1

```

```

Out[*]=
20.9316

```

Извод: Нужни са 21 итерации за да се достигне съответната точност.