

Неопределен интеграл

Определение 1: Функцията $F: \Delta \rightarrow \mathbb{R}$ се нарича **примитивна** на функцията $f: \Delta \rightarrow \mathbb{R}$, ако тя е диференцируема в Δ и $F'(x) = f(x)$, $x \in \Delta$.

Ако една функция f има примитивна, то тя има безбройно много примитивни. Нека F е примитивна на f в Δ , тогава множеството от примитивни е $\{F(x) + C\}$, $C = const$.

Определение 2: Съвкупността от всички примитивни на функцията f се нарича **неопределен интеграл** на f и се означава с $\int f(x)dx$.

Основни свойства на неопределения интеграл

- $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx$, $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$.
- $\int dF(x) = F(x) + C$, ч. сл. $\int dx = x + C$.
- $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
- $\int K f(x)dx = K \int f(x)dx$, където $K = const$.

Таблица на основните неопределени интеграли

1. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$x \in \mathbb{R}, \alpha \neq -1$
2. $\int x^{-1} dx = \int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$x \neq 0$
3. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ $\int e^x dx = e^x + C$	$x \in \mathbb{R}, (0 < a \neq 1)$
4. $\int \sin x dx = -\cos x + C$	$x \in \mathbb{R}$
5. $\int \cos x dx = \sin x + C$	$x \in \mathbb{R}$
6. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
7. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{cotg} x + C$	$x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$
8. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \begin{cases} \arcsin \frac{x}{a} + C \\ -\arccos \frac{x}{a} + C \end{cases}$	$x \in (-a, a), (a > 0)$
9. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \begin{cases} \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C \\ -\frac{1}{a} \operatorname{arccotg} \frac{x}{a} + C \end{cases}$	$x \in \mathbb{R}, (a > 0)$
10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$	$ x > a$, при "-"
11. $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$	$x \neq \pm a$

В таблицата $C = const$.