Канален слой: Контрол на грешките

1

Канален слой: *Контрол на грешките*

Справяне с:

- **Изгубени кадри**
  - Кадри недостигнали до получателя
  - Установени с помощта на поредни номера
  - Възстановени чрез повторно предаване (за трафик чувствителен към загуби) или интерполация/екстраполация (за трафик чувствителен към закъснения)
- **Повредени кадри**
  - Разпознаваем кадър пристига, но някои битове (в неизвестни позиции) са сгрешени.
  - 2 подхода:
    - Бракуване на кадъра, т.е. данните, пренасяни от кадъра, не се изпращат към горния слой (за трафик чувствителен към загуби)
    - Признаване на кадъра, като се разчита на горните слоеве да се справят с грешките.
      - **Укриване/маскиране на грешки** *(error concealment)*
      - Заглавната част на кадъра трябва да е без грешки
      - Грешките в данните се коригират в по-горните слоеве с помощта на използване на излишъка в тях *(redundancy)* или с помощта на интерполация/екстраполация на другите им стойности
      - За трафик чувствителен към загуби (глас, видео, мултимедия)
      - Намалява изискванията към надеждността и потреблението на енергия, но с цената на по-големи изчислителни усилия

2

Контрол на грешките: Видове

- **Закъсняващ контрол, използващ обратна връзка** *(Backward Error Control, **BEC**)*
  - Всеки кадър съдържа само ***достатъчно излишна информация***, позволяваща на получателя да ***открие*** дали има грешки, но не и тяхното местоположение.
  - Използва се ***повторно предаване*** на сгрешения кадър
  - За двупосочни канали
  - Използва се в каналния, мрежовия и транспорния слой
  - **По-малко излишък / по-евтин метод**
- **Изпреварващ контрол, без обратна връзка** *(Forward Error Control, **FEC**)*
  - Всеки кадър съдържа повече излишна информация, така че получателят може да открие ***кои точно*** от получените ***битовете*** са ***сгрешени.***
  - ***Корекция на грешките*** се извършва чрез ***инвертиране на битовете***, за които е установено, че са сгрешени.
  - За еднопосочни канали (напр. носители на информация като CD, DVD) или канали с голямо време за разпространение на сигнала (сателитни, космически)
  - Използва се във физическия слой при предаване по зашумени (напр. безжични) канали или в по-горните слоеве за мултимедиен трафик, предаван в реално време.
  - **По-голям излишък / по-скъп метод**

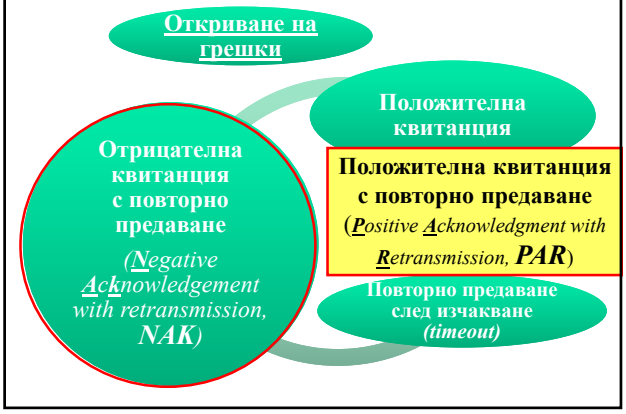
3

Закъсняващ контрол, използващ обратна връзка *(BEC)*

- Базиран на ***алгоритми за контрол на грешките*** и ***схеми за контрол на повторното предаване***
  - Известни с общото наименование „Автоматична заявка за повторно предаване“ *(Automatic Repeat reQuest, **ARQ**)*
  - Целта на ARQ е да превърне ненадеждния канал в надежден
- Използва ***кодиране в канала*** *(channel coding)*, за постигане на надеждно ***откриване на грешки.***
  - Примерни кодове: проверка по четност (*parity check*), контролна сума (*checksum*), цикличен код (*CRC*).

4

ARQ: Схеми за потвърждение



5

ARQ: PAR

- Получателят връща положителна квитанция/потвърждение *(ACK)* за успешно получените (без грешки) кадри
- Подателят предава повторно кадрите, които не са били потвърдени в рамките на определен период от време *(timeout)*
- Квитанцията има същия номер като:
  - **Следващия кадър, очакван от получателя**
    - **По-често използван метод**
  - или последния успешно получен кадър

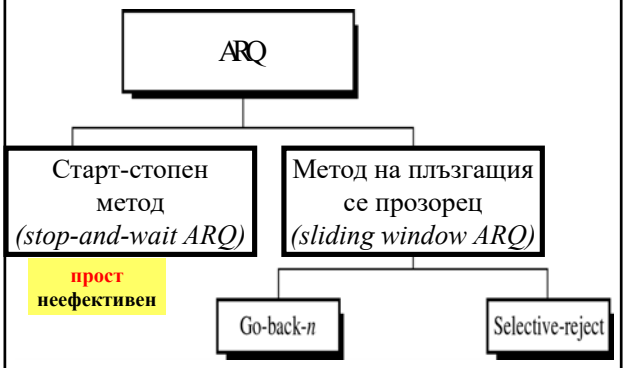
6

ARQ: NAK

- Получателят връща отрицателна квитанция *(NAK)* за кадър, в който е била открита грешка.
- Подателят предава повторно кадъра
- **Видове реализации**
  - Подателят предава повторно всички кадри, започвайки от този, за който е била получена отрицателна квитанция.
    - ***Връщане към N-та позиция назад* (*Go-Back-N*)**
  - Подателят предава повторно само кадъра, за който е била получена отрицателна квитанция.
    - ***Избирателно отхвърляне* (*Selective-Reject*)**
- **Различни подходи**
  - ***Selective-Reject*** игнорира кадрите получени непоред и изпраща NAK само за повредените кадъра
  - ***Go-Back-N*** изпраща NAK и за кадрите получени непоред

7

ARQ: Видове



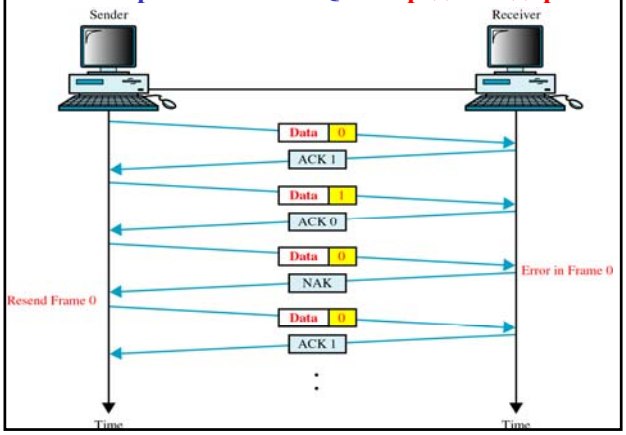
8

ARQ: Stop-and-Wait

- **Подател**
  - Предава един кадър и стартира таймер
  - Спира и изчаква потвърждение преди изпращането на следващия кадър
  - Ако получи NAK преди изтичане на времето (или не получи ACK или NAK до изтичане на времето), предава повторно кадъра.
    - Повторно предаваните копия имат същия номер като оригиналния кадър, което позволява на получателя да открива дубликатите (т.е. копията на един и същ кадър).
  - Ако получи ACK преди изтичане на времето, предава следващия кадър, номериран по *mod 2* (т.е. употребяват се редуващи номера: 0, 1, 0, 1, …)
- **Получател**
  - Получава кадър и го проверява за грешки
  - Ако няма грешки, отговоря с ACK.
  - Ако има грешки, отговоря с NAK (или мълчание).

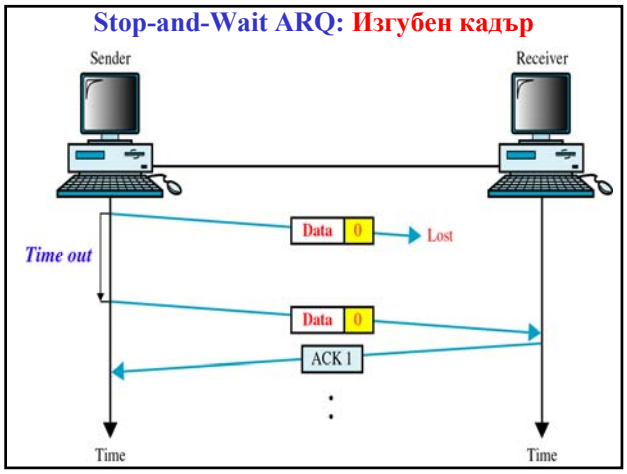
9

Stop-and-Wait ARQ: Повреден кадър



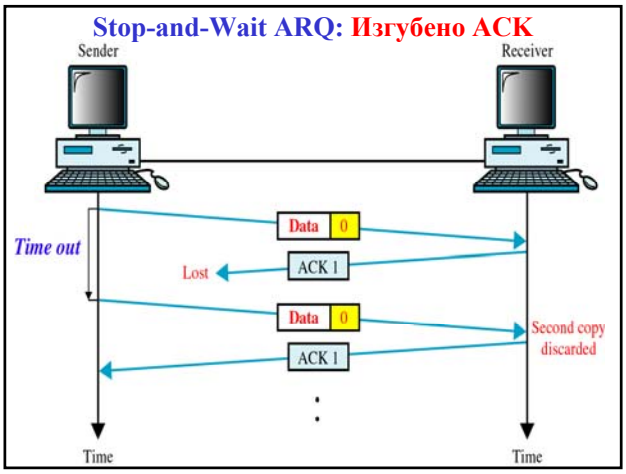
10

Stop-and-Wait ARQ: Изгубен кадър



11

Stop-and-Wait ARQ: Изгубено ACK



12

Stop-and-Wait ARQ: Дизайн

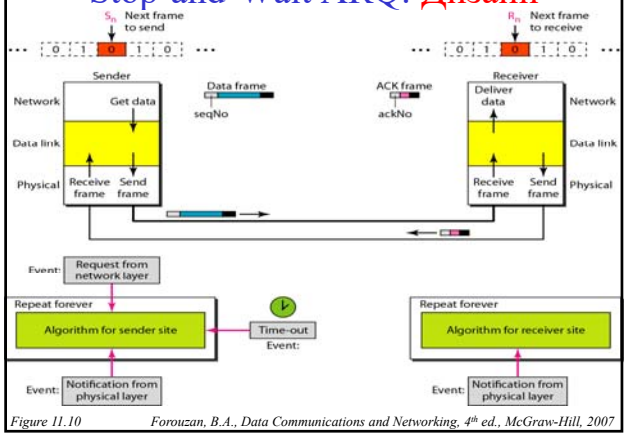


Figure 11.10 Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007

13

Stop-and-Wait ARQ: Ефективност

• **Ефективност** (или оползотворяване на канала) – съотношение на времето, през което каналът е натоварен с кадри (без отчитане на служебните им части), към общото време.

• По-къси заглавна (и завършваща) част и ACK, и по-малко време за разпространение τ водят до по-висока ефективност!

Без грешки:

$$Eff = \frac{m}{h+m+a+2C\tau}$$

С грешки:

$$Eff = \frac{mP_s}{h+m+a+2C\tau}$$

$$P_s = (1-P_f)(1-P_a)$$

Вероятности:

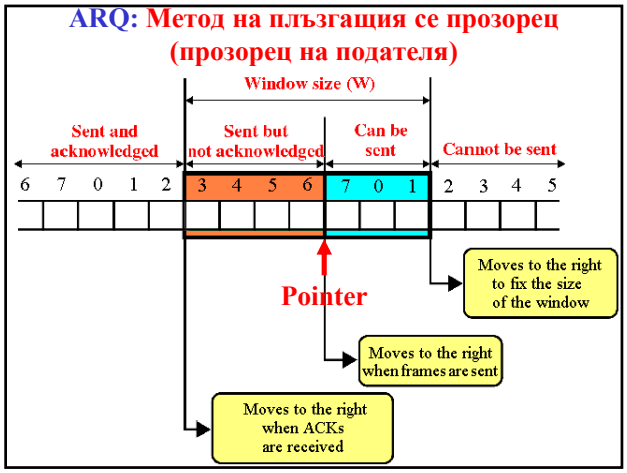
P_s – PDU е получена без грешки

P_f – загубена PDU

P_a – загубено ACK

14

ARQ: Метод на плъзгащия се прозорец (прозорец на подателя)



15

Прозорец на подателя: Пример с плъзгане

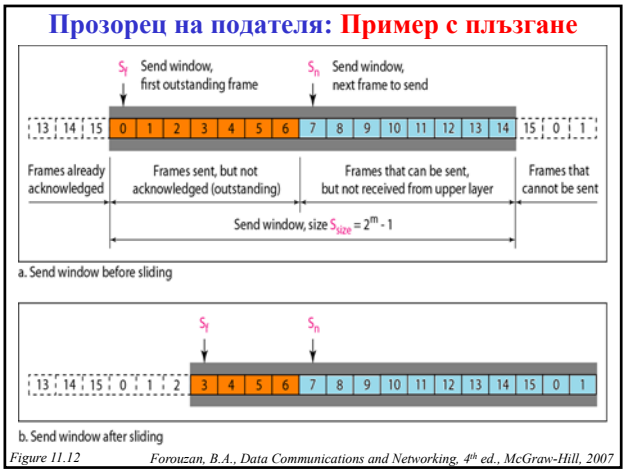
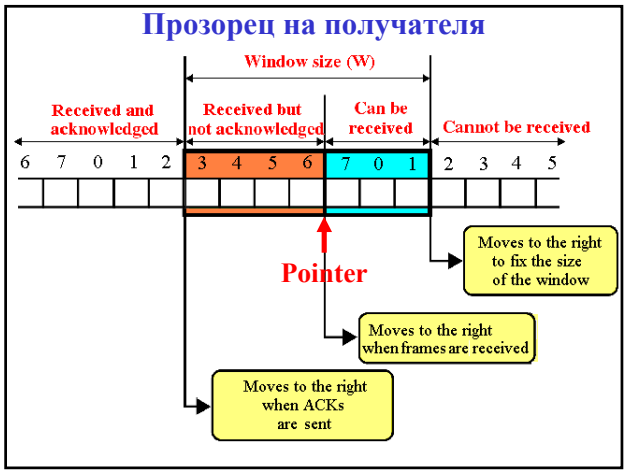


Figure 11.12 Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007

16

Прозорец на получателя



17

Метод на плъзгащия се прозорец: Примерно действие

18

ARQ: Go-Back-N

- Базиран на метода на плъзгащия се прозорец
  - Прозорец (с размер ***W***), използван за контролиране броя на кадрите, които могат да се изпратят по канала без да се чака потвърждение.
- **Подател**
  - Може да изпрати няколко кадъра (един след друг)
  - Използва буфер с размер, побиращ до $W = 2^m - 1$ кадъра.
  - Стартира отделен таймер за всеки изпратен кадър
- **Получател**
  - Приема кадрите **само поред**!
    - Т.е. отхвърля кадри, които са получени правилно, но не поред.
  - Използва буфер само за 1 кадър
  - Ако приетият кадър е с очаквания пореден номер, го проверява за грешки:
    - Ако няма грешки, изпраща потвърждение ACK.
    - Ако има грешки, отговоря с NAK (или не отговаря изобщо).
      - Отхвърля съответния кадър и всички следващи кадри, докато не получи пак този кадър без грешка.
      - Подателят трябва да се върне обратно и да изпрати отново този кадър, **и всички следващи кадри от прозореца,** независимо дали вече са били изпратени или не!
  - Ако полученият кадър не е с очаквания поредния номер, го отхвърля (заедно с всички следващи кадри до получаването на този същия кадър) и отговоря с NAK (или с мълчание).

19

Go-Back-N ARQ: Дизайн

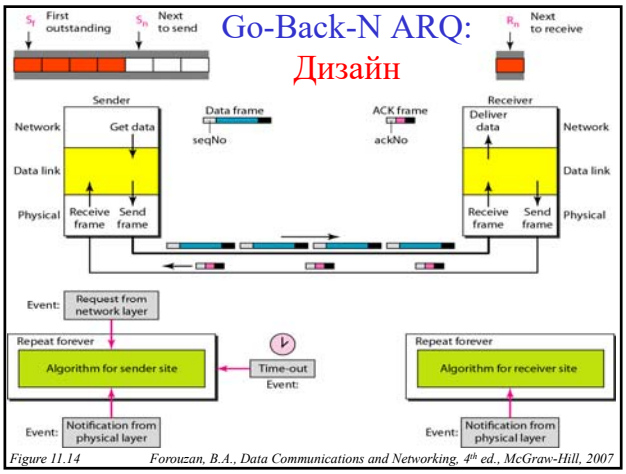
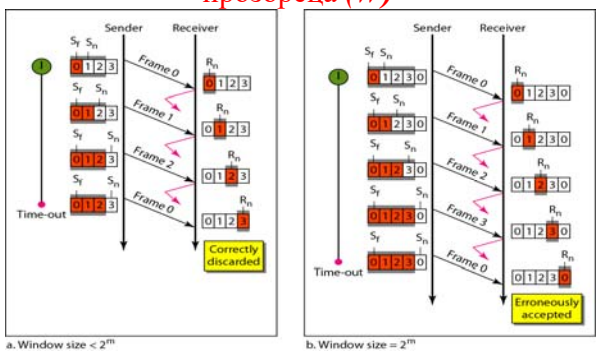


Figure 11.14 *Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007*

20

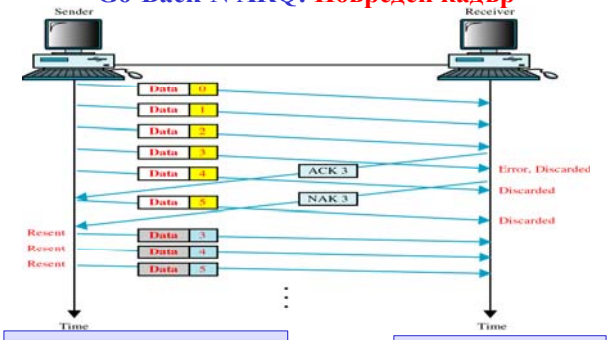
Go-Back-N ARQ: Максимален размер на прозореца *(W)*



Размерът на прозореца на подателя трябва да бъде по-малък от 2^m; размерът на прозореца на получателя е винаги **1**.

21

Go-Back-N ARQ: Повреден кадър



Подател:
- Получава NAK*i*
- Предава повторно кадър *i* и всички следващи кадри от прозореца!

Получател:
- Открива грешка в кадър *i*
- Изпраща NAK*i*

22

Go-Back-N ARQ (с NAK): Изгубен кадър

- Кадър *i* е изгубен в канала
- Подателят не знае това; продължава с изпращането на кадър *i* + *1*.
- Получателят получава кадър *i* + *1* не поред, затова го отхвърля и изпраща NAK*i*.
- Получателят продължава да отхвърля всички кадри, получавани след този кадър.
- Подателят се връща към кадър *i* и го предава отново заедно с всички следващи кадри от прозореца (независимо дали вече са били изпратени или не!)

23

Go-Back-N ARQ (без NAK): Изгубен кадър

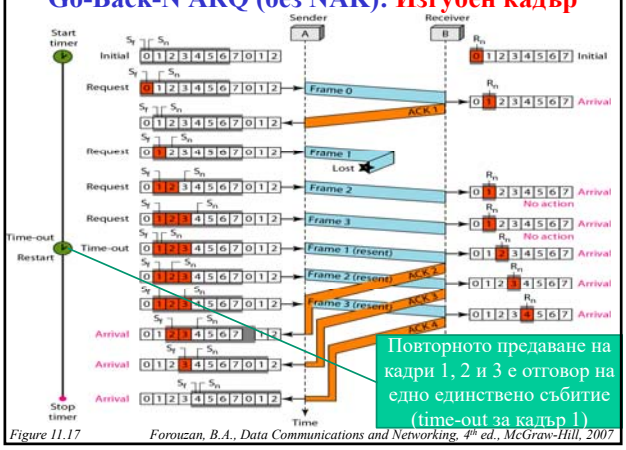
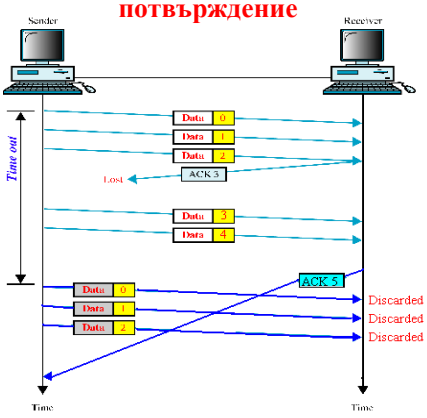


Figure 11.17 *Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007*

24

Go-Back-N ARQ: Изгубено групово/блоково потвърждение



25

Go-Back-N: Изгубено индивидуално потвърждение

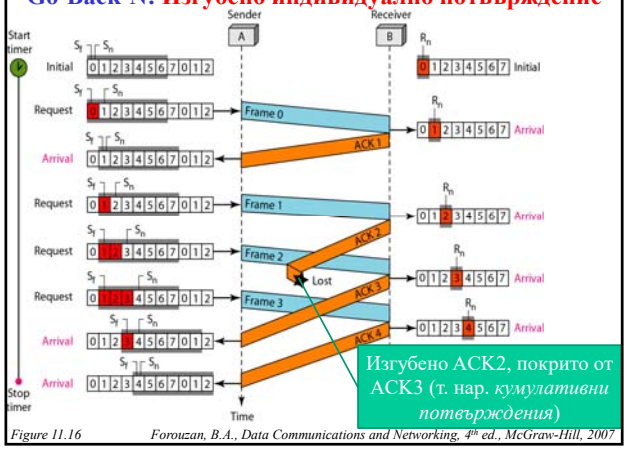


Figure 11.16 *Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007*

26

Go-Back-N ARQ: Предимства и недостатъци

- **Предимства**
  - Малък буфер за получателя
  - Проста логика за подателя
- **Недостатъци**
  - Увеличен брой повторни предавания
  - Вероятно повторно предаване на кадри, получени вече веднъж правилно (но не поред)
    - Излишен разход на енергия
    - Сериозен проблем за мобилни устройства, захранвани с батерии.

27

Go-Back-N ARQ: Ефективност

$$Eff = \frac{mW}{h+m+a+2C\tau}$$ **Без грешки и повторни предавания**

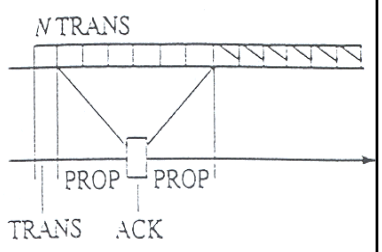
$$Eff = \frac{mP_s}{h+m}[(1/P_s - 1)N + 1]$$ **С грешки** (голям прозорец W; N повторени PDU)

$$Eff = \frac{mWP_s}{h+m+a+2C\tau}[(1/P_s - 1)W + 1]$$ **С грешки и повторни предавания** (малък прозорец W)

28

Конвейерно предаване *(pipelining)*

- Използва се за повишаване на ***ефективността***
- Подателят предава кадри непрекъснато за време, равно на общото транзитно време (в двете посоки – отиване и връщане) на канала *(round-trip transit time,* ***RTT****).*
- Точно в момента, когато подателят завърши с изпращането на последния кадър от прозореца, пристига потвърждение за първия изпратен кадър.
- По такъв начин той може да продължи без забавяне с изпращането на кадри без паузи между тях, при което се постига **ефективност 100 %**!



29

Piggybacking

- Всеки кадър има 2 номериращи полета:
  - Пореден номер на самия кадър
  - Пореден номер на ACK/NAK в обратната посока
- Ако даден възел има за изпращане данни и ACK/NAK, той ги изпраща заедно в един кадър, а не в 2 отделни кадъра.
  - Спестяват се комуник. ресурси
- Ако даден възел има данни за изпращане, но няма нови ACK/NAK, той повтаря последното изпратено ACK/NAK.
  - Когато другия комуникиращ възел получи дублиращо ACK/NAK, той просто го игнорира.
- Ако възел има ново ACK/NAK за изпращане, но не и нови данни, той изпраща ACK/NAK контролен кадър.

30

ARQ: Selective-Reject (Selective-Repeat)

- Подобен на Go-back-N, обаче:
  - Подател
    - Предава отново само изгубените кадри, или приетите с грешки от получателя, или кадрите, на които им се е изгубила квитанцията!
  - Получател
    - Приема кадри **не поред**; стига да са без грешки (буферира ги, докато липсващите кадри не пристигнат).
    - Има буфер за $W = 2^{m-1}$ кадри
    - Избирателно изисква повторно предаване само за сгрешените кадри
- **Предимства**
  - Минимизира броя на повторните предавания
  - Не се влияе значително от закъснения, вследствие на разпространението на сигнала.
    - Подходящ за сателитни канали с големи закъснения на сигнала
  - Превъзхожда Go-Back-N
- **Недостатъци**
  - Получателят трябва да поддържа достатъчно голям буфер
  - По-сложна логика за подателя

31

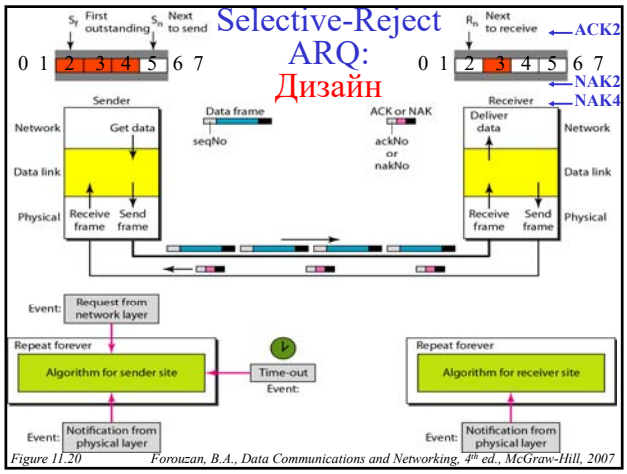
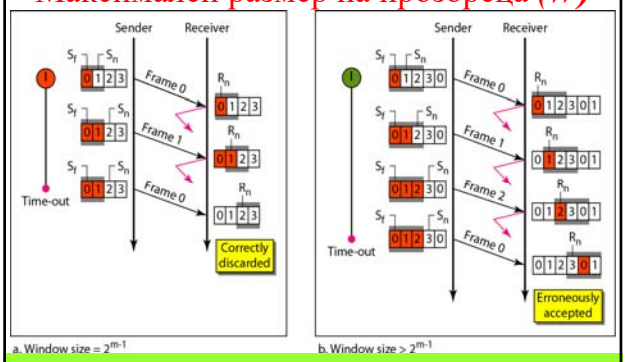


Figure 11.20 Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007

32

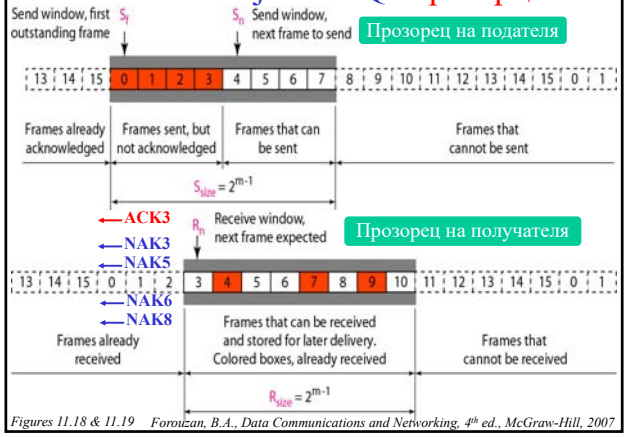
Selective-Reject ARQ: Максимален размер на прозореца *(W)*



Размерът на прозореца на подателя и получателя може да бъде най-много половината от 2^m.

33

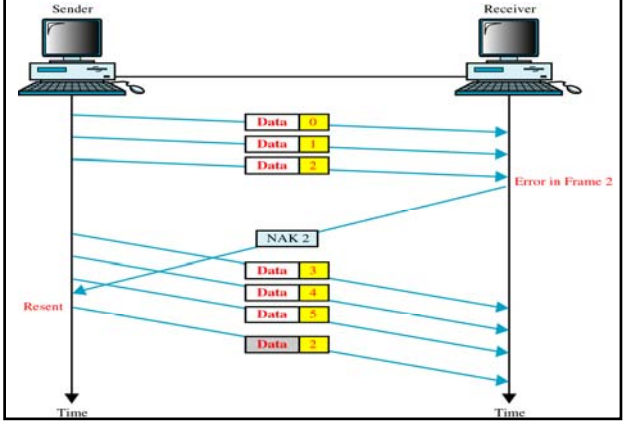
Selective-Reject ARQ: Прозорци



Figures 11.18 & 11.19 Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007

34

Selective-Reject ARQ: Повреден кадър



35

Selective-Reject ARQ: Изгубен кадър

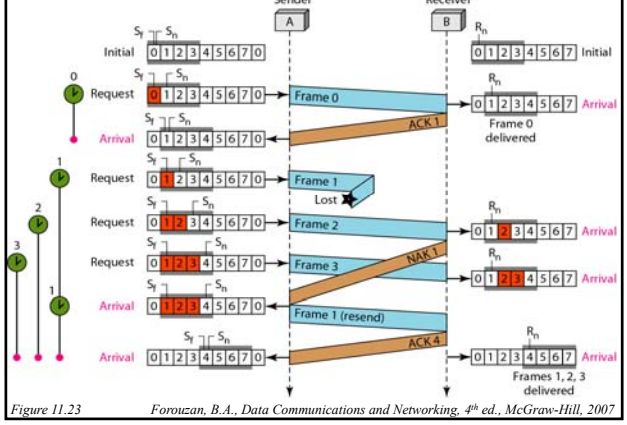


Figure 11.23 Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007

36

Selective-Reject ARQ: Ефективност

$$Eff = \frac{mW}{h+m+a+2C\tau}$$ **Без грешки и повторни предавания**

$$Eff = \frac{mP_s}{h+m}$$ **С грешки и повторни предавания** (голям прозорец ***W***)

$$Eff = \frac{mWP_s}{h+m+a+2C\tau}$$ **С грешки и повторни предавания** (малък прозорец ***W***)

37

Хибридни ARQ *(Hybrid ARQ, **H-ARQ**)*

- **Съчетават изпреварващ контрол (FEC) с ARQ** за постигане на по-ефективно използване на канала и по-висока производителност
- Ако е необходимо повторно предаване, получателят запазва кадъра и по-късно го комбинира с неговите повторно предадени копия за възстановяването му без грешки.
  - Дори ако повторно предадените копия са повредени, тяхната комбинация може да доведе до безгрешен вариант.
- Работи по-добре от оригиналния ARQ в условия, предразполагащи към лошо качество на сигнала, но за сметка на значително по-ниска производителност в условия, позволяващи добро качество на сигнала.
- Използва в стандартите HSDPA и HSUPA, като осигурява високоскоростно предаване на данни в UMTS клетъчни мрежи, както и в стандарта IEEE 802.16-2005 за мобилен широколентов безжичен достъп (WiMAX).

38

H-ARQ: Схеми за реализация

- **Комбинирано преследване** *(chase combining, **CC**)*
  - Подателят предава повторно всеки път едно и също копие на кадъра (кодирано със слаб/олекотен FEC)
    - Вариация: FEC се прилага само за повторно предаваните копия; оригиналният кадър се предава без FEC.
  - Получателят (декодерът) съчетава различните копия на кадъра, претеглени според техния SNR
    - Например, с помощта на *мажоритарен вот (бит по бит).*
- **Нарастващ излишък** *(incremental redundancy, **IR**)*
  - Подателят изпраща копия на кадъра с различен излишък, в съответствие с показателя за качество на канала *(feedback channel quality indicator, **CQI**).*
  - Представя се по-добре от CC, но с цената на повишена сложност.
    - По-голям буфер в приемника
    - По-сложна схема

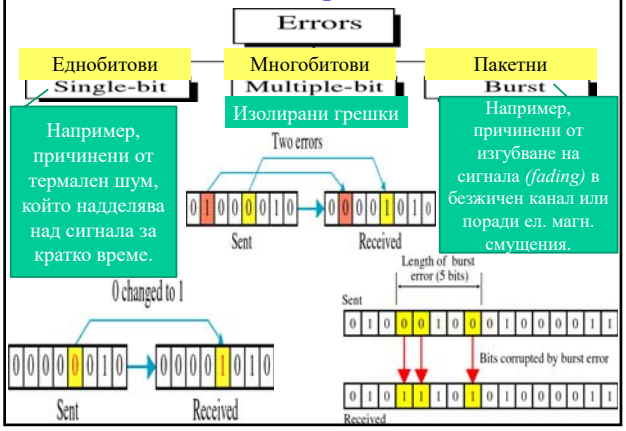
39

Кодиране в канала (шумоустойчиво кодиране)

- **Видове грешки и кодове**
- **Принципи за откриване и коригиране на грешки**
- **Примерни кодове**
  - **За откриване на грешки**
  - **За коригиране на грешки**

40

Видове грешки



41

Видове кодове

- За **изолирани** грешки
  - Кодове за откриване на грешки (проверка по четност, ...)
  - Кодове за коригиране на грешки (кодове на Хеминг, конволюционни кодове, ...)
- За **пакетни** грешки
  - Кодове за откриване на грешки (циклични кодове, ...)
  - Кодове за коригиране на грешки (код на Рийд-Соломон, ...)
- **Техника за декорелиране на пакетни грешки** *(interleaving)*
  - Позволява използването на код за изолирани грешки за борба с пакетни грешки

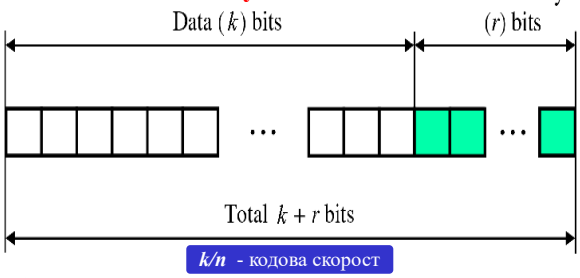
42

Кодове, използвани по-нататък в лекцията

- Блокови кодове
  - Информационната поредица е разделена на блокове
  - Контролни битове се добавят към всеки блок
- Системни кодове
  - Информационните битове се предават директно, без промяна.
- Линейни кодове
  - Контролните битове са линейна функция на информационните битове, например XOR.

43

Кодове за откриване/коригиране на грешки: Кодова дума/комбинация



k/n - кодова скорост

В блоковите кодове, информационните битове са разделени на блокове, състоящи се от ***k*** бита. След това към всеки блок се добавят ***r*** контролни бита (чрез използване на някаква математическа функция). Получената ***n***-битова комбинация (***n = k + r***) се нарича ***кодова дума***.

44

Блокови (*n*, *k*) кодове: Процес на откриване/коригиране на грешки

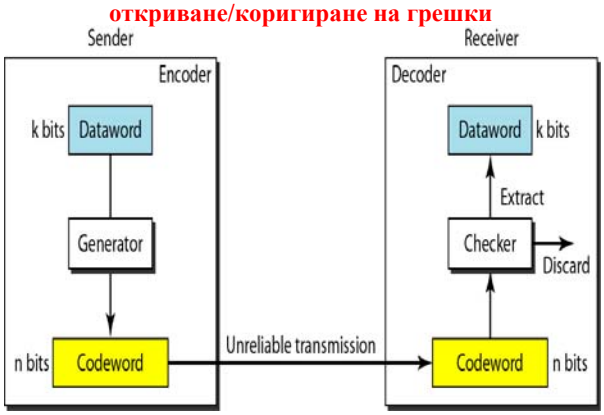
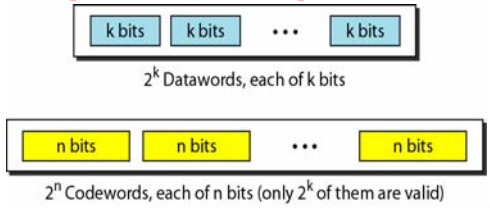


Figure 10.6 *Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007*

45

Блокови кодове: Разширяване на пространството чрез добавяне на контролни битове



Примерен (3,2) код:

- Валидни код. думи: **{000, 011, 101, 110}**
- Невалидни код. думи: {001, 010, 100, 111}

Datawords	*Codewords*
00	000
01	011
10	101
11	110

Figure 10.5 *Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007*

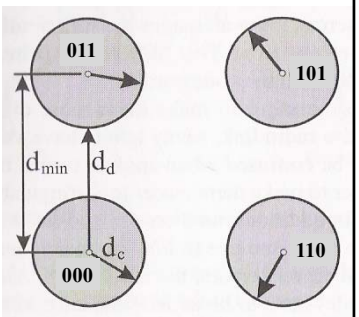
46

Разстояние на Хеминг

- ***Разстояние на Хеминг*** (***d***) – брой на битовете, по които две кодови думи се различават една от друга
  - Например, разстоянието на Хеминг ***d*(000, 011)** е **2**, защото:

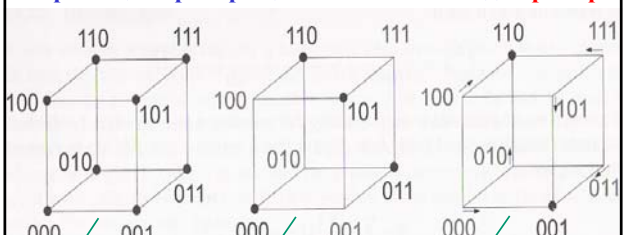
$000 \oplus 011$ is 011 (two 1s)

- ***Кодово разстояние*** (d_{min}) – минималното от всички разстояния на Хеминг за даден код
  - Индикатор за откриващата/коригиращата способност на кода



47

Откриваща/коригираща способност на код: Примери



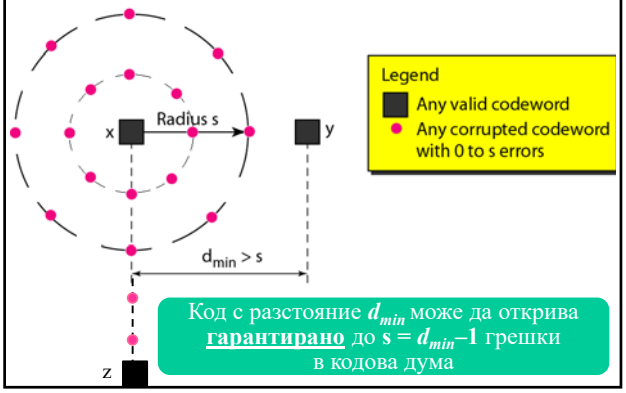
Код без откриваща/ коригираща способност ($d_{min} = 1$)

Код само с откриваща способност ($d_{min} = 2$); **открива** всички еднократни грешки.

Код с откриваща и коригираща способност ($d_{min} = 3$); **коригира** всички еднократни грешки.

48

Откриване на грешки: Геометрична интерпретация



Код с разстояние d_{min} може да открива **гарантирано** до $s = d_{min}-1$ грешки в кодова дума

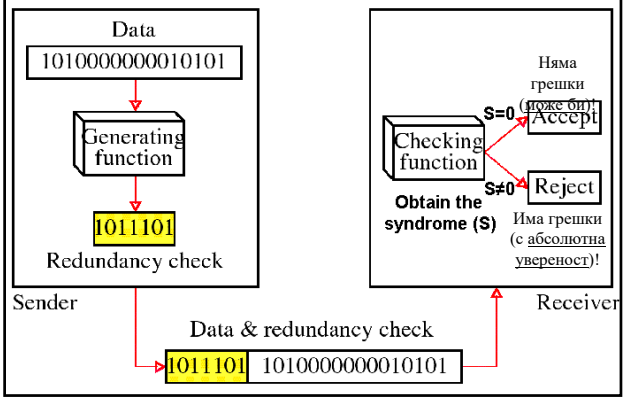
49

Коригиране на грешки: Максимално правдоподобие

Код с разстояние d_{min} може да коригира **гарантирано** до $t = \lfloor (d_{min}-1)/2 \rfloor$ грешки в кодова дума

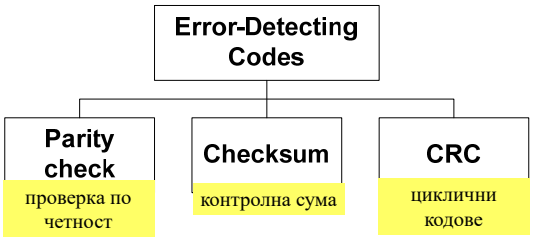
50

Кодове за откриване/коригиране на грешки: Синдром



51

Кодове за откриване на грешки

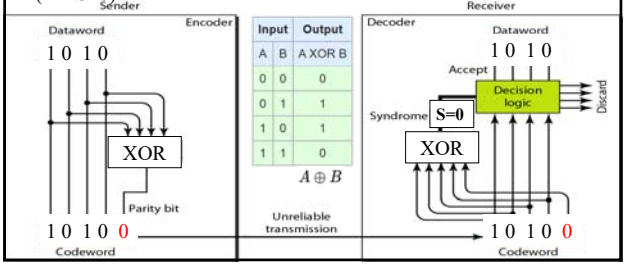


52

1D код с проверка по четност

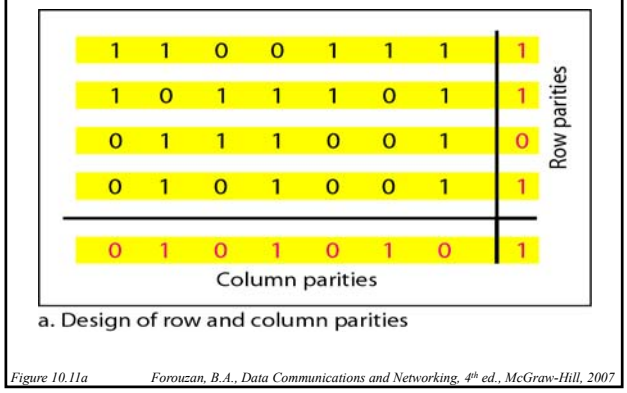
$(k + 1, k)$ код с $d_{min} = 2$

- Може да открие нечетен брой грешки
  - Ако грешките са четен брой, не може да ги открие.
- Добавя 1 контролен бит, така че ***броят на двоичните единици*** в код. дума да е ***четно число.***
- Сумата по *mod 2* (XOR) на инф. и контр. битове трябва да бъде 0 (т.е. **S=0**)



53

2D код с проверка по четност

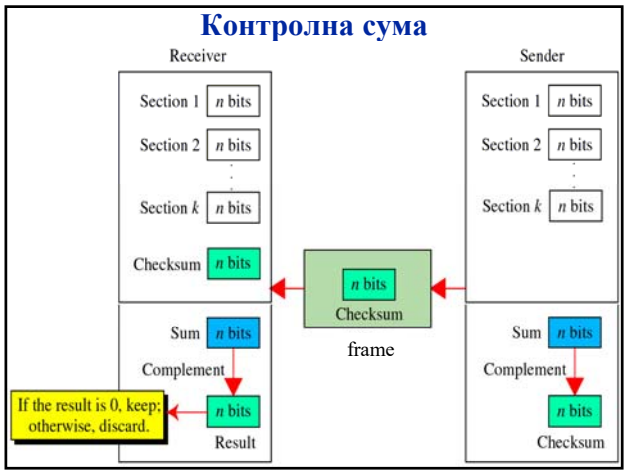


54

2D код с проверка по четност (прод.)

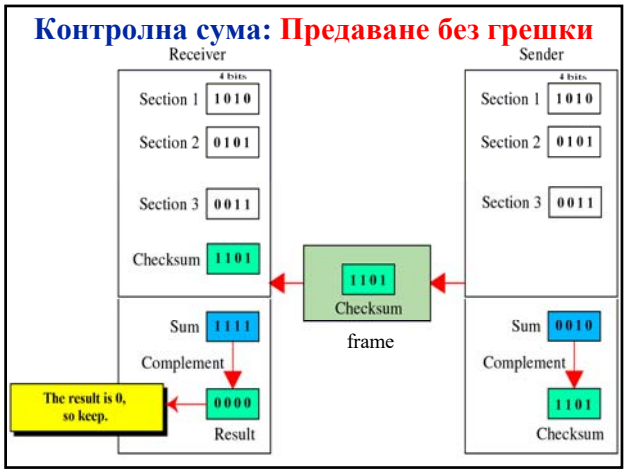
55

Контролна сума



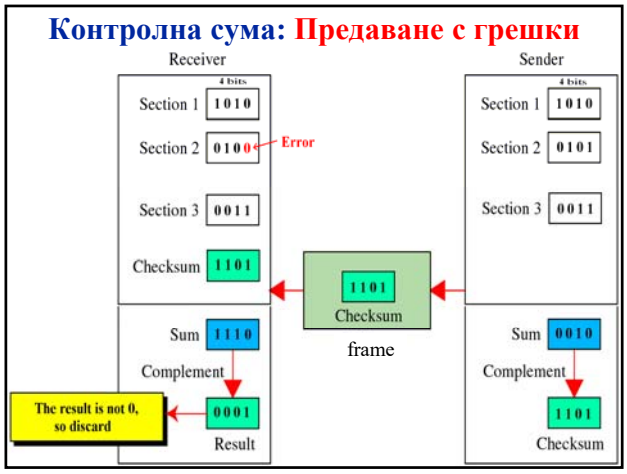
56

Контролна сума: Предаване без грешки



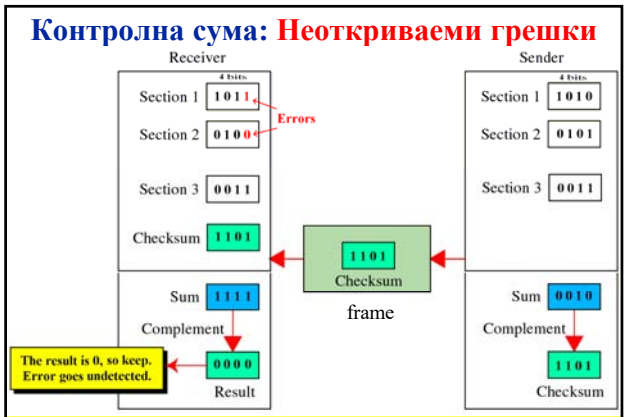
57

Контролна сума: Предаване с грешки



58

Контролна сума: Неоткриваеми грешки



Инвертиране на бит в една секция, балансирано от противоположно инвертиране на съответния му бит в друга секция.

59

Контролна сума в TCP/IP протоколен стек

- 16-битови секции, сумирани по ***mod* 2^{16}**
  - Прост код
  - **Слаба защита от грешки**
  - Подобрение: Включване на *позиционни компоненти*, добавящи произведението на данните и тяхната позиция към сумата.
    - Контролна сума на Флетчър *(Fletcher)*.
    - Контролна сума на Адлер *(Adler)* – по-добър код!
- IPv4
  - Само заглавната част на пакета е защитена
- TCP, UDP, ICMP, ...
  - Защитени са заглавната част + полето за данни
- IPv6
  - Няма контрол на грешките!

60

Циклични кодове
*(Cyclic Redundancy Check, **CRC**)*

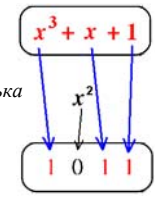
- Много добре дефинирана структура
- Прости за реализация
- Всяко *циклично преместване* на битове в кодова дума води до друга кодова дума на същия код
- Генерират се от ***генераторен полином (generator)***
  - Всички валидни кодови думи на даден код се делят без остатък на генераторния полином
- Лесно е да се провери дали дадена кодова дума е получена с грешки
  - Ако остатъкът от това деление е различен от 0
- Кодовите думи се представят също като полиноми

61

CRC (*n*, *k*) код

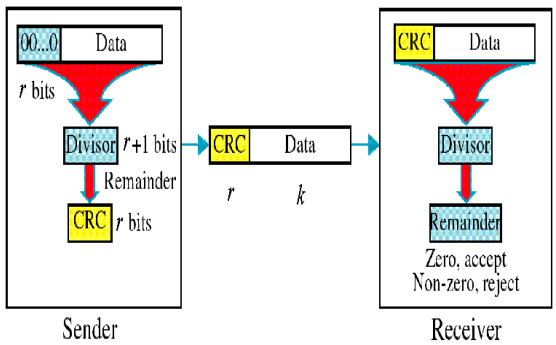
- Може да се запише и като ***CRC-r***
  - ***n*** : дължина на код. дума
  - ***k*** : брой на инф. битове
  - ***r* = *n* – *k*** : брой на контр. битове
- **Подател**
  - Генерира ***r*** контролни бита
    - ***r*** е степента на генераторния полином ***G(x)***
  - За целта добавя ***r*** нули след инф. битове (блока с данни, който трябва да се кодира).
  - Разделя резултата на ***G(x)*** и определя *остатъка*
    - Остатъкът съдържа контрол. битове
  - Добавя *остатъка* след инф. битове
    - Т.е. (**данни | остатък) = кодова дума**
  - Изпраща ***n*=*k*+*r*** бита
    - Валидна код. дума, която се дели без остатък на ***G(x)***
- **Получател**
  - Разделя получената код. дума на ***G(x)***
    - Ако *остатък* = 0 => код. дума вероятно НЕ съдържа грешки
    - Ако *остатък* ≠ 0 => код. дума гарантирано е с грешки

Генераторен полином ***G(x)***



62

CRC-*r* код: Кодиране и декодиране



63

CRC (7, 4) код: Кодиране и декодиране

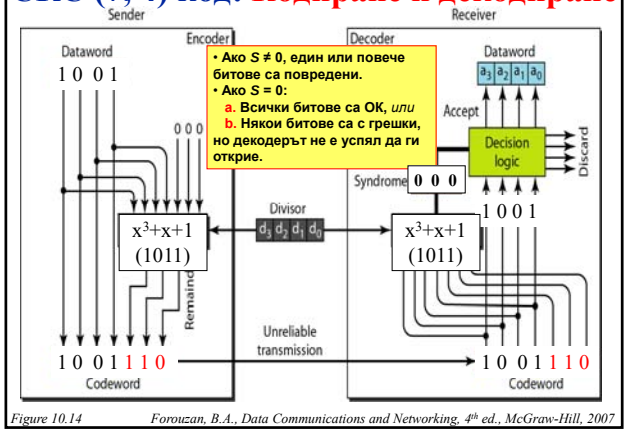
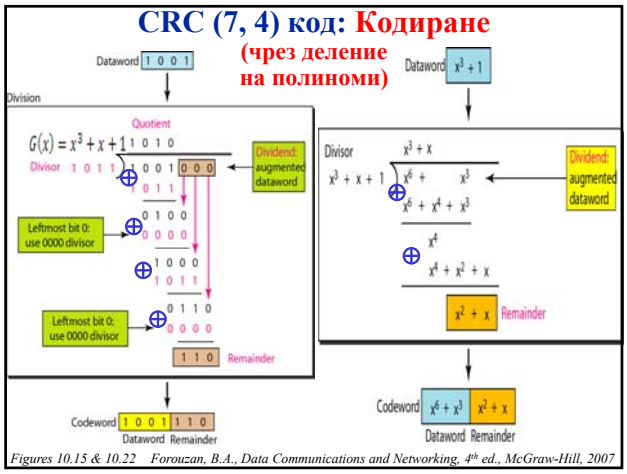


Figure 10.14 *Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007*

64

CRC (7, 4) код: Кодиране (чрез деление на полиноми)



Figures 10.15 & 10.22 *Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007*

65

CRC (7, 4) код: Декодиране (чрез деление на полиноми)

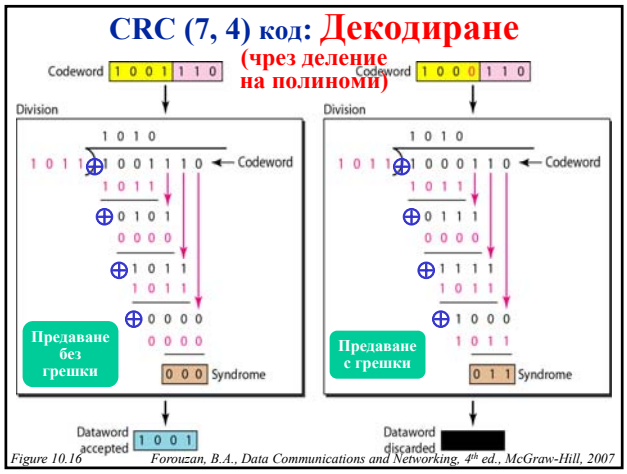


Figure 10.16 *Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007*

66

CRC-*r* код: Откриваща способност

Може да открие:

- Всички еднократни грешки
  - Ако генераторният полином има повече от един член и коефициентът пред свободния му член (x^0) е 1
- Всички двукратни грешки
  - Ако генераторният полином не дели $(x^t + 1)$; $0 < t < n-1$
- Всички грешки с нечетна кратност
  - Ако генераторният полином се дели на $(x+1)$
- **Всички пакетни грешки с дължина ≤ *r***
- Повечето пакетни грешки с дължина > *r*
  - Вероятността за неоткрита грешка е 2^{-r}

69

Циклични кодове: Примери от практиката

Name	Polynomial	Application
CRC-8	x^8+x^2+x+1	ATM header WiMax header
CRC-10	$x^{10}+x^9+x^5+x^4+x^2+1$	ATM AAL
CRC-16	$x^{16}+x^{12}+x^5+1$	HDLC
CRC-32 ($d_{min}=4$)	$x^{32}+x^{26}+x^{23}+x^{22}+x^{16}+x^{12}+x^{11}+x^{10}+x^8+x^7+x^5+x^4+x^2+x+1$	LANs PPP ATM AAL5

Table 10.7 *Forouzan, B.A., Data Communications and Networking, 4th ed., McGraw-Hill, 2007*

70

Кодове на Хеминг

- С кодово разстояние 3
  - Коригират еднократни грешки (напр. в данни, запазени в комп. архив)
  - Откриват двукратни грешки
- Битовете в кодовата дума са номерирани отляво надясно, започвайки с 1
  - Контролните битове са с номера, представляващи степен на 2 (т.е. 1, 2, 4, ...)
  - Информационните битове използват останалите номера
- Стойността на контролен бит r_i се определя чрез *събиране по mod2* (*XOR*) на съответните информационни битове, чийто номер (в двоично представяне) съдържа 1 в позиция ***i***.
- При декодирането всеки контролен бит се използва за проверка (по четност) на съответните (формирали го) информационни битове и на самия него.
- Резултатът от всяка такава проверка формира един (съответен) бит на синдрома *S*.
  - Ако $S = 0$, приетата кодова дума се счита за валидна.
  - Ако $S \neq 0$, то кодовата дума е невалидна и със сигурност съдържа грешка/и.
- В случай на еднократна грешка (т.е. сгрешен един бит) синдромът *S* (превърнат в десетичен вид) показва точно номера на сгрешения бит (и декодерът трябва само да го инвертира, за да коригира грешката).

71

Код на Хеминг (7, 4): Позиции и номера на контролните битове

1	2	3	4	5	6	7
r_1	r_2	d_1	r_3	d_2	d_3	d_4

redundancy bits

How many redundancy bits we need?

(n,k) code rule: $n+1 \le 2^r$

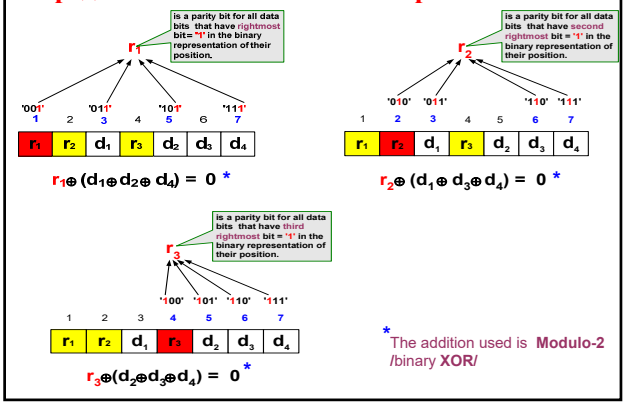
where **k** = no. of data bits and **r** = no. of redundancy bits

How to set the redundancy bits amongst the data bits?

$2^0 = 1$ - position of r_1
$2^1 = 2$ - position of r_2
$2^2 = 4$ - position of r_3

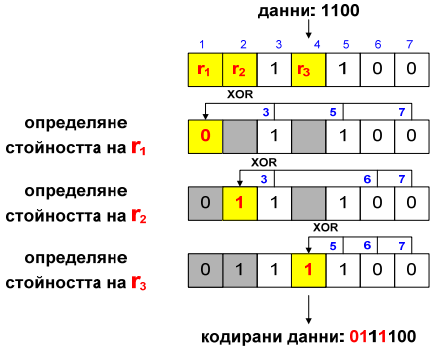
72

Код на Хеминг (7, 4): Определяне стойността на контролните битове



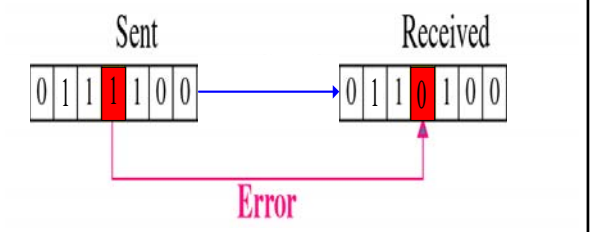
73

Код на Хеминг (7, 4): Пример за определяне стойността на контролните битове



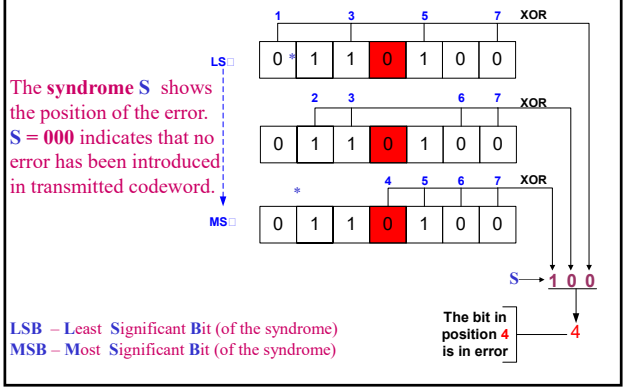
74

Код на Хеминг (7,4):
Възникване на еднократна грешка при предаване



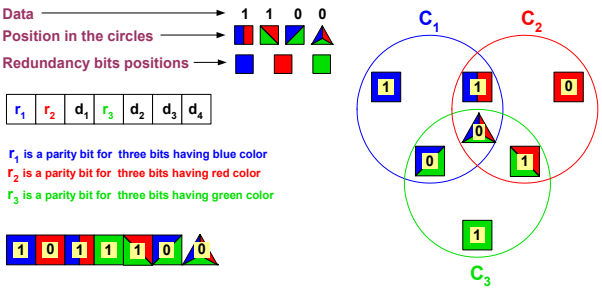
75

Код на Хеминг (7, 4):
Коригиране на еднократна грешка



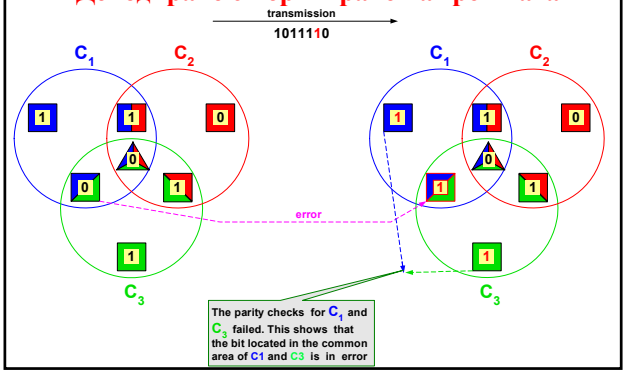
76

Код на Хеминг (7, 4):
Геометрична интерпретация – Кодиране



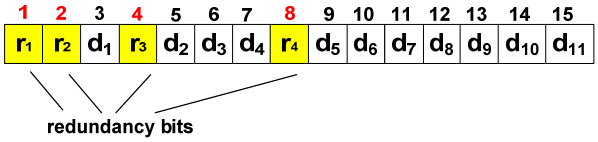
77

Код на Хеминг (7, 4):
Геометрична интерпретация – Декодиране с коригиране на грешката



78

Код на Хеминг (15, 11):
Позиции и номера на контролните битове



How many redundancy bits we need?

(n,k) code rule: $n+1 \le 2^r$

where **k** = no. of data bits and **r** = no. of redundancy bits

How to set the redundancy bits amongst the data bits?

$2^0 = 1$ - position of r_1
$2^1 = 2$ - position of r_2
$2^2 = 4$ - position of r_3
$2^3 = 8$ - position of r_4

79