

# В-смайн крива

Задача. Дадена е В-смайн кривата  $C(u)$  от степен 2, дефинирана чрез шест контролни точки:

$P_0(-2, -2), P_1(-2, 0), P_2(0, 2), P_3(0, 0), P_4(2, 0), P_5(2, -2)$

и възлова редица  $U = \{0, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1\}$ .

а) Пресметнете всички кинематични  $N_{i,2}(0,6)$  и чрез тях  $C(0,6)$ .

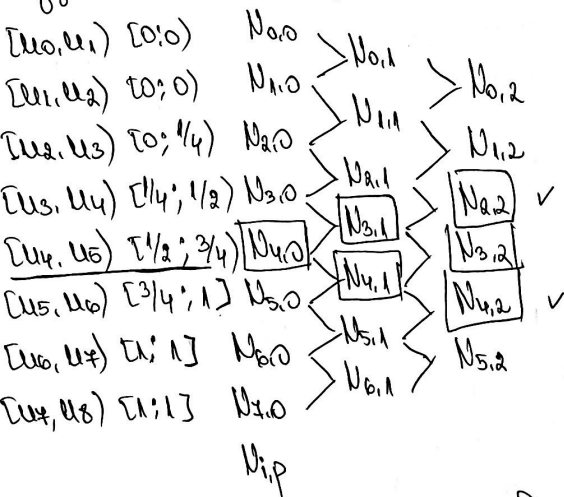
Решение: Степента на  $C(u)$  е  $p = 2$ .

Посредните възли  $U = \{0, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1\}$  не

покриват цели интервали.

$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_7$	$u_8$
0	0	0	$\frac{1}{4}$ 0,25	$\frac{1}{2}$ 0,5	$\frac{3}{4}$ 0,75	1	1	1

Разделяме ги в последователни интервали



$u = 0,6 \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{4}] \equiv [u_4, u_5] \rightarrow P_2, \dots, P_{2-p}$   
 $P_4, P_3, P_2$

$$1. N_{4,0}(0,6) = 1, u \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$$

$$2. N_{3,1}(0,6) = ? , N_{4,1}(0,6) = ?$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

$$N_{3,1}(0,6) = \frac{u_5 - u}{u_5 - u_4} N_{4,0}(0,6) = \frac{0,75 - 0,6}{0,75 - 0,5} \cdot 1 = \frac{0,15}{0,25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Or } N_{3,1}(0,6) + N_{4,1}(0,6) = 1 \Rightarrow$$

$$N_{4,1}(0,6) = 1 - N_{3,1}(0,6)$$

$$N_{4,1}(0,6) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow N_{3,1}(0,6) = \frac{3}{5} , N_{4,1}(0,6) = \frac{2}{5}$$

$$3. N_{2,2}(0,6) = ? , N_{3,2}(0,6) = ? , N_{4,2}(0,6) = ?$$

$$N_{2,2}(0,6) = \frac{u_5 - u}{u_5 - u_0} N_{3,1}(0,6) = \frac{0,75 - 0,6}{0,75 - 0,25} \cdot \frac{3}{5} = \frac{0,15}{0,5} \cdot \frac{3}{5} = 0,3 \cdot \frac{3}{5}$$

$$= \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{50} \Rightarrow N_{2,2}(0,6) = \frac{9}{50}$$

$$N_{1,2}(0,6) = \frac{u - u_4}{u_6 - u_4} N_{4,1}(0,6) = \frac{0,6 - 0,5}{1 - 0,5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{0,1}{0,5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$$

$$\text{Or } N_{2,2}(0,6) + N_{3,2}(0,6) + N_{4,2}(0,6) = 1$$

$$N_{3,2}(0,6) = 1 - N_{2,2}(0,6) - N_{4,2}(0,6)$$

$$N_{3,2}(0,6) = 1 - \frac{9}{50} - \frac{2}{25} = \frac{50 - 9 - 4}{50} = \frac{37}{50}$$

Броят на контролните точки е 6.  
Възмож са 9.

Степен на кривата + бр. контр. точки = бр. възм. - 1

$$2 + 6 = 9 - 1$$

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i = N_{0,p}(u) P_0 + N_{1,p}(u) P_1 + \dots + N_{n,p}(u) P_n.$$

$$u = 0.6 \in \left[ \frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right) \equiv [u_4; u_5) \rightarrow P_4, P_3, P_2$$

$$C(0.6) = N_{4,2}(0.6) P_4 + N_{3,2}(0.6) P_3 + N_{2,2}(0.6) P_2$$

$$C(0.6) = \frac{2}{25} (2,0) + \frac{34}{50} (0,0) + \frac{9}{50} (0,2)$$

$$= \left( \frac{4}{25}, \frac{18}{50} \right) = \left( \frac{4}{25}, \frac{9}{25} \right)$$

$$\Rightarrow C(0.6) = \left( \frac{4}{25}, \frac{9}{25} \right).$$

$$\Rightarrow N_{2,2}(0,6) = \frac{9}{50}; N_{3,2}(0,6) = \frac{37}{50}; N_{4,2}(0,6) = \frac{2}{25}$$

д) Поделим на 6 частей 0,6 гра ноти.

Решение:

$t = 0,6$  - колум бажел.

Степен на  $C(u)$  е  $p = 2$ .

Баженот  $t = 0,6$  трябва да влезе в 2 ноти в

$$U = \{0,0,0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1,1,1\}.$$

Внесение:

$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_7$	$u_8$
0	0	0	$\frac{1}{4}$ 0,25	$\frac{1}{2}$ 0,5	$\frac{3}{4}$ 0,75	1	1	1

$$t = 0,6 \in [0,5; 0,75) \equiv [u_4; u_5) \xrightarrow{x} P_1, \dots, P_{i-p} \rightarrow P_4, P_3, P_2 \text{ (започна от тук)}$$

$P_0$

$P_1$

$P_2 \rangle Q_3(0, \frac{6}{10})$

$P_3 \rangle Q_4(\frac{2}{5}, 0)$

$P_5$

$$Q_i = (1 - a_i)P_{i-1} + a_i P_i, \quad a_i = \frac{t - u_i}{u_{i+p} - u_i} \text{ (коэф. на внесение)}$$

$$\text{от } P_2 \text{ и } P_3 \Rightarrow Q_3 = ? \text{ и } a_3 = ?$$

$$\text{от } P_3 \text{ и } P_4 \Rightarrow Q_4 = ? \text{ и } a_4 = ?$$

$$a_3 = \frac{t - u_3}{u_5 - u_3} = \frac{0.6 - 0.25}{0.45 - 0.25} = \frac{0.35}{0.2} = 1.75 = \frac{7}{4}$$

$$a_4 = \frac{t - u_4}{u_6 - u_4} = \frac{0.6 - 0.5}{1 - 0.5} = \frac{0.1}{0.5} = \frac{1}{5}$$

$$Q_3 = (1 - a_3)P_2 + a_3P_3 = \left(1 - \frac{7}{4}\right)(0, 2) + \frac{7}{4}(0, 0) =$$

$$= \frac{3}{4}(0, 2) + \frac{7}{4}(0, 0) = \left(0; \frac{6}{4}\right)$$

$$Q_4 = (1 - a_4)P_3 + a_4P_4 = \left(1 - \frac{1}{5}\right)(0, 0) + \frac{1}{5}(2, 0) =$$

$$= \frac{4}{5}(0, 0) + \frac{1}{5}(2, 0) = \left(\frac{2}{5}, 0\right)$$

$v_0$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	$v_9$
0	0	0	$\frac{1}{4}$ 0.25	$\frac{1}{2}$ 0.5	0.6	$\frac{3}{4}$ 0.75	1	1	1

$P_0'$	$P_1'$	$P_2'$	$P_3'$	$P_4'$	$P_5'$	$P_6'$
$P_0$	$P_1$	$P_2$	$Q_3$	$Q_4$	$P_4$	$P_5$

II Выводы :

$$t = 0,6 \in [0,6; 0,45) \equiv [V_5, V_6) \rightarrow P'_i, \dots, P'_{i-p} \\ \rightarrow P'_5, P'_4, P'_3 \\ (\text{защитные точки})$$

$P_0$

$P_1$

$$\begin{matrix} P_2 \\ P_3 \end{matrix} > Q_3 \left( 0; \frac{6}{10} \right) > R_4 \left( \frac{4}{25}; \frac{9}{25} \right) \\ P_4 > Q_4 \left( \frac{2}{5}; 0 \right) \equiv R_5$$

$P_5$

$$R_i = (1 - a_{i,2}) \cdot P'_{i-1} + a_{i,2} \cdot P'_i, \quad a_{i,2} = \frac{t - V_i}{V_{i+p} - V_i}$$

$$\text{От } P'_5 \cup P'_4 \Rightarrow R_5 = ? \text{ и } a_{5,2} = ?$$

$$\text{От } P'_4 \cup P'_3 \Rightarrow R_4 = ? \text{ и } a_{4,2} = ?$$

$$a_{4,2} = \frac{t - V_4}{V_6 - V_4} = \frac{0,6 - 0,5}{0,45 - 0,5} = \frac{0,1}{0,25} = 0,4 = \frac{4}{10}$$

$$a_{5,2} = \frac{t - V_5}{V_7 - V_5} = \frac{0,6 - 0,6}{1 - 0,6} = 0$$

$$\begin{aligned} R_4 &= (1 - a_{4,2}) P'_3 + a_{4,2} P'_4 = \left( 1 - \frac{4}{10} \right) Q_3 + \frac{4}{10} Q_4 \\ &= \frac{6}{10} \left( 0; \frac{6}{10} \right) + \frac{4}{10} \left( \frac{2}{5}; 0 \right) = \left( \frac{2}{50}; \frac{36}{100} \right) = \left( \frac{4}{25}; \frac{9}{25} \right) \end{aligned}$$

$$P_5 = (1 - a_{5,2}) P_4' + a_{5,2} P_5' = (1 - 0) Q_4 + 0 P_5' = Q_4$$

$P_0$

$P_1$

$$\begin{matrix} P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{matrix} \begin{matrix} > \\ > \\ > \end{matrix} \begin{matrix} Q_3 \left( 0; \frac{6}{10} \right) \\ Q_4 \left( \frac{2}{5}; 0 \right) \end{matrix} \begin{matrix} > \\ > \\ > \end{matrix} R_4 \left( \frac{4}{25}; \frac{9}{25} \right) = C(0,6).$$

$P_5$

$w_0$	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$	$w_7$	$w_8$	$w_9$	$w_{10}$
0	0	0	$\frac{11}{4}$ 0,25	$\frac{11}{2}$ 0,5	0,6	0,6	$\frac{31}{4}$ 0,75	1	1	1

$P_0''$	$P_1''$	$P_2''$	$P_3''$	$P_4''$	$P_5''$	$P_6''$	$P_6''$
$P_0$	$P_1$	$P_2$	$Q_3$	$R_4$	$Q_4 \equiv R_5$	$P_4$	$P_5$

Амортизират на је боор за  $t = 0,6$ .

б) Комерсе  $C(0,6)$  по амортизират на је боор.

Одр:  $C(0,6) = R_4 \left( \frac{4}{25}; \frac{9}{25} \right).$

г) Разожене привота при  $u = 0,6$ , разоите компоните поитати на глосе годе и состоителите или возиоде возиоде.

Решение:  
 $C_1(u): \mathcal{U} = \{0 \in \mathbb{Z}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 0,6 \in \mathbb{Z}\} - P_0, P_1, P_2, Q_3, R_4$

$C_2(u): \mathcal{U} = \{0,6 \in \mathbb{Z}; \frac{3}{4}; 1 \in \mathbb{Z}\} - R_4, Q_4, P_4, P_5.$