

Изпит по КЧМ, И4, РБ, Име: Мкртич Чивиджян, Фак. № 2001261044

Задача 4:

Условие:

$$y' = y - (a + 1) \sin(x), y(0) = b, x \in [0, 0.5]$$

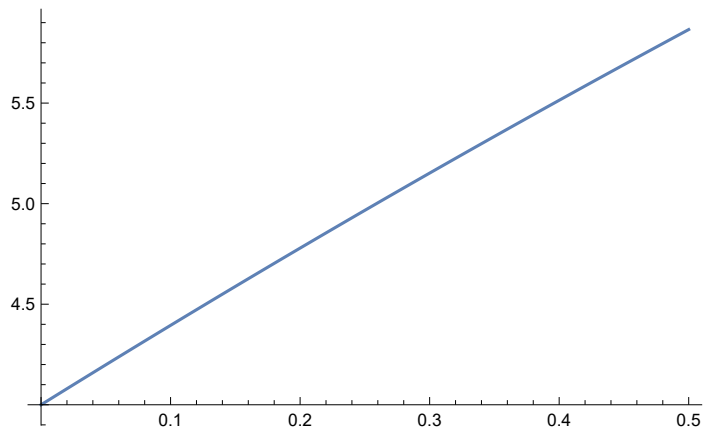
```
In[*]:= Clear[x, y]
DSolve[{y'[x] == y[x] - (4 + 1) Sin[x], y[0] == 4}, y[x], x]
```

$$\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow \frac{1}{2} (3 e^x + 5 \cos[x] + 5 \sin[x]) \right\} \right\}$$

```
In[*]:= yt[x_] := 1/2 (3 e^x + 5 Cos[x] + 5 Sin[x])
```

```
Plot[yt[x], {x, a, b}]
```

Out[*]=



$$a) n = a + b + 3 = 7$$

In[*]:= (*Въвеждаме условието на задачата*)

a = 0.; b = 0.5;

x = a;

y = 4.;

f[x_, y_] := y - (4 + 1) Sin[x]

(*Точно решение*)

yt[x_] := $\frac{1}{2} (3 e^x + 5 \cos[x] + 5 \sin[x])$

(*Съставяме мрежата*)

n = 7; h = $\frac{b - a}{n}$;

Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]

(*Изчисляваме теоретичната грешка*)

Print["Теоретичната локална грешка е ", h²]

Print["Теоретичната глобална грешка е ", h]

(*Намираме неизвестните стойности за y_i*)

For[i = 0, i ≤ n, i++,

Print["i = ", i, ", | x_i = ", x, ", | y_i = ", y, ", | f_i = ", f[x, y] ,
 ", | y_{точно} = ", yt[x], ", | истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];

y = y + h * f[x, y];

x = x + h;

]

Мрежата е с n = 7 и стъпка h = 0.0714286

Теоретичната локална грешка е 0.00510204

Теоретичната глобална грешка е 0.0714286

i = 0, | x_i = 0., | y_i = 4., | f_i = 4., | y_{точно} = 4., | истинска грешка = 0.

i = 1, | x_i = 0.0714286, | y_i = 4.28571, | f_i =
 3.92888, | y_{точно} = 4.28311, | истинска грешка = 0.00260736

i = 2, | x_i = 0.142857, | y_i = 4.56635, | f_i =
 3.85449, | y_{точно} = 4.56081, | истинска грешка = 0.00553825

i = 3, | x_i = 0.214286, | y_i = 4.84167, | f_i =
 3.77842, | y_{точно} = 4.83291, | истинска грешка = 0.00875883

i = 4, | x_i = 0.285714, | y_i = 5.11156, | f_i =
 3.70234, | y_{точно} = 5.09933, | истинска грешка = 0.0122293

i = 5, | x_i = 0.357143, | y_i = 5.37601, | f_i =
 3.62802, | y_{точно} = 5.36011, | истинска грешка = 0.0159033

i = 6, | x_i = 0.428571, | y_i = 5.63515, | f_i =
 3.55729, | y_{точно} = 5.61543, | истинска грешка = 0.019728

i = 7, | x_i = 0.5, | y_i = 5.88925, | f_i = 3.49212, | y_{точно} = 5.8656, | истинска грешка = 0.0236433

б)

Точността на полученото е решение е: $y_{\text{точно}} = 5.8656$

в)

Извод: Не можем да намерим точно решение с аналитичен метод

д) $n = 7$

In[*]:= (*Въвеждаме условието на задачата*)

a = 0.; b = 0.5;

x = a;

y = 4.;

f[x_, y_] := y - (4 + 1) Sin[x]

(*Точно решение*)

yt[x_] := $\frac{1}{2} (3 e^x + 5 \cos[x] + 5 \sin[x])$

(*Съставяме мрежата*)

n = 7; h = $\frac{b - a}{n}$;

Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]

(*Изчисляваме теоретичната грешка*)

Print["Теоретичната локална грешка е ", h^3]

Print["Теоретичната глобална грешка е ", h^2]

(*Намираме неизвестните стойности за y_i *)

For[i = 0, i ≤ n, i++,

x12 = x + $\frac{h}{2}$;

y12 = y + $\frac{h}{2} f[x, y]$;

Print["i = ", i, "| x_i = ", x, "| y_i = ", y, "| f_i = ",

f[x, y], "| x_{i+1/2} = ", x12, "| y_{i+1/2} = ", y12, "| f_{i+1/2} = ",

f[x12, y12], "| y_{точно} = ", yt[x], "| истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];

y = y + h * f[x12, y12];

x = x + h;

]

Мрежата е с $n = 7$ и стъпка $h = 0.0714286$

Теоретичната локална грешка е 0.000364431

Теоретичната глобална грешка е 0.00510204

$i = 0, | x_i = 0., | y_i = 4., | f_i = 4., | x_{i+1/2} = 0.0357143$

$, | y_{i+1/2} = 4.14286, | f_{i+1/2} = 3.96432, | y_{\text{точно}} = 4., \text{ истинска грешка} = 0.$

$i = 1, | x_i = 0.0714286, | y_i = 4.28317, | f_i = 3.92633, | x_{i+1/2} = 0.107143, | y_{i+1/2} = 4.42339, | f_{i+1/2} = 3.8887, | y_{\text{точно}} = 4.28311, \text{ истинска грешка} = 0.0000590497$

$i = 2, | x_i = 0.142857, | y_i = 4.56093, | f_i = 3.84907, | x_{i+1/2} = 0.178571, | y_{i+1/2} = 4.6984, | f_{i+1/2} = 3.81028, | y_{\text{точно}} = 4.56081, \text{ истинска грешка} = 0.000120439$

$i = 3, | x_i = 0.214286, | y_i = 4.83309, | f_i = 3.76985, | x_{i+1/2} = 0.25, | y_{i+1/2} = 4.96773, | f_{i+1/2} = 3.73071, | y_{\text{точно}} = 4.83291, \text{ истинска грешка} = 0.000183033$

$i = 4, | x_i = 0.285714, | y_i = 5.09957, | f_i = 3.69036, | x_{i+1/2} = 0.321429, | y_{i+1/2} = 5.23137, | f_{i+1/2} = 3.65176, | y_{\text{точно}} = 5.09933, \text{ истинска грешка} = 0.000245556$

$i = 5, | x_i = 0.357143, | y_i = 5.36041, | f_i = 3.61242, | x_{i+1/2} = 0.392857, | y_{i+1/2} = 5.48943, | f_{i+1/2} = 3.57528, | y_{\text{точно}} = 5.36011, \text{ истинска грешка} = 0.00030658$

$i = 6, | x_i = 0.428571, | y_i = 5.61579, | f_i = 3.53793, | x_{i+1/2} = 0.464286, | y_{i+1/2} = 5.74214, | f_{i+1/2} = 3.50322, | y_{\text{точно}} = 5.61543, \text{ истинска грешка} = 0.000364515$

$i = 7, | x_i = 0.5, | y_i = 5.86602, | f_i = 3.46889, | x_{i+1/2} = 0.535714, | y_{i+1/2} = 5.98991, | f_{i+1/2} = 3.43763, | y_{\text{точно}} = 5.8656, \text{ истинска грешка} = 0.000417602$