

Упражнение 1

Комбинаторни методи. Принципи за пресмятане.

Елементи на комбинаториката.

Основни методи за пресмятане.

Правило за събиране

Ако елементът a може да бъде избран по m начина, а елементът b по n различни начина, изборът на „ a или b “ може да се извърши по $m + n$ начина.

Правило за умножение

Ако елементът a може да бъде избран по m начина и при всеки избор на a елементът b може да бъде избран по n начина, то изборът на наредената двойка (a, b) може да стане по $m \cdot n$ начина.

Извадка

Нека $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Подмножеството, което се състои от кои да е k елемента на M ще наричаме извадка с обем k . Можем да образуваме следните 4 различни множества от извадки с обем k :

{ненаредени извадки с обем k без повтаряне на елементи}, $k=0, 1, 2, \dots, n$;

{ненаредени извадки с обем k с възможно повтаряне на елементи}, $k=0, 1, 2, \dots$;

{наредени извадки с обем k без повтаряне на елементи}, $k=0, 1, 2, \dots, n$;

{наредени извадки с обем k с възможно повтаряне на елементи}, $k=0, 1, 2, \dots$

{наредени извадки с обем k без повтаряне на елементи}= **Вариации без повторение**

$$V_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

{наредени извадки с обем k с възможно повтаряне на елементи}= **Вариации с повторение**

$$\widetilde{V}_n^k = n^k$$

{ненаредени извадки с обем k без повтаряне на елементи}= **Комбинации без повторение**

$$C_n^k = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Команда в пакет Mathematica: Binomial[n,k]

{ненаредени извадки с обем k с възможно повтаряне на елементи}= **Комбинации с повторение**

$$\widetilde{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Команда в пакет Mathematica: Binomial[n+k-1,k]

Пермутации без повторение $n!$

Команда в пакет Mathematica: Factorial[n]

1.1 Студентски стол предлага само комплексни менюта, съдържащи задължително супа, основно ядене и десерт. Възможният избор е даден в таблицата

Вид	Избор
Супа	Пилешка супа или таратор
Основно ядене	Печено пиле или кюфтета
Десерт	Паста или баклава

- а) Колко различни комплексни менюта могат да се предложат?
- б) Ако студент иска непременно в менюто му да има баклава, то измежду колко възможни менюта той може да избира?
- в) Ако студент иска непременно в менюто му да има печено пиле, то измежду колко възможни менюта той може да избира?
- г) Ако студент иска непременно в менюто му да има и печено пиле и баклава, то измежду колко възможни менюта той може да избира?

1.2. Аранжьор на витрина разполага с три манекена и с пет различни рокли, от които само една е черна.

а/ По колко различни начина може да сложат роклите на витрината (местоположението на роклите на витрината е без значение)?

б/ А ако черната рокля трябва задължително да е на витрината?

- 1.4(модифицирана). Разглеждаме множеството на четирицифрените цели числа, които могат да се запишат с помощта на цифрите от 1 до 9 (числото 1122 е допустимо)
- а) определете броя на тези числа
 - б/ определете броя на тези числа , ако цифрите не се повтарят
 - в) определете броя на числата, за които цифрата на хилядите е 1.
 - г) определете броя на числата, за които цифрата на единиците е 3, а цифрата на хилядите е 7

1.4. Разглеждаме множеството на четирицифрените цели числа, които могат да се запишат с помощта на цифрите от 1 до 9, без цифрите да се повтарят.

а) определете броя на тези числа;

б) определете броя на числата, за които цифрата на хилядите е 1;

в) определете броя на числата, за които цифрата на единиците е 3, а цифрата на хилядите е 7;

г) определете броя на числата, които съдържат в десетичния си запис последователно една до друга цифрите 6 и 7.

1.10. Четири символен код се състои от цифрите 0,1, 2, 3, 4, 5 като всяка от тях се използва не повече от един път?

а) Колко са всички възможни кодове?

$$6*5*4*3$$

б) Колко са всички възможни кодове, **формиращи НЕчетно число?**

в) Колко са всички възможни кодове, **които завършват на НЕчетна цифра? А които завършват на четна цифра?**

г) Колко са всички възможни кодове, **формиращи четно число?**

1.23. От колода, състояща се от 24 карти произволно се изтеглят 3 карти едновременно.

а) По колко начина може да се направи това?

б) По колко начина могат да се изтеглят 3 карти, точно една от които е „дама“?

дама И още две от „не дами“

в) По колко начина могат да се изтеглят 3 карти с поне една „дама“ между тях?

Дама И още две от останалите

г) По колко начина могат да се изтеглят 3 карти с най-много една „дама“ между тях?

0 дами ИЛИ 1 дама

1.6. Шест двойки приятели решават да се снимат. Те застават в две редици по 6 човека.

а) По колко различни начина могат да се подредят?

б) По колко различни начина могат да се подредят за снимката, ако отпред са момичетата, а отзад – момчетата?

в) По колко различни начина могат да се подредят за снимката, ако пред всяко момче е неговата приятелка?

1.9. При регистриране за достъп до определена интернет страница, трябва да си изберем парола, която се състои само от буквите А, Б, В, Г, Д, Е, като всяка буква се използва не повече от един път и дължината на паролата е от 4 до 6 символа.

а) Колко са различните възможни пароли?

б) Колко различни пароли, започващи с буквата А могат да се напишат?

в) Колко различни пароли, започващи с буквата А и завършващи с буквата Б могат да се напишат?

1.10. Четири символен код се състои от цифрите 1,2,3,4,5 като всяка от тях се използва не повече от един път?

а) Колко са всички възможни кодове?

б) Колко са всички възможни кодове, формиращи четно число?

1.19. Мария има 4 книги по математика, 5 книги по биология и 6 книги по физика. Тя ги подрежда по случаен начин в библиотеката на един рафт.

а/ По колко различни начина може тя да ги подреди?

б/ По колко различни начина може тя да ги подреди в библиотеката на един рафт, ако в началото са книгите по математика, след това по биология и накрая по физика?

в/ Колко са тези начини, ако в началото са книгите по математика, след това по биология и накрая по физика и подредбата на книгите във всяка от трите групи няма значение.?

1.23. От колода, състояща се от 36 карти произволно се изтеглят 3 карти.

а) По колко начина може да се направи това?

б) По колко начина могат да се изтеглят 3 карти, точно една от които е „дама“?

в) По колко начина могат да се изтеглят 3 карти с поне една „дама“ между тях?

г) По колко начина могат да се изтеглят 3 карти с най-много една „дама“ между тях?