

# Задача 3

Числено интегриране.

Квадратурни формули на  
Нютон-Коутс

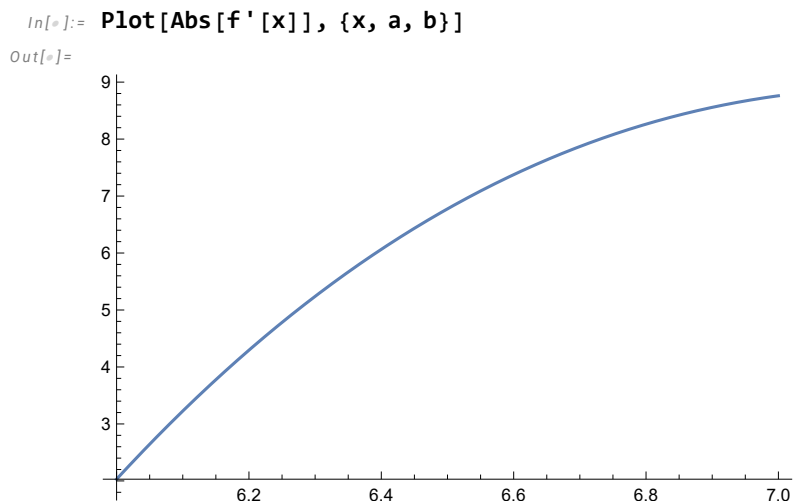
---

## Съставяне на мрежата

```
In[*]:= f[x_] := 
$$\frac{-360 \cos[x] + x^3 + 23}{9 - x^2}$$
  
a = 6.; b = 7;  
h = 0.3;  
xt = Table[17 + i * h, {i, 0, 10}]  
  
Out[*]=  
{17., 17.3, 17.6, 17.9, 18.2, 18.5, 18.8, 19.1, 19.4, 19.7, 20.}  
  
In[*]:= f[xt]  
Out[*]=  
{-17.9824, -17.8893, -17.8252, -17.8183, -17.89,  
-18.0537, -18.3141, -18.6676, -19.1027, -19.6019, -20.1435}
```

---

## Леви правоъгълници



```

In[ ]:= a = 6.; b = 7.;
h = 0.3;
n =  $\frac{b-a}{h}$ ;

f[x_] :=  $\frac{-360 \cos[x] + x^3 + 23}{9 - x^2}$ 

Itochno =  $\int_a^b f[x] dx$ ;

I1 =  $h \sum_{i=0}^{n-1} f[a + i * h]$ ;

M1 = Abs[f'[a]];
R1 =  $\frac{(b-a)^2}{2 n} * M1$ ;

Print["Мрежата е със стъпка ", h, " и брой подинтервали ", n]
Print["Приближената стойност по формулата на левите правоъгълници е ", I1]
Print["Точната стойност е ", Itochno]
Print["Теоретичната грешка по формулата на левите правоъгълници е ", R1]
Print["Истинската грешка по формулата на левите правоъгълници е ",
Abs[I1 - Itochno]]

Мрежата е със стъпка 0.3 и брой подинтервали 3.33333
Приближената стойност по формулата на левите правоъгълници е 2.30881
Точната стойност е 1.34742
Теоретичната грешка по формулата на левите правоъгълници е 0.30453
Истинската грешка по формулата на левите правоъгълници е 0.961384

```

---

Колко ще са подинтервалите за достигане на  
точност 0.000001 със същия подход

---

## Леви правоъгълници

```

In[ ]:= eps = 10-6;
Clear[n]
Reduce[ $\frac{(b-a)^2}{2 n} * M1 \leq \text{eps}, n]$ 

```

Reduce: Reduce was unable to solve the system with inexact coefficients. The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result. [i](#)

```

Out[ ]:=
n < 0 || n ≥ 1.0151 × 106

```

```

In[*]:= a = 6.; b = 7;
n = 106;
h =  $\frac{b - a}{n}$ ;

f[x_] :=  $\frac{9 - x}{2x^2 + 7}$ 

Itochno =  $\int_a^b f[x] \, dx$ ;

I1 =  $h * \sum_{i=0}^{n-1} f[a + i * h]$ ;

M1 = Abs[f'[a]];
R1 =  $\frac{(b - a)^2}{2n} * M1$ ;

Print["Мрежата е със стъпка ", h, " и брой подинтервали ", n]
Print["Приближената стойност по формулата на левите правоъгълници е ", I1]
Print["Точната стойност е ", Itochno]
Print["Теоретичната грешка по формулата на левите правоъгълници е ", R1]
Print["Истинската грешка по формулата на левите правоъгълници е ",
      Abs[I1 - Itochno]]

Мрежата е със стъпка  $1 \times 10^{-6}$  и брой подинтервали 1000000
Приближената стойност по формулата на левите правоъгълници е 0.0277173
Точната стойност е 0.0277173
Теоретичната грешка по формулата на левите правоъгълници е  $1.20974 \times 10^{-8}$ 
Истинската грешка по формулата на левите правоъгълници е  $9.46354 \times 10^{-9}$ 

```

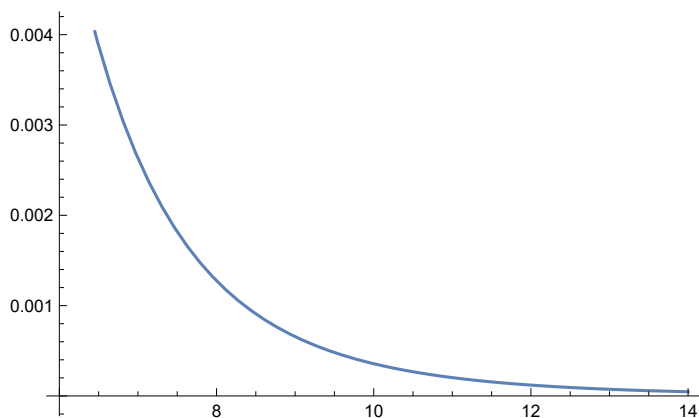
## СИМПСЪН

Може да използваме формулата на Симпсън, тъй като броят на подинтервалите е **четно** число - в случая 12.

```

In[*]:= Plot[Abs[f''''[x]], {x, a, b}]
Out[*]=

```



```

In[*]:= a = 6.; b = 14.;
h =  $\frac{b - a}{n}$ ;
n = 12;
f[x_] :=  $\frac{9 - x}{2 x^2 + 7}$ 
Itochno =  $\int_a^b f[x] \, dx$ ;
m = n / 2;
IS =  $\frac{h}{3} * \left( f[a] + 4 \sum_{i=1}^m f[a + (2 i - 1) * h] + 2 \sum_{i=1}^{m-1} f[a + (2 i) * h] + f[b] \right)$ ;
M4 = Abs[f''''[a]];
RS =  $\frac{(b - a)^5}{180 n^4} * M4$ ;
Print["Мрежата е със стъпка ", h, " и брой подинтервали ", n]
Print["Приближената стойност по формулата на Симпсън е ", IS]
Print["Точната стойност е ", Itochno]
Print["Теоретичната грешка по формулата на Симпсън е ", RS]
Print["Истинската грешка по формулата на Симпсън е ", Abs[IS - Itochno]]

Мрежата е със стъпка 0.666667 и брой подинтервали 12

Приближената стойност по формулата на Симпсън е 0.00261512
Точната стойност е 0.00260677
Теоретичната грешка по формулата на Симпсън е 0.0000509523
Истинската грешка по формулата на Симпсън е  $8.35074 \times 10^{-6}$ 



```

## Леви правоъгълници

```

In[*]:= eps = 10-6;
Clear[n]
Reduce[ $\frac{(b - a)^2}{2 n} * M1 \leq \text{eps}, n]$ 

```

 **Reduce:** Reduce was unable to solve the system with inexact coefficients. The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result. 

Out[\*]=

$n < 0 \mid \mid n \geq 1.0151 \times 10^6$

```

a = 6.; b = 7;
n = 106;
h =  $\frac{b - a}{n}$ ;
f[x_] :=  $\frac{9 - x}{2 x^2 + 7}$ 
Itochno =  $\int_a^b f[x] \, dx$ ;
I1 = h *  $\sum_{i=0}^{n-1} f[a + i * h]$ ;
M1 = Abs[f'[a]];
R1 =  $\frac{(b - a)^2}{2 n} * M1$ ;
Print["Мрежата е със стъпка ", h, " и брой подинтервали ", n]
Print["Приближената стойност по формулата на левите правоъгълници е ", I1]
Print["Точната стойност е ", Itochno]
Print["Теоретичната грешка по формулата на левите правоъгълници е ", R1]
Print["Истинската грешка по формулата на левите правоъгълници е ",
      Abs[I1 - Itochno]]
Мрежата е със стъпка 0.000103327 и брой подинтервали 77424
Приближената стойност по формулата на левите правоъгълници е 0.00260938
Точната стойност е 0.00260677
Теоретичната грешка по формулата на левите правоъгълници е  $9.99993 \times 10^{-6}$ 
Истинската грешка по формулата на левите правоъгълници е  $2.60934 \times 10^{-6}$ 



```

## СИМПСЪН

```

In[*]:= eps = 10-5;
Clear[n]
Reduce[ $\frac{(b - a)^5}{180 n^4} * M4 \leq \text{eps}, n]$ 

```

 **Reduce:** Reduce was unable to solve the system with inexact coefficients. The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result. 

```

Out[*]=
n ≤ -18.029 || n ≥ 18.029

```

```

In[*]:= a = 6.; b = 14.;
n = 19;
h =  $\frac{b - a}{n}$ ;

f[x_] :=  $\frac{9 - x}{2 x^2 + 7}$ 

Itochno =  $\int_a^b f[x] \, dx$ ;

m = n / 2;
IS =  $\frac{h}{3} * \left( f[a] + 4 \sum_{i=1}^m f[a + (2 i - 1) * h] + 2 \sum_{i=1}^{m-1} f[a + (2 i) * h] + f[b] \right)$ ;

M4 = Abs[f''''[a]];
RS =  $\frac{(b - a)^5}{180 n^4} * M4$ ;

Print["Мрежата е със стъпка ", h, " и брой подинтервали ", n]
Print["Приближената стойност по формулата на Симпсън е ", IS]
Print["Точната стойност е ", Itochno]
Print["Теоретичната грешка по формулата на Симпсън е ", RS]
Print["Истинската грешка по формулата на Симпсън е ", Abs[IS - Itochno]]

Мрежата е със стъпка 0.421053 и брой подинтервали 19

Приближената стойност по формулата на Симпсън е 0.00776531
Точната стойност е 0.00260677
Теоретичната грешка по формулата на Симпсън е  $8.10727 \times 10^{-6}$ 
Истинската грешка по формулата на Симпсън е 0.00515854

```