Метод на хордите

Задача: Дадено е уравнението:

x^5+103 sin x -34 x^3 - 23 = 0

1. Да се визуализира функцията и да се определят броя на корените.
2. Да се локализира един от корените.
3. Уточнете локализирания корен по **метода на хордите**.
    - проверка на сходимост
    - избор на начално приближение и постоянна точка
    - итерациите
4. Оценка на грешката
5. Колко биха били броя на итерациите за достигане на точност 0.0001 по **метода на разполовяването** използвайки интервала от локализацията на корена? Направете сравнение между двата метода.

In[72]:=
```
f[x_] := x^5 + 103 Sin[x] - 34 x^3 - 23
```

In[73]:=
```
f[x]
```

Out[73]=

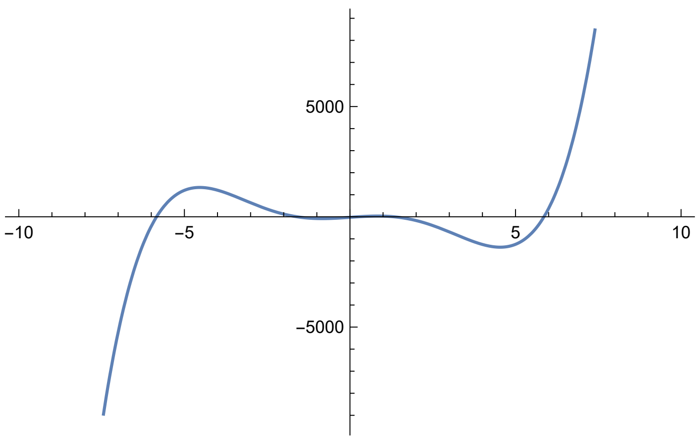
$-23-34x^3+x^5+103\,\mathrm{Sin}[x]$

---

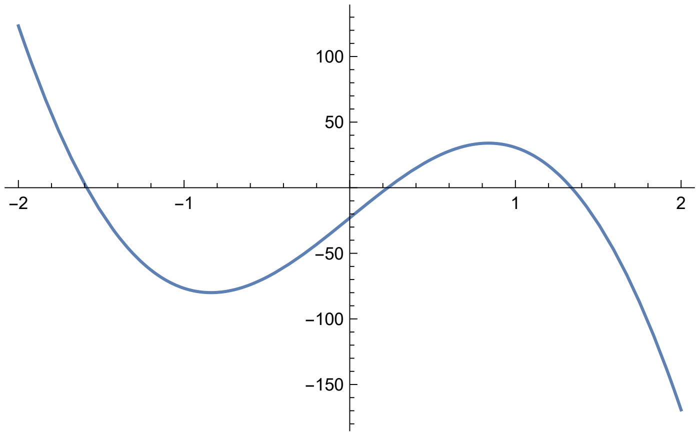
1. Да се визуализира функцията и да се определят броя на корените.

In[74]:=
```
Plot[f[x], {x, -10, 10}]
```

Out[74]=



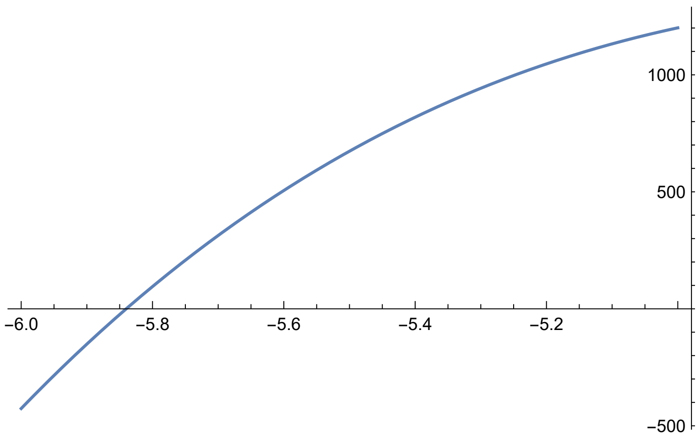
In[75]:=
```
Plot[f[x], {x, -2, 2}]
```
Out[75]=



2. Да се локализира един от корените.

Локализираме най-малкия корен

In[76]:=
```
Plot[f[x], {x, -6, -5}]
```
Out[76]=



In[77]:=

In[78]:=
```
f[-6.]
```
Out[78]=
```
-426.22
```

In[79]:=
```
f[-5.]
```
Out[79]=
```
1200.77
```

<u>Извод:</u>

(1) Функцията е непрекъсната, защото е сума от непрекъснати функции (полином и синус)

(2) f(-6) = -426.22... < 0

f(-5) = 1200.77.... >0

=> Функцията има различни знаци в двата края на разглеждания интервал [-6; -5].

От (1) и (2) следва, че функцията има поне един корен в разглеждания интервал [-6; -5].

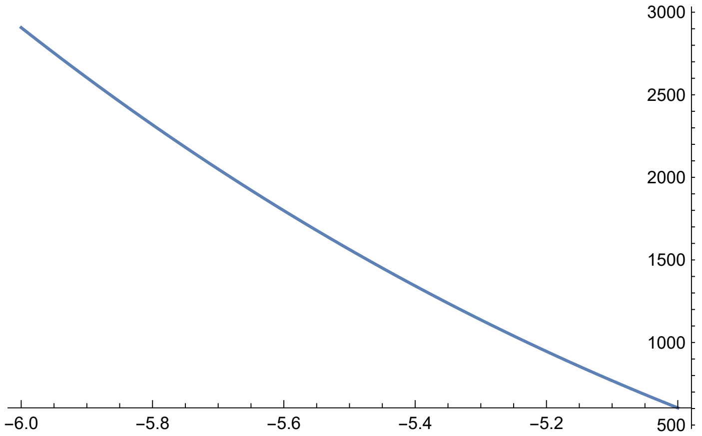
3. Уточнете локализирания корен по **метода на хордите**.

проверка на сходимост

графика на първата производна

In[81]:=
```
Plot[f'[x], {x, -6, -5}]
```

Out[81]=

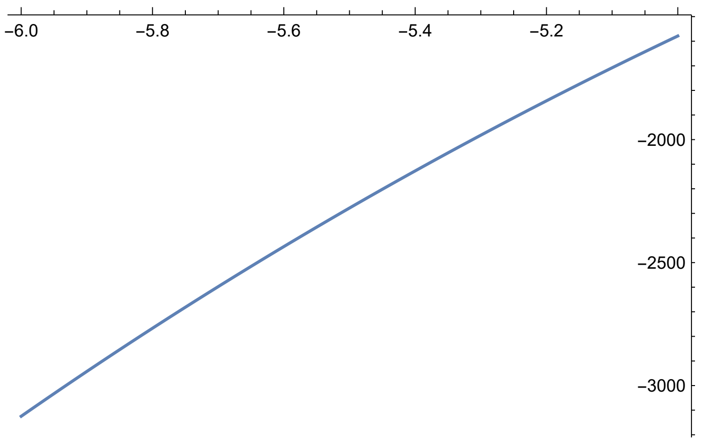


Извод: (1) Стойностите на първата производна в разглеждания интервал [-6; -5] са между 500 и 3000. Следователно f'(x) > 0 в целия разглеждан интервал [-6; -5].

графика на втората производна

In[82]:=
```
Plot[f''[x], {x, -6, -5}]
```

Out[82]=



Извод: (2) Стойностите на втората производна в разглеждания интервал [-6; -5] са между -3500 и -1500. Следователно f''(x) < 0 в целия разглеждан интервал [-6; -5].

Извод: От (1) и (2) следва, че първата и втората производни имат постоянни знаци в разглеждания интервал [-6; -5]. Следователно условията за сходимост на метода на хордите са изпълнение.

избор на начално приближение и постоянна точка

пояснение как е избрано.... (формулата от файла или друго)

In[83]:=
```
p = -6.
x0 = -5.
```

Out[83]=
```
-6.
```

Out[84]=
```
-5.
```

итерациите

In[85]:=
```
For[n = 0, n ≤ 3, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " xn = ", x1];
 x0 = x1
]
```

```
n = 0 xn = -5.73803
n = 1 xn = -5.83075
n = 2 xn = -5.83923
n = 3 xn = -5.83998
```

In[87]:=
```
x0 = -5.
For[n = 0, n ≤ 10, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " xn = ", x1];
 x0 = x1
]
```

Out[87]=
```
-5.
```

```
n = 0 xn = -5.73803
n = 1 xn = -5.83075
n = 2 xn = -5.83923
n = 3 xn = -5.83998
n = 4 xn = -5.84005
n = 5 xn = -5.84006
n = 6 xn = -5.84006
n = 7 xn = -5.84006
n = 8 xn = -5.84006
n = 9 xn = -5.84006
n = 10 xn = -5.84006
```

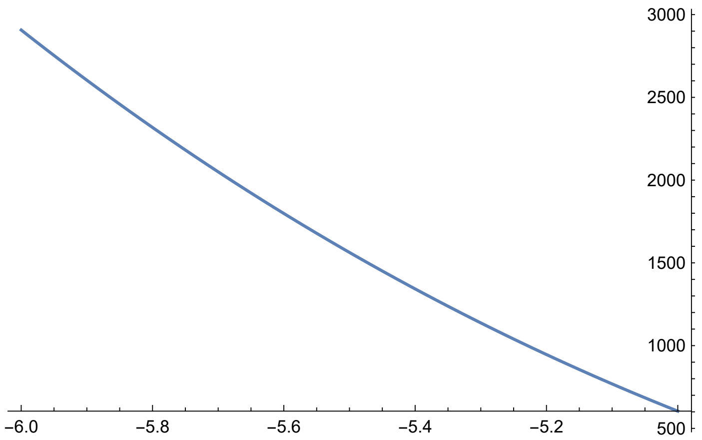
```
f[x_] := x^5 + 103 Sin[x] - 34 x^3 - 23
x0 = -5.; p = -6;
For[n = 0, n ≤ 10, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " xn = ", x1];
 x0 = x1
]
```

4. Оценка на грешката

изчисляване на постоянните величини

In[89]:= `Plot[Abs[f'[x]], {x, -6, -5}]`

Out[89]=



От геометрични съображения максимума на абсолютната стойност на първата производна се достига в левия край на интервала, а минимума - в десния.

In[91]:= `M1 = Abs[f'[-6.]]`

Out[91]=

2906.9

In[92]:=
```
m1 = Abs[f'[-5.]]
```
Out[92]=

604.217

In[93]:=

$$R = \frac{M1 - m1}{m1}$$

Out[93]=

3.81101

In[94]:=
```
f[x_] := x^5 + 103 Sin[x] - 34 x^3 - 23
x0 = -5.; p = -6;
M1 = Abs[f'[-6.]];
m1 = Abs[f'[-5.]];
R = (M1 - m1)/m1;
For[n = 0, n ≤ 10, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " x_n = ", x1, " f(x_n) = ", f[x1], " ε_n = ", eps = R * Abs[x1 - x0]];
 x0 = x1
]
```

n = 0 x_n = -5.73803 $f(x_n)$ = 233.504 ε_n = 2.81265

n = 1 x_n = -5.83075 $f(x_n)$ = 22.4867 ε_n = 0.353364

n = 2 x_n = -5.83923 $f(x_n)$ = 1.9943 ε_n = 0.0323239

n = 3 x_n = -5.83998 $f(x_n)$ = 0.175555 ε_n = 0.0028534

n = 4 x_n = -5.84005 $f(x_n)$ = 0.0154435 ε_n = 0.000251076

n = 5 x_n = -5.84006 $f(x_n)$ = 0.00135849 ε_n = 0.0000220863

n = 6 x_n = -5.84006 $f(x_n)$ = 0.000119499 ε_n = 1.94282×10^{-6}

n = 7 x_n = -5.84006 $f(x_n)$ = 0.0000105116 ε_n = 1.70899×10^{-7}

n = 8 x_n = -5.84006 $f(x_n)$ = 9.24651×10^{-7} ε_n = 1.5033×10^{-8}

n = 9 x_n = -5.84006 $f(x_n)$ = 8.13361×10^{-8} ε_n = 1.32237×10^{-9}

n = 10 x_n = -5.84006 $f(x_n)$ = 7.15681×10^{-9} ε_n = 1.16321×10^{-10}

цикъл със стоп-критерий при достигане на определена точност

In[117]:=

```
f[x_] := x^5 + 103 Sin[x] - 34 x^3 - 23
x0 = -5.; p = -6;
M1 = Abs[f'[-6.]];
m1 = Abs[f'[-5.]];
R = (M1 - m1)/m1;
epszad = 0.0001;
eps = 1;
Print["n = ", 0, " xn = ", x0, " f(xn) = ", f[x0]];
For[n = 1, eps > epszad, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " xn = ", x1, " f(xn) = ", f[x1], " εn = ", eps = R * Abs[x1 - x0]];
 x0 = x1
]
```

$n = 0\ x_n = -5.\ f(x_n) = 1200.77$

$n = 1\ x_n = -5.73803\ f(x_n) = 233.504\ \varepsilon_n = 2.81265$

$n = 2\ x_n = -5.83075\ f(x_n) = 22.4867\ \varepsilon_n = 0.353364$

$n = 3\ x_n = -5.83923\ f(x_n) = 1.9943\ \varepsilon_n = 0.0323239$

$n = 4\ x_n = -5.83998\ f(x_n) = 0.175555\ \varepsilon_n = 0.0028534$

$n = 5\ x_n = -5.84005\ f(x_n) = 0.0154435\ \varepsilon_n = 0.000251076$

$n = 6\ x_n = -5.84006\ f(x_n) = 0.00135849\ \varepsilon_n = 0.0000220863$

5. Сравнение между методите

Колко биха били броя на итерациите за достигане на точност 0.0001 по **метода на разполовяването** използвайки интервала от локализацията на корена? Направете сравнение между двата метода.

In[108]:=

$$\text{Log2}\left[\frac{-5-(-6)}{0.0001}\right]-1$$

Out[108]=

12.2877

Извод: По метода на раполовяването биха били необходими 13 итерации за достигане на исканата точност. А по метода на хордите бяха достатъчни 6 итерации. Следователно методът на хордите е по-ефективен.