Метод на разполовяването

Задача 1: Дадено е уравенението:

$\frac{a-9x}{x^2+b+1}$ - x^2+ (2a + 1)sinx + a + b = 0, където **a** е предпоследната цифра на факултетния ни номер, а **b** последната.

=> $\frac{0-9x}{x^2+9}$- x^2+ sinx + 8 = 0;

1. Представете геометрична интерпретация на уравнението.
2. Да се локализира един от корените.
3. Уточнете локализирания корен по **метода на разполовяването.**
4. Оценка на грешката.
5. Колко биха били броя на итерациите за достигане на точност 0.0001 **по метода на разполовяването**, използвайки интервала от локализацията на корена.

In[29]:=
```
f[x_] := (0 - 9 x)/(x^2 + 9) - x^2 + Sin[x] + 8
```

In[30]:=
```
f[x]
```

Out[30]=

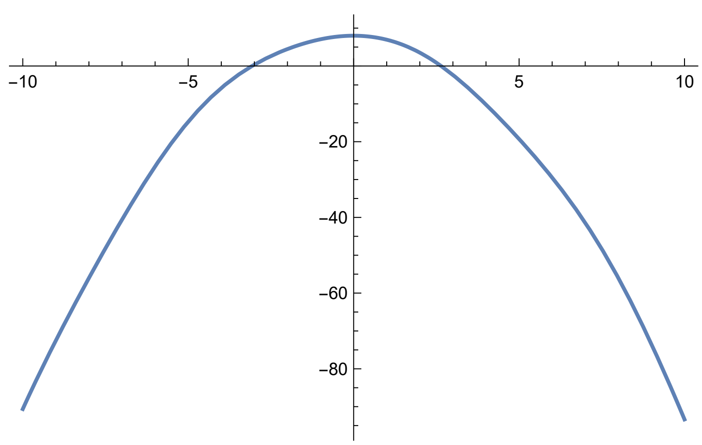
$$8 - x^2 - \frac{9x}{9 + x^2} + \mathrm{Sin}[x]$$

In[31]:=

1.Визуализация на функцията

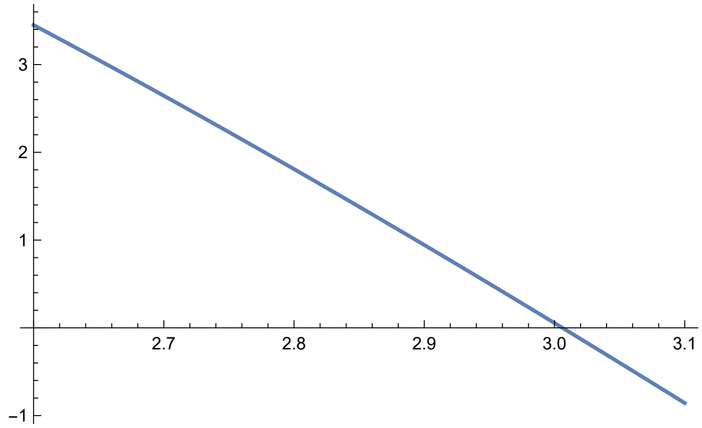
In[32]:=
```
Plot[f[x], {x, -10, 10}]
```

Out[32]=



In[43]:=
```
Plot[f[x], {x, 2.6, 3.1}]
```

Out[43]=



3. Уточнете локализирания корен по **метода на разполовяването.**

In[46]:=
$$f[x\_] := \frac{0 - 9x}{x^2 + 9} - x^2 + \mathrm{Sin}[x] + 8$$

In[47]:=
```
a = 2.6; b = 3.1;
For[n = 0, n < 6, n++,
 Print["n= ", n, " a_n= ", a, " b_n= ",
  b, " m_n= ", m = (a + b)/2, " f(m_n) = ", f[m], " ϵ_n= ", (b - a)/2];
 If[f[m] > 0, a = m, b = m]
]
```

n= 0 a_n= 2.6 b_n= 3.1 m_n= 2.85 f(m_n)= -1.33305 ϵ_n= 0.25

n= 1 a_n= 2.6 b_n= 2.85 m_n= 2.725 f(m_n)= -0.514072 ϵ_n= 0.125

n= 2 a_n= 2.6 b_n= 2.725 m_n= 2.6625 f(m_n)= -0.117312 ϵ_n= 0.0625

n= 3 a_n= 2.6 b_n= 2.6625 m_n= 2.63125 f(m_n)= 0.0778088 ϵ_n= 0.03125

n= 4 a_n= 2.63125 b_n= 2.6625 m_n= 2.64688 f(m_n)= -0.0194781 ϵ_n= 0.015625

n= 5 a_n= 2.63125 b_n= 2.64688 m_n= 2.63906 f(m_n)= 0.0292339 ϵ_n= 0.0078125

4.Оценка на грешката

In[49]:=
$$f[x\_] := \frac{0 - 9x}{x^2 + 9} - x^2 + \mathrm{Sin}[x] + 8$$

In[50]:=
```
a = 2.6; b = 3.1;
epszad = 0.00001;
eps = Infinity;
For[n = 0, eps > epszad, n++,
 Print["n= ", n, " aₙ= ", a, " bₙ= ", b,
  " mₙ= ", m = (a + b)/2, " f(mₙ)= ", f[m], " ϵₙ= ", eps = (b - a)/2];
 If[f[m] > 0, a = m, b = m]
]
```

n= 0 a_n= 2.6 b_n= 3.1 m_n= 2.85 $f(m_n)$= -1.33305 ϵ_n= 0.25

n= 1 a_n= 2.6 b_n= 2.85 m_n= 2.725 $f(m_n)$= -0.514072 ϵ_n= 0.125

n= 2 a_n= 2.6 b_n= 2.725 m_n= 2.6625 $f(m_n)$= -0.117312 ϵ_n= 0.0625

n= 3 a_n= 2.6 b_n= 2.6625 m_n= 2.63125 $f(m_n)$= 0.0778088 ϵ_n= 0.03125

n= 4 a_n= 2.63125 b_n= 2.6625 m_n= 2.64688 $f(m_n)$= -0.0194781 ϵ_n= 0.015625

n= 5 a_n= 2.63125 b_n= 2.64688 m_n= 2.63906 $f(m_n)$= 0.0292339 ϵ_n= 0.0078125

n= 6 a_n= 2.63906 b_n= 2.64688 m_n= 2.64297 $f(m_n)$= 0.00489507 ϵ_n= 0.00390625

n= 7 a_n= 2.64297 b_n= 2.64688 m_n= 2.64492 $f(m_n)$= -0.00728722 ϵ_n= 0.00195313

n= 8 a_n= 2.64297 b_n= 2.64492 m_n= 2.64395 $f(m_n)$= -0.001195 ϵ_n= 0.000976563

n= 9 a_n= 2.64297 b_n= 2.64395 m_n= 2.64346 $f(m_n)$= 0.0018503 ϵ_n= 0.000488281

n= 10 a_n= 2.64346 b_n= 2.64395 m_n= 2.6437 $f(m_n)$= 0.000327716 ϵ_n= 0.000244141

n= 11 a_n= 2.6437 b_n= 2.64395 m_n= 2.64382 $f(m_n)$= -0.000433627 ϵ_n= 0.00012207

n= 12 a_n= 2.6437 b_n= 2.64382 m_n= 2.64376 $f(m_n)$= -0.0000529511 ϵ_n= 0.0000610352

n= 13 a_n= 2.6437 b_n= 2.64376 m_n= 2.64373 $f(m_n)$= 0.000137384 ϵ_n= 0.0000305176

n= 14 a_n= 2.64373 b_n= 2.64376 m_n= 2.64375 $f(m_n)$= 0.0000422165 ϵ_n= 0.0000152588

n= 15 a_n= 2.64375 b_n= 2.64376 m_n= 2.64375 $f(m_n)$= -5.36726×10^{-6} ϵ_n= 7.62939×10^{-6}

Колко биха били броя на итерациите за достигане на точност 0.0000001 по метода на разполовяването,използвайки интервала от локализацията на корена.

In[54]:=
$$\text{Log2}\left[\frac{3.1 - 2.6}{0.0000001}\right] - 1$$

Out[54]=

21.2535

Извод: Нужни са 21 итерации за да се достигне съответната точност.