Метод за решаване на последователни приближения за решаване на СЛАУ

A)

Дадена е системата Ax = c, където c = (a, b, a+b), съответно a – предпоследната цифра от факултетния номер, b – последната.

1. Да се избере итерационен метод за решаването ѝ.
2. Да се провери условието за сходимост.
3. Да се построи итерационен процес.
4. Да се направят 3 итерации.
5. Покажете достигнатото решение и с каква точност е получено?
6. Какъв е минималния брой итерации, които за нужни за достигане на точност 10^{-4}, работейки по избрания метод при избор на начално приближение x(0) = c?

$A = \begin{pmatrix} 16 & 2 & 0 \\ 2 & 16 + a & 0 \\ 1 & 0 & 9 + b \end{pmatrix}$, b = (a,b, a+b)

In[216]:=

```
A = (16  2  0
     2  16  0
     1   0 17); b = {0, 8, 10};
```

---

1. Да се избере итерационен метод за решаването ѝ. (в случая избираме метода на последователните приближения)

In[217]:=

```
n = Length[A];
```

In[218]:=

```
IM = IdentityMatrix[n];
```

In[219]:=

```
B = IM - A;
```

In[220]:=

```
c = b;
```

In[221]:=

```
Print["Итерационният процес е x^(k+1) = ",
 N[B // MatrixForm], ". x^(k) + ", N[c // MatrixForm]]
```

Итерационният процес е $x^{(k+1)} = \begin{pmatrix} -15. & -2. & 0. \\ -2. & -15. & 0. \\ -1. & 0. & -16. \end{pmatrix} . x^{(k)} + \begin{pmatrix} 0. \\ 8. \\ 10. \end{pmatrix}$

2. Проверка за сходимост ||B|| < 1

първа норма

In[222]:=

$$\text{Max}\left[\text{Table}\left[\sum_{j=1}^{n}\text{Abs}[B[\![i, j]\!]], \{i, n\}\right]\right]$$

Out[222]=

17

втора норма

In[223]:=

$$\text{Max}\left[\text{Table}\left[\sum_{i=1}^{n}\text{Abs}[B[\![i, j]\!]], \{j, n\}\right]\right]$$

Out[223]=

18

трета норма

In[224]:=

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}B[\![i, j]\!]^2}$$

Out[224]=

$\sqrt{715}$

Извод: В случая имаме положително определена матрица и условието за сходимост не е изпълнено. Съответно модифицираме метода

3. Модификация на метода при положително определена матрица A

Проверка на приложимостта на модификацията

In[225]:=

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 2 & 0 \\ 2 & 16 & 0 \\ 1 & 0 & 17 \end{pmatrix};$$

In[226]:=

```
PositiveDefiniteMatrixQ[A]
```

Out[226]=

```
True
```

Определяне стойността на ρ

In[227]:=

```
N[Norm[A]]
```

Out[227]=

```
18.1194
```

In[228]:=

```
ro = 200
```

Out[228]=

```
200
```

Итерараме

In[229]:=

```
A = (16 2 0
     2 16 0
     1 0 17); b = {0, 8, 10};

n = Length[A];
IM = IdentityMatrix[n];
ro = 200;
B = IM - 2/ro A;
c = 2/ro b;
Print["Итерационният процес е x^(k+1) = ",
 N[B // MatrixForm], ". x^(k) + ", N[c // MatrixForm]]
Print[]
x = {10, 4, 0.6}; (*изборът на начално приближение е произволен*)
(*изчисляваме нормите според избора на норма,
който сме направили по време на проверка на условието на сходимост*)
normB = Max[Table[Sum[Abs[B[[i, j]]], {j, 1, n}], {i, n}]];
Print["Нормата на B e ", N[normB]]
normx0 = Max[Abs[x]];
normc = Max[Abs[c]];
For[k = 0, k ≤ 3, k++,
 Print["k = ", N[k], " x^(k) = ", N[x], " ε_k = ", N[eps = normB^k (normx0 + normc/(1 - normB))]];
 x = B.x + c
]
Print["За сравнение, точното решение е ", N[LinearSolve[A, b]]]
```

Итерационният процес е $x^{(k+1)} = \begin{pmatrix} 0.84 & -0.02 & 0. \\ -0.02 & 0.84 & 0. \\ -0.01 & 0. & 0.83 \end{pmatrix} . x^{(k)} + \begin{pmatrix} 0. \\ 0.08 \\ 0.1 \end{pmatrix}$

Нормата на B e 0.86

k = 0. $x^{(k)}$ = {10., 4., 0.6} ε_k = 10.7143

k = 1. $x^{(k)}$ = {8.32, 3.24, 0.498} ε_k = 9.21429

k = 2. $x^{(k)}$ = {6.924, 2.6352, 0.43014} ε_k = 7.92429

k = 3. $x^{(k)}$ = {5.76346, 2.15509, 0.387776} ε_k = 6.81489

За сравнение, точното решение е {-0.0634921, 0.507937, 0.59197}

4. Какъв е минималния брой итерации, които за нужни за достигане на точност 10^{-4}, работейки по избрания метод при избор на начално приближение x(0) = c?

In[244]:=

$$N\left[\frac{\text{Log}\left[\frac{10^{-4}}{\text{normx0}+\frac{\text{normc}}{1-\text{normB}}}\right]}{\text{Log}[\text{normB}]}\right]$$

Out[244]=

76.7915

Извод: Необходими са ни 76 итерации за достигане на исканата точност.

Итерираме

In[245]:=

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 2 & 0 \\ 2 & 16 & 0 \\ 1 & 0 & 17 \end{pmatrix}; \; b = \{0, 8, 10\};$$

```
n = Length[A];
IM = IdentityMatrix[n];
ro = 200;
B = IM - (2/ro) A;
c = (2/ro) b;
Print["Итерационният процес е x^(k+1) = ",
 N[B // MatrixForm], ". x^(k) + ", N[c // MatrixForm]]
Print[]
x = {10, 4, 0.6}; (*изборът на начално приближение е произволен*)
(*изчисляваме нормите според избора на норма,
който сме направили по време на проверка на условието на сходимост*)
normB = Max[Table[Sum[Abs[B[[i, j]]], {j, 1, n}], {i, n}]];
Print["Нормата на B е ", N[normB]]
normx0 = Max[Abs[x]];
normc = Max[Abs[c]];
For[k = 0, k ≤ 79, k++,
 Print["k = ", N[k], " x^(k) = ", N[x], " ε_k = ", N[eps = normB^k (normx0 + normc/(1 - normB))]];
 x = B.x + c
]
Print["За сравнение, точното решение е ", N[LinearSolve[A, b]]]
```

Итерационният процес е $x^{(k+1)} = \begin{pmatrix} 0.84 & -0.02 & 0. \\ -0.02 & 0.84 & 0. \\ -0.01 & 0. & 0.83 \end{pmatrix} . \; x^{(k)} + \begin{pmatrix} 0. \\ 0.08 \\ 0.1 \end{pmatrix}$

Нормата на B е 0.86

k = 0. $x^{(k)}$ = {10., 4., 0.6} ε_k = 10.7143

k = 1. $x^{(k)}$ = {8.32, 3.24, 0.498} ε_k = 9.21429

k = 2. $x^{(k)}$ = {6.924, 2.6352, 0.43014} ε_k = 7.92429

k = 3. $x^{(k)}$ = {5.76346, 2.15509, 0.387776} ε_k = 6.81489

k = 4. $x^{(k)}$ = {4.7982, 1.775, 0.36422} ε_k = 5.8608

k = 5. $x^{(k)}$ = {3.99499, 1.47504, 0.35432} ε_k = 5.04029

k = 6. $x^{(k)}$ = {3.32629, 1.23913, 0.354136} ε_k = 4.33465

k = 7. $x^{(k)}$ = {2.7693, 1.05435, 0.36067} ε_k = 3.7278

k = 8. $x^{(k)}$ = {2.30513, 0.910265, 0.371663} ε_k = 3.20591

k = 9. $x^{(k)}$ = {1.9181, 0.79852, 0.385429} ε_k = 2.75708

k = 10. $x^{(k)}$ = {1.59523, 0.712395, 0.400725} ε_k = 2.37109

k = 11. $x^{(k)}$ = {1.32575, 0.646507, 0.41665} ε_k = 2.03914

k = 12. $x^{(k)}$ = {1.1007, 0.596551, 0.432562} ε_k = 1.75366

k = 13. $x^{(k)}$ = {0.912656, 0.559089, 0.448019} ε_k = 1.50814

k = 14. $x^{(k)}$ = {0.755449, 0.531382, 0.462729} ε_k = 1.297

k = 15. $x^{(k)}$ = {0.62395, 0.511251, 0.476511} ε_k = 1.11542

k = 16. $x^{(k)}$ = {0.513893, 0.496972, 0.489265} ε_k = 0.959265

k = 17. $x^{(k)}$ = {0.42173, 0.487179, 0.500951} ε_k = 0.824968

k = 18. $x^{(k)}$ = {0.34451, 0.480796, 0.511572} ε_k = 0.709472

k = 19. $x^{(k)}$ = {0.279772, 0.476978, 0.521159} ε_k = 0.610146

k = 20. $x^{(k)}$ = {0.225469, 0.475066, 0.529765} ε_k = 0.524726

k = 21. $x^{(k)}$ = {0.179893, 0.474546, 0.53745} ε_k = 0.451264

k = 22. $x^{(k)}$ = {0.141619, 0.475021, 0.544285} ε_k = 0.388087

k = 23. $x^{(k)}$ = {0.10946, 0.476185, 0.55034} ε_k = 0.333755

k = 24. $x^{(k)}$ = {0.0824224, 0.477806, 0.555688} ε_k = 0.287029

k = 25. $x^{(k)}$ = {0.0596787, 0.479709, 0.560396} ε_k = 0.246845

k = 26. $x^{(k)}$ = {0.0405359, 0.481762, 0.564532} ε_k = 0.212287

k = 27. $x^{(k)}$ = {0.0244149, 0.483869, 0.568156} ε_k = 0.182567

k = 28. $x^{(k)}$ = {0.0108312, 0.485962, 0.571326} ε_k = 0.157007

k = 29. $x^{(k)}$ = {-0.000621072, 0.487991, 0.574092} ε_k = 0.135026

k = 30. $x^{(k)}$ = {-0.0102815, 0.489925, 0.576503} ε_k = 0.116123

k = 31. $x^{(k)}$ = {-0.018435, 0.491743, 0.5786} ε_k = 0.0998654

k = 32. $x^{(k)}$ = {-0.0253202, 0.493433, 0.580422} ε_k = 0.0858843

k = 33. $x^{(k)}$ = {-0.0311377, 0.49499, 0.582004} ε_k = 0.0738605

k = 34. $x^{(k)}$ = {-0.0360554, 0.496414, 0.583374} ε_k = 0.06352

k = 35. $x^{(k)}$ = {-0.0402148, 0.497709, 0.584561} ε_k = 0.0546272

k = 36. $x^{(k)}$ = {-0.0437347, 0.49888, 0.585588} ε_k = 0.0469794

k = 37. $x^{(k)}$ = {-0.0467147, 0.499934, 0.586475} ε_k = 0.0404023

k = 38. $x^{(k)}$ = {-0.049239, 0.500879, 0.587242} ε_k = 0.034746

k = 39. $x^{(k)}$ = {-0.0513784, 0.501723, 0.587903} ε_k = 0.0298815

k = 40. $x^{(k)}$ = {-0.0531923, 0.502475, 0.588473} ε_k = 0.0256981

k = 41. $x^{(k)}$ = {-0.054731, 0.503143, 0.588965} ε_k = 0.0221004

k = 42. $x^{(k)}$ = {-0.0560369, 0.503734, 0.589388} ε_k = 0.0190063

k = 43. $x^{(k)}$ = {-0.0571457, 0.504258, 0.589752} ε_k = 0.0163454

k = 44. $x^{(k)}$ = {-0.0580875, 0.504719, 0.590066} ε_k = 0.0140571

k = 45. $x^{(k)}$ = {-0.0588879, 0.505126, 0.590336} ε_k = 0.0120891

k = 46. $x^{(k)}$ = {-0.0595684, 0.505484, 0.590567} ε_k = 0.0103966

k = 47. $x^{(k)}$ = {-0.0601471, 0.505798, 0.590767} ε_k = 0.00894109

k = 48. $x^{(k)}$ = {-0.0606395, 0.506073, 0.590938} ε_k = 0.00768934

k = 49. $x^{(k)}$ = {-0.0610587, 0.506314, 0.591085} ε_k = 0.00661283

k = 50. $x^{(k)}$ = {-0.0614155, 0.506525, 0.591211} ε_k = 0.00568703

k = 51. $x^{(k)}$ = {-0.0617196, 0.506709, 0.591319} ε_k = 0.00489085

k = 52. $x^{(k)}$ = {-0.0619786, 0.50687, 0.591412} ε_k = 0.00420613

k = 53. $x^{(k)}$ = {-0.0621994, 0.507011, 0.591492} ε_k = 0.00361727

k = 54. $x^{(k)}$ = {-0.0623877, 0.507133, 0.59156} ε_k = 0.00311085

k = 55. $x^{(k)}$ = {-0.0625484, 0.507239, 0.591619} ε_k = 0.00267533

k = 56. $x^{(k)}$ = {-0.0626854, 0.507332, 0.591669} ε_k = 0.00230079

k = 57. $x^{(k)}$ = {-0.0628024, 0.507413, 0.591712} ε_k = 0.00197868

k = 58. $x^{(k)}$ = {-0.0629023, 0.507483, 0.591749} ε_k = 0.00170166

k = 59. $x^{(k)}$ = {-0.0629875, 0.507543, 0.591781} ε_k = 0.00146343

k = 60. $x^{(k)}$ = {-0.0630604, 0.507596, 0.591808} ε_k = 0.00125855

k = 61. $x^{(k)}$ = {-0.0631227, 0.507642, 0.591831} ε_k = 0.00108235

k = 62. $x^{(k)}$ = {-0.0631759, 0.507682, 0.591851} ε_k = 0.000930823

k = 63. $x^{(k)}$ = {-0.0632214, 0.507716, 0.591868} ε_k = 0.000800508

k = 64. $x^{(k)}$ = {-0.0632603, 0.507746, 0.591883} ε_k = 0.000688437

k = 65. $x^{(k)}$ = {-0.0632936, 0.507772, 0.591895} ε_k = 0.000592056

k = 66. $x^{(k)}$ = {-0.063322, 0.507794, 0.591906} ε_k = 0.000509168

k = 67. $x^{(k)}$ = {-0.0633464, 0.507814, 0.591915} ε_k = 0.000437884

k = 68. $x^{(k)}$ = {-0.0633672, 0.50783, 0.591923} ε_k = 0.000376581

k = 69. $x^{(k)}$ = {-0.0633851, 0.507845, 0.59193} ε_k = 0.000323859

k = 70. $x^{(k)}$ = {-0.0634004, 0.507857, 0.591936} ε_k = 0.000278519

k = 71. $x^{(k)}$ = {-0.0634135, 0.507868, 0.591941} ε_k = 0.000239526

k = 72. $x^{(k)}$ = {-0.0634247, 0.507878, 0.591945} ε_k = 0.000205993

k = 73. $x^{(k)}$ = {-0.0634343, 0.507886, 0.591948} ε_k = 0.000177154

k = 74. $x^{(k)}$ = {-0.0634425, 0.507893, 0.591952} ε_k = 0.000152352

k = 75. $x^{(k)}$ = {-0.0634496, 0.507899, 0.591954} ε_k = 0.000131023

k = 76. $x^{(k)}$ = {-0.0634556, 0.507904, 0.591956} ε_k = 0.00011268

k = 77. $x^{(k)}$ = {-0.0634608, 0.507908, 0.591958} ε_k = 0.0000969045

k = 78. $x^{(k)}$ = {-0.0634652, 0.507912, 0.59196} ε_k = 0.0000833379

k = 79. $x^{(k)}$ = {-0.063469, 0.507916, 0.591962} ε_k = 0.0000716706

За сравнение, точното решение е {-0.0634921, 0.507937, 0.59197}

Б)

Дадена е системата Ax = c, където c = (a, b, a+b), съответно a – предпоследната цифра от факултетния номер, b – последната.

1. Да се избере итерационен метод за решаването й.
2. Да се провери условието за сходимост.
3. Да се построи итерационен процес.
4. Да се направят 3 итерации.
5. Покажете достигнатото решение и с каква точност е получено?
6. Какъв е минималния брой итерации, които за нужни за достигане на точност 10^{-4}, работейки по избрания метод при избор на начално приближение x(0) = c?

$$A = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{a+2} & -0.2 & 0.1 \\ -0.2 & 1 + \frac{1}{b+3} & 0.02 \\ 0.05 & -0.1 & 1 + \frac{1}{a+3} \end{pmatrix}, b = (a,b, a+b)$$

In[260]:=

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{2} & -0.2 & 0.1 \\ -0.2 & \frac{13}{11} & 0.02 \\ 0.05 & -0.1 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}; b = \{0, 8, 10\};$$

---

1. Да се избере итерационен метод за решаването й. (в случая избираме метода на последователните приближения)

In[261]:=

```
n = Length[A];
```

In[262]:=

```
IM = IdentityMatrix[n];
```

In[263]:=

```
B = IM - A;
```

In[264]:=

```
c = b;
```

In[265]:=

```
Print["Итерационният процес е x^(k+1) = ",
 N[B // MatrixForm], ". x^(k) + ", N[c // MatrixForm]]
```

Итерационният процес е $x^{(k+1)} = \begin{pmatrix} 0. & 0.2 & -0.1 \\ 0.2 & -0.181818 & -0.02 \\ -0.05 & 0.1 & -0.666667 \end{pmatrix} . x^{(k)} + \begin{pmatrix} 0. \\ 8. \\ 10. \end{pmatrix}$

2. Проверка за сходимост ||B|| < 1

първа норма

In[266]:=

$$\text{Max}\left[\text{Table}\left[\sum_{j=1}^{n} \text{Abs}[B[[i, j]]], \{i, n\}\right]\right]$$

Out[266]=

0.816667

втора норма

In[267]:=

$$\text{Max}\left[\text{Table}\left[\sum_{i=1}^{n} \text{Abs}[B[[i, j]]], \{j, n\}\right]\right]$$

Out[267]=

0.786667

трета норма

In[268]:=

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} B[[i, j]]^2}$$

Out[268]=

0.761841

Избираме най-малката възможна норма, която в случая е **трета**.

Нормата на матрицата B е по-малка от 1, следователно процесът ще е сходящ при всеки избор на начално приближение.

3. Да се построи итерационен процес и да се направят 3 итерации

In[269]:=

```
A = ( 2/2    -0.2  0.1
      -0.2   13/11 0.02
      0.05   -0.1  5/3 ); b = {0, 8, 10};

n = Length[A];
IM = IdentityMatrix[n];
B = IM - A;
c = b;
Print["Итерационният процес е x^(k+1) = ",
 N[B // MatrixForm], ". x^(k) + ", N[c // MatrixForm]]
x = {4, -8.3, 25.8}; (*изборът на начално приближение е произволен*)
(*изчисляваме нормите според избора на норма,
който сме направили по време на проверка на условието на сходимост*)
normB = Sqrt[Sum[Sum[B[[i, j]]^2, {j, 1, n}], {i, 1, n}]];
Print["Нормата на B е ", normB];
normx0 = Norm[x];
normc = Norm[c];
For[k = 0, k ≤ 3, k++,
 Print["k = ", k, " x^(k) = ", x, " ε_k = ", eps = normB^k (normx0 + normc/(1 - normB))];
 x = B.x + c
]
Print["За сравнение, точното решение е ", N[LinearSolve[A, b]]]
```

Итерационният процес е $x^{(k+1)} = \begin{pmatrix} 0. & 0.2 & -0.1 \\ 0.2 & -0.181818 & -0.02 \\ -0.05 & 0.1 & -0.666667 \end{pmatrix} . x^{(k)} + \begin{pmatrix} 0. \\ 8. \\ 10. \end{pmatrix}$

Нормата на B е 0.761841

k = 0 $x^{(k)}$ = {4, -8.3, 25.8} ε_k = 81.1677

k = 1 $x^{(k)}$ = {-4.24, 9.79309, -8.23} ε_k = 61.8369

k = 2 $x^{(k)}$ = {2.78162, 5.53604, 16.678} ε_k = 47.1099

k = 3 $x^{(k)}$ = {-0.56059, 7.21621, -0.704128} ε_k = 35.8903

За сравнение, точното решение е {0.717993, 6.78268, 6.38542}

4. Какъв е минималния брой итерации, които за нужни

за достигане на точност 10^{-4}, работейки по избрания метод при избор на начално приближение x(0) = c?

In[282]:=

$$\frac{\text{Log}\left[\frac{10^{-4}}{\text{normx0}+\frac{\text{normc}}{1-\text{normB}}}\right]}{\text{Log}[\text{normB}]}$$

Out[282]=

50.0221

Извод: Необходими са 50 на брой итерации.

За сравнение и проверка пускаме итерациите:

In[283]:=

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{2} & -0.2 & 0.1 \\ -0.2 & \frac{13}{11} & 0.02 \\ 0.05 & -0.1 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}; \; b = \{0, 8, 10\};$$

```
n = Length[A];
IM = IdentityMatrix[n];
B = IM - A;
c = b;
Print["Итерационният процес е x^(k+1) = ",
 N[B // MatrixForm], ". x^(k) + ", N[c // MatrixForm]]
x = {5, -9.7, 16.3}; (*изборът на начално приближение е произволен*)
(*изчисляваме нормите според избора на норма,
който сме направили по време на проверка на условието на сходимост*)
normB = Max[Table[Sum[Abs[B[[i, j]]], {j, 1, n}], {i, n}]];
Print["Нормата на B е ", normB]
normx0 = Max[Abs[x]];
normc = Max[Abs[c]];
For[k = 0, k ≤ 23, k++,
 Print["k = ", k, " x^(k) = ", x, " ε_k = ", eps = normB^k (normx0 + normc/(1 - normB))];
 x = B.x + c
]
Print["За сравнение, точното решение е ", LinearSolve[A, b]]
```

Итерационният процес е $x^{(k+1)} = \begin{pmatrix} 0. & 0.2 & -0.1 \\ 0.2 & -0.181818 & -0.02 \\ -0.05 & 0.1 & -0.666667 \end{pmatrix} . x^{(k)} + \begin{pmatrix} 0. \\ 8. \\ 10. \end{pmatrix}$

Нормата на B е 0.816667

$k = 0$ $x^{(k)} = \{5, -9.7, 16.3\}$ $\varepsilon_k = 70.8455$

$k = 1$ $x^{(k)} = \{-3.57, 10.4376, -2.08667\}$ $\varepsilon_k = 57.8571$

$k = 2$ $x^{(k)} = \{2.29619, 5.42998, 12.6134\}$ $\varepsilon_k = 47.25$

$k = 3$ $x^{(k)} = \{-0.175341, 7.2197, 2.01927\}$ $\varepsilon_k = 38.5875$

$k = 4$ $x^{(k)} = \{1.24201, 6.61187, 9.38456\}$ $\varepsilon_k = 31.5131$

$k = 5$ $x^{(k)} = \{0.383919, 6.85855, 4.34272\}$ $\varepsilon_k = 25.7357$

$k = 6$ $x^{(k)} = \{0.937439, 6.74292, 7.77152\}$ $\varepsilon_k = 21.0175$

$k = 7$ $x^{(k)} = \{0.571432, 6.80607, 5.44641\}$ $\varepsilon_k = 17.1643$

$k = 8$ $x^{(k)} = \{0.816573, 6.76789, 7.0211\}$ $\varepsilon_k = 14.0175$

$k = 9$ $x^{(k)} = \{0.651469, 6.79237, 5.95523\}$ $\varepsilon_k = 11.4476$

$k = 10$ $x^{(k)} = \{0.76295, 6.77621, 6.67651\}$ $\varepsilon_k = 9.3489$

$k = 11$ $x^{(k)} = \{0.687592, 6.78702, 6.18847\}$ $\varepsilon_k = 7.63493$

$k = 12$ $x^{(k)} = \{0.738558, 6.77975, 6.51868\}$ $\varepsilon_k = 6.23519$

$k = 13$ $x^{(k)} = \{0.704081, 6.78466, 6.29526\}$ $\varepsilon_k = 5.09207$

$k = 14$ $x^{(k)} = \{0.727405, 6.78134, 6.44642\}$ $\varepsilon_k = 4.15853$

$k = 15$ $x^{(k)} = \{0.711625, 6.78358, 6.34415\}$ $\varepsilon_k = 3.39613$

$k = 16$ $x^{(k)} = \{0.722301, 6.78206, 6.41334\}$ $\varepsilon_k = 2.77351$

$k = 17$ $x^{(k)} = \{0.715078, 6.78309, 6.36653\}$ $\varepsilon_k = 2.26503$

$k = 18$ $x^{(k)} = \{0.719965, 6.7824, 6.3982\}$ $\varepsilon_k = 1.84978$

$k = 19$ $x^{(k)} = \{0.716659, 6.78287, 6.37677\}$ $\varepsilon_k = 1.51065$

$k = 20$ $x^{(k)} = \{0.718896, 6.78255, 6.39127\}$ $\varepsilon_k = 1.2337$

$k = 21$ $x^{(k)} = \{0.717382, 6.78276, 6.38146\}$ $\varepsilon_k = 1.00752$

$k = 22$ $x^{(k)} = \{0.718406, 6.78262, 6.3881\}$ $\varepsilon_k = 0.822808$

$k = 23$ $x^{(k)} = \{0.717714, 6.78272, 6.38361\}$ $\varepsilon_k = 0.671959$

За сравнение, точното решение е $\{0.717993, 6.78268, 6.38542\}$