Параметрични криви: Обзор

Всяка стена на геометрично тяло в тримерното пространство е ограничена от ръбове, които могат да бъдат отсечки или части от криви (дъги, сегменти), а стената от своя страна е част от повърхнина.

В този раздел ще се засегнат общото понятие за крива в параметрична форма.

Една ***параметрична крива*** в евклидовото пространството E^3 се задава чрез изображение от следния вид, където за простота дефиниционният интервал се избира [0,1].

$$\boldsymbol{C}\colon u \in [0,1] \to \boldsymbol{C}(u)\ \big(x(u), y(u), z(u)\big), \qquad x(u),\ y(u),\ z(u) -\ \text{реални функции.}$$

В този курс функциите $x(u)$, $y(u)$ и $z(u)$ са винаги полиноми.

Ако вместо E^3 имаме равнина E^2, тогава в горната параметризация ще липсва третата координата $z(u)$.

Примери

- Права $\boldsymbol{C}(u) = \boldsymbol{B} + u.\boldsymbol{d}$, $u \in \mathbb{R}$, $\boldsymbol{B}$ – дадена точка, а $\boldsymbol{d}$ – колинеарен вектор.

  Ако $\boldsymbol{B} = (b_1, b_2, b_3)$, $\boldsymbol{d} = (d_1, d_2, d_3)$, $u \in [0,1]$, то отсечката от $\boldsymbol{B}$ до $\boldsymbol{B} + \boldsymbol{d}$ е

$$\boldsymbol{C}(u): \quad \begin{aligned} x(u) &= b_1 + ud_1 \\ y(u) &= b_2 + ud_2 \\ z(u) &= b_3 + ud \end{aligned}$$

- Окръжност с център (p,q) и радиус r има следната параметрична форма:

$$x(u) = r\cos(2\pi u) + p$$

$$y(u) = r\sin(2\pi u) + q$$

Да проверим. Следват $x - p = r\cos(2\pi u)$, $y - q = r\sin(2\pi u)$ и тогава получаваме $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$, което е каноничното уравнение на тази окръжност.

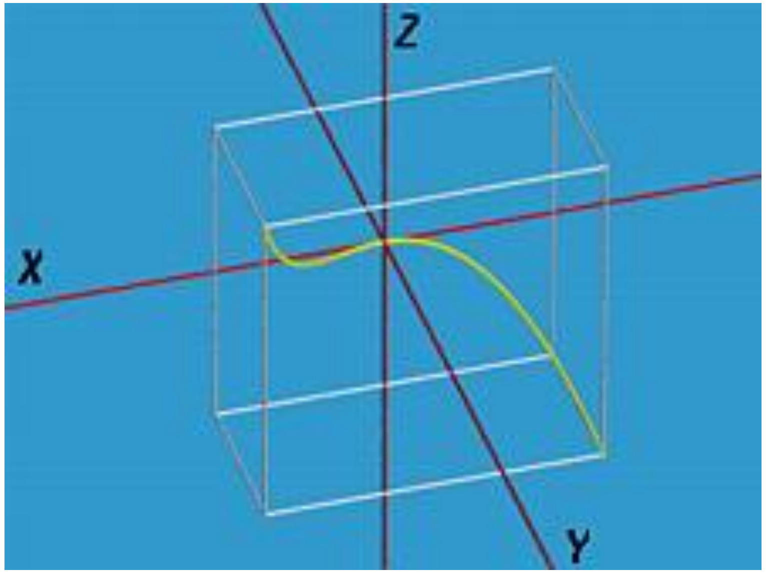
- Една пространствена кубична крива има следния параметричен вид:

$$x(u) = u,$$

$$y(u) = u^2,$$

$$z(u) = u^3.$$

Следващата фигура показва тази крива за *u* в интервала [-1,1]. Тя се съдържа в паралелепипед (в бяло на фигурата), дефиниран чрез върховете му (-1, 0, -1) и (1, 1, 1).



- Кръговата спирала (винтова или витлова линия) се дефинира както следва:

$$\mathbf{C}(u) = (a\cos(u), a\sin(u), bu); \quad a > 0,\ b \neq 0 \text{ – const}$$

На фигурата $u \in [0, 4\pi]$. Дъгата е между точките $(a, 0, 0)$ и $(a, 0, 4\pi b)$.

Да отбележим, че тази крива лежи върху цилиндъра с радиус a и ос – оста Oz.