# Метод на Гаус-Жордан

# Задача 1:

Дадена е следната задача А.х = b, където

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 5.6 & -3.45 \\ 2 & 7.56 & -2.34 & 2 \\ 0 & -0.89 & 0 & 3.14 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -6 \\ 8.89 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- 1. Да се реши по метода на Гаус-Жордан.
- 2. В процеса на решаване да се пресметне детерминантата на матрицата А.
- 3. По метода на Гаус-Жордан да се намери обратната матрица на А.

#### Въвеждаме разширената матрица:

$$In[*]:= A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & -6 \\ 3 & 5 & 5.6 & -3.45 & 8.89 \\ 2 & 7.56 & -2.34 & 2 & -4 \\ 0 & -0.89 & 0 & 3.14 & 5 \end{pmatrix}$$

$$Out[*]= \{\{1, 2, 0, 2, -6\}, \{3, 5, 5.6, -3.45, 8.89\}, \{2, 7.56, -2.34, 2, -4\}, \{0, -0.89, 0, 3.14, 5\}\}$$

#### 1. Постъпково прилагане на метода на Гаус-Жордан

Броят на стъпките е равен на броя на стълбовете на основната матрица

```
In[@]:= Length[A]
Out[@]=
4
```

Първа стъпка - целта е в А да се получи първи стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{11} = 1$ .

$$In[e]:= A[1] = \frac{A[1]}{A[1, 1]}$$

$$Out[e]:= \{1, 2, 0, 2, -6\}$$

#### Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме втория ред

$$ln[*]:= A[2] = A[2] - A[2, 1] * A[1]$$
Out[\*]=
 $\{0, -1, 5.6, -9.45, 26.89\}$ 

Променяме третия ред

Променяме четвъртия ред

$$ln[*]:= A[4] = A[4] - A[4, 1] * A[1]$$
Out[\*]=
 $\{0, -0.89, 0, 3.14, 5\}$ 

In[\*]:= A // MatrixForm

Out[•]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & -1 & 5.6 & -9.45 & 26.89 \\ 0 & 3.56 & -2.34 & -2 & 8 \\ 0 & -0.89 & 0 & 3.14 & 5 \end{pmatrix}$$

Втора стъпка - целта е в А да се получи втори стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{22} = 1$ .

$$In[*]:= A[2] = \frac{A[2]}{A[2, 2]}$$

$$Out[*]= \{0, 1, -5.6, 9.45, -26.89\}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

Променяме третия ред

Променяме четвъртия ред

0. 0. -4.984 11.5505 -18.9321

Трета стъпка - целта е в А да се получи трети стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{33} = 1$ .

Променяме третия ред

$$In[*]:= A[3] = \frac{A[3]}{A[3, 3]}$$

$$Out[*]= \{0., 0., 1., -2.02557, 5.895\}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

Променяме втория ред

$$In[*]:= A[2] = A[2] - A[2, 3] * A[3]$$

$$Out[*]= \{0., 1., 0., -1.89321, 6.12199\}$$

Променяме четвъртия ред

#### In[\*]:= A // MatrixForm

Out[]//MatrixForm=

Четвърта стъпка - целта е в A да се получи четвърти стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{44} = 1$ .

Променяме четвъртия ред

$$In[*]:= A[4] = \frac{A[4]}{A[4, 4]}$$

$$Out[*]= \{0., 0., 0., 1., 7.18096\}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

Променяме втория ред

Променяме третия ред

In[\*]:= A // MatrixForm

Out[•]//MatrixForm=

**Извод:**  $x_1 = -59.79$ ,  $x_2 = 19.71$ ,  $x_3 = 20.44$ ,  $x_4 = 7.18$ 

### 2. Съставяне на програмен код

#### Решаване на СЛАУ

```
In[*]:= A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & -6 \\ 3 & 5 & 5.6 & -3.45 & 8.89 \\ 2 & 7.56 & -2.34 & 2 & -4 \\ 0 & -0.89 & 0 & 3.14 & 5 \end{pmatrix};
In[*]:= n = Length[A];
In[*]:= For \int col = 1, col \le n, col++,
        (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
        (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.*)
       For [row = 1, row \leq n, row++,
         If[row # col, A[row]] = A[row] - A[row, col] * A[col]]]
       Print[A // MatrixForm]
                  0 2 -6
        0 -1 5.6 -9.45 26.89
       0 3.56 -2.34 -2 8
       0 -0.89 0 3.14 5
        1 0 11.2 -16.9 47.78
        0 1 -5.6 9.45 -26.89
        0. 0. 17.596 -35.642 103.728
       0. 0. -4.984 11.5505 -18.9321
        1. 0. 0. 5.78643 -18.244
        0. 1. 0. -1.89321 6.12199
       0. 0. 1. -2.02557 5.895
       0. 0. 0. 1.45504 10.4486
        1. 0. 0. 0. -59.7961
       0. 1. 0. 0. 19.7171
0. 0. 1. 0. 20.4406
        0. 0. 0. 1. 7.18096
```

# 3. Намиране на детерминантата

```
In[\bullet]:= A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & -6 \\ 3 & 5 & 5.6 & -3.45 & 8.89 \\ 2 & 7.56 & -2.34 & 2 & -4 \\ 0 & -0.89 & 0 & 3.14 & 5 \end{pmatrix};
In[@]:= n = Length[A];
In[*]:= deter = 1;
```

```
In[\circ]:= For \int col = 1, col \le n, col++,
       deter = deter * A[[col, col]];
       (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
      A[col] = -
                A[col, col]
       (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
         от стълба.*)
      For [row = 1, row \leq n, row++,
       If[row # col, A[row] = A[row] - A[row, col] * A[col]]
      ];
      Print[A // MatrixForm]
       0 -1 5.6 -9.45 26.89
       0 3.56 -2.34 -2 8
      0 -0.89 0
                     3.14
       1 0 11.2
                     -16.9
                             47.78
       0 \quad 1 \quad -5.6
                     9.45
                             -26.89
       0. 0. 17.596 -35.642 103.728
       0. 0. -4.984 11.5505 -18.9321
       1. 0. 0. 5.78643 -18.244
       0. 1. 0. -1.89321 6.12199
       0. 0. 1. -2.02557 5.895
       0. 0. 0. 1.45504 10.4486
       1. 0. 0. 0. -59.7961
       0. 1. 0. 0. 19.7171
       0. 0. 1. 0. 20.4406
      0. 0. 0. 1. 7.18096
In[@]:= Print["Детерминантата на матрицата е ", deter]
```

### 4. Намиране на обратната матрица

```
3 5 5.6 -3.45 8.89 0 1 0 0 | ;
2 7.56 -2.34 2 -4 0 0 1 0 | ;
In[*]:= n = Length[A];
In[*]:= deter = 1;
```

Детерминантата на матрицата е -25.6029

```
In[a]:= For \int col = 1, col \le n, col++,
      deter = deter * A[[col, col]];
       (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
      A[col] = -
                A[col, col]
       (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
         от стълба.*)
      For [row = 1, row \leq n, row ++,
       If[row # col, A[row] = A[row] - A[row, col] * A[col]]
      ];
      Print[A // MatrixForm]
                      2 -6 1 0 0 0
               5.6 -9.45 26.89 -3 1 0 0
        -1
      0 3.56 -2.34 -2
                          8 -2 0 1 0
               0
      0 - 0.89
                     3.14
       1 0 11.2
                    -16.9
                            47.78
            -5.6
                     9.45
                            -26.89
      0. 0. 17.596 -35.642 103.728 -12.68 3.56 1. 0.
       0. 0. -4.984 11.5505 -18.9321 2.67 -0.89 0. 1.
      1. 0. 0. 5.78643 -18.244 3.07093 -0.26597 -0.636508 0.
      0. 1. 0. -1.89321 6.12199 -1.03546 0.132985 0.318254 0.
      0. 0. 1. -2.02557 5.895 -0.720618 0.202319 0.0568311 0.
      0. 0. 0. 1.45504 10.4486 -0.921562 0.118356 0.283246 1.
      1. 0. 0. 0. -59.7961 6.73581 -0.736652 -1.76293 -3.97682
      0. 1. 0. 0. 19.7171 -2.23455 0.286983 0.686798 1.30114
      0. 0. 1. 0. 20.4406 -2.00353 0.367084 0.451141 1.39211
      0. 0. 0. 1. 7.18096 -0.633359 0.0813424 0.194666 0.687267
```

# Задача 2:

Дадена е система линейни алгебрични уравнения:

$$x_1 + 2 x_2 - x_4 = 0$$

$$-3.12 x_1 + 5.76 x_2 - 21 x_3 = -0.9$$

$$89 x_1 + 7.87 x_3 = 90$$

$$-9.8 x_2 + 34 x_4 = -0.34$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -3.12 & 5.76 & -21 & 0 \\ 89 & 0 & 7.87 & 0 \\ 0 & -9.8 & 0 & 34 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.9 \\ 90 \\ -0.34 \end{pmatrix}$$

- 1. Да се реши по метода на Гаус-Жордан.
- 2. В процеса на решаване да се пресметне детерминантата на матрицата А.
- 3. По метода на Гаус-Жордан да се намери обратната матрица на А.

#### Въвеждаме разширената матрица:

$$ln[\cdot] := A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ -3.12 & 5.76 & -21 & 0 & -0.9 \\ 89 & 0 & 7.87 & 0 & 90 \\ 0 & -9.8 & 0 & 34 & -0.34 \end{pmatrix}$$

$$Out[\cdot] = \{ \{1, 2, 0, -1, 0\}, \{-3.12, 5.76, -21, 0, -0.9\}, \{89, 0, 7.87, 0, 90\}, \{0, -9.8, 0, 34, -0.34\} \}$$

#### 1. Постъпково прилагане на метода на Гаус-Жордан

Броят на стъпките е равен на броя на стълбовете на основната матрица

Първа стъпка - целта е в A да се получи първи стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{11} = 1$ .

$$In[o]:= A[1] = \frac{A[1]}{A[1, 1]}$$

$$Out[o]= \{1, 2, 0, -1, 0\}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме втория ред

Променяме третия ред

$$In[e]:= A[3] = A[3] - A[3, 1] * A[1]$$
Out[e]=
 $\{0, -178, 7.87, 89, 90\}$ 

Променяме четвъртия ред

$$ln[*]:= A[4] = A[4] - A[4, 1] * A[1]$$
Out[\*]=
 $\{0, -9.8, 0, 34, -0.34\}$ 

In[\*]:= A // MatrixForm

Out[@]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0. & 12. & -21. & -3.12 & -0.9 \\ 0 & -178 & 7.87 & 89 & 90 \\ 0 & -9.8 & 0 & 34 & -0.34 \end{pmatrix}$$

Втора стъпка - целта е в А да се получи втори стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{22} = 1$ .

$$In[*]:= A[2] = \frac{A[2]}{A[2, 2]}$$

$$Out[*]= \{0., 1., -1.75, -0.26, -0.075\}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

Променяме третия ред

Променяме четвъртия ред

In[\*]:= A // MatrixForm

Out[
$$\bullet$$
]//MatrixForm= (1. 0.

Трета стъпка - целта е в А да се получи трети стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{33} = 1$ .

Променяме третия ред

$$In[\circ]:= A[3] = \frac{A[3]}{A[3, 3]}$$

$$Out[\circ]:= \{0., 0., 1., -0.140698, -0.252445\}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

Променяме четвъртия ред

In[@]:= A // MatrixForm

Out[]//MatrixForm=

Четвърта стъпка - целта е в А да се получи четвърти стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{44} = 1$ .

Променяме четвъртия ред

$$In[*]:= A[4] = \frac{A[4]}{A[4, 4]}$$

$$Out[*]= \{0., 0., 0., 1., -0.186109\}$$

#### Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

$$ln[*] := A[1] = A[1] - A[1, 4] * A[4]$$
 Out[\*] = 
$$\{1., 0., 0., 1.73472 \times 10^{-18}, 1.03587 \}$$

Променяме втория ред

$$In[\circ]:= A[2] = A[2] - A[2, 4] * A[4]$$

$$Out[\circ]:= \{0., 1., 0., -1.11022 \times 10^{-16}, -0.610992\}$$

Променяме третия ред

$$In[*]:= A[3] = A[3] - A[3, 4] * A[4]$$

$$Out[*]:= \{0., 0., 1., -2.77556 \times 10^{-17}, -0.278631\}$$

In[\*]:= A // MatrixForm

Out[•]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1. & 0. & 0. & 1.73472 \times 10^{-18} & 1.03587 \\ 0. & 1. & 0. & -1.11022 \times 10^{-16} & -0.610992 \\ 0. & 0. & 1. & -2.77556 \times 10^{-17} & -0.278631 \\ 0. & 0. & 0. & 1. & -0.186109 \end{pmatrix}$$

Извод:  $x_1 = 1.03$ ,  $x_2 = -0.61$ ,  $x_3 = -0.27$ ,  $x_4 = -0.18$ 

#### 2. Съставяне на програмен код

#### Решаване на СЛАУ

$$In[*]:= A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ -3.12 & 5.76 & -21 & 0 & -0.9 \\ 89 & 0 & 7.87 & 0 & 90 \\ 0 & -9.8 & 0 & 34 & -0.34 \end{pmatrix};$$

```
In[*]:= For col = 1, col \le n, col++,
       (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
      A[[col]] = \frac{A[[col]]}{A[[col, col]]}
       (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.*)
       For [row = 1, row \leq n, row ++,
        If[row # col, A[row]] = A[row] - A[row, col] * A[col]]]
       ];
       Print[A // MatrixForm]
       1 2 0 -1 0
       0. 12. -21. -3.12 -0.9
       0 -178 7.87 89 90
      0 -9.8 0 34 -0.34
       1. 0. 3.5 -0.48 0.15
       0. 1. -1.75 -0.26 -0.075
       0. 0. -303.63 42.72 76.65
      0. 0. -17.15 31.452 -1.075
       1. 0. 0. 0.0124415 1.03356
       0. 1. 0. -0.506221 -0.516779
       0. 0. 1. -0.140698 -0.252445
       0. 0. 0. 29.039
                          -5.40444
       1. 0. 0. 1.73472 \times 10^{-18} 1.03587
       0. 1. 0. -1.11022 \times 10^{-16} -0.610992
       0. 0. 1. -2.77556 \times 10^{-17} -0.278631
       0. 0. 0.
                      1.
                             -0.186109
```

### 3. Намиране на детерминантата

```
In\{*\}:= A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ -3.12 & 5.76 & -21 & 0 & -0.9 \\ 89 & 0 & 7.87 & 0 & 90 \\ 0 & -9.8 & 0 & 34 & -0.34 \end{pmatrix};
In[*]:= n = Length[A];
In[*]:= deter = 1;
```

```
In[*]:= For col = 1, col \le n, col++,
      deter = deter * A[[col, col]];
       (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
      A[col] = -
                A[col, col]
       (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
         от стълба.*)
      For [row = 1, row \leq n, row++,
       If[row # col, A[row] = A[row] - A[row, col] * A[col]]
      ];
      Print[A // MatrixForm]
       0. 12. -21. -3.12 -0.9
       0 -178 7.87 89 90
      0 -9.8 0 34 -0.34
      1. 0. 3.5 -0.48 0.15
       0. 1. -1.75 -0.26 -0.075
       0. 0. -303.63 42.72 76.65
       0. 0. -17.15 31.452 -1.075
       1. 0. 0. 0.0124415 1.03356
       0. 1. 0. -0.506221 -0.516779
      0. 0. 1. -0.140698 -0.252445
      0. 0. 0. 29.039 -5.40444
      1. 0. 0. 1.73472 \times 10^{-18} 1.03587
       0. 1. 0. -1.11022 \times 10^{-16} -0.610992
      0. 0. 1. -2.77556 \times 10^{-17} -0.278631
      0. 0. 0.
In[@]:= Print["Детерминантата на матрицата е ", deter]
```

# 4. Намиране на обратната матрица

```
In[*]:= A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3.12 & 5.76 & -21 & 0 & -0.9 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 89 & 0 & 7.87 & 0 & 90 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -9.8 & 0 & 34 & -0.34 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};
//n[*]:= n = Length[A];
In[*]:= deter = 1;
```

Детерминантата на матрицата е -105805.

```
In[a]:= For \int col = 1, col \le n, col++,
       deter = deter * A[[col, col]];
       (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
       A[[col]] = -
                 A[col, col]
       (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
         от стълба.*)
       For [row = 1, row \leq n, row++,
        If[row # col, A[row] = A[row] - A[row, col] * A[col]]
       ];
       Print[A // MatrixForm]
                             0
                                1 0 0 0
       0. 12. -21. -3.12 -0.9 3.12 1. 0. 0.
       0 -178 7.87 89
                           90 -89 0 1 0
      0 -9.8 0
                      34 -0.34 0
                                      0 0 1
       1. 0.
               3.5
                     -0.48 0.15
                                     0.48 -0.166667 0. 0.
       0. 1. -1.75 -0.26 -0.075 0.26 0.0833333 0. 0.
       0. 0. -303.63 42.72 76.65 -42.72 14.8333 1. 0.
       0. 0. -17.15 31.452 -1.075 2.548 0.816667 0. 1.
       1. 0. 0. 0.0124415 1.03356 -0.0124415 0.00431995 0.0115272 0.
       0. \ 1. \ 0. \ -0.506221 \ -0.516779 \ 0.506221 \ -0.00215998 \ -0.00576359 \ 0.
       0. 0. 1. -0.140698 -0.252445 0.140698 -0.0488533 -0.00329348 0.
       0. 0. 0. 29.039 -5.40444 4.96096 -0.0211678 -0.0564832 1.
       1. 0. 0. 1.73472 \times 10^{-18} 1.03587 -0.0145669 0.00432902
                                                                  0.0115514 -0.000428439
       0. 1. 0. -1.11022 \times 10^{-16} -0.610992 0.592702 -0.00252898 -0.00674823 0.0174324
       0. \ \ 0. \ \ 1. \ \ -2.77556 \times 10^{-17} \ \ \ -0.278631 \quad \  0.164734 \qquad -0.0489559 \quad -0.00356715 \quad \  0.00484512
       0. 0. 0.
                      1.
                              -0.186109 0.170838 -0.000728941 -0.00194508 0.0344364
```