

Задача 2

Метод на Гаус - Жордан

Въвеждаме разширената матрица :

```
In[*]:= A =  $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 6 \\ 0 & 4 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ 
```

```
Out[*]=
```

```
{ {2, 6, 2, 6}, {0, 4, 5, 2}, {3, 2, 1, 5} }
```

1. Постъпково прилагане на метода на Гаус - Жордан

Броят на стъпките е равен на броя на стълбовете на основната матрица

```
In[*]:= Length[A]
```

```
Out[*]=
```

```
3
```

Първа стъпка - целта е в A да се получи първи стълб като на единичната матрица .

Първи етап –

получаваме единица на мястото на главния елемент $a_{11} = 1$.

```
In[*]:= A[[1]] =  $\frac{A[[1]]}{A[[1, 1]]}$ 
```

```
Out[*]=
```

```
{1, 3, 1, 3}
```

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба .

Променяме втория ред

```
In[*]:= A[[2]] = A[[2]] - A[[2, 1]] * A[[1]]
```

```
Out[*]=
```

```
{0, 4, 5, 2}
```

Променяме третия ред

```
In[*]:= A[[3]] = A[[3]] - A[[3, 1]] * A[[1]]
Out[*]=
```

$$\{0, -7, -2, -4\}$$

```
In[*]:= A // MatrixForm
Out[*]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & -7 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

Втора стъпка - целта е в A да се получи втори стълб като на единичната матрица .

Първи етап – получаваме единица на мястото на главния елемент $a_{22} = 1$.

Set: Tag Plus in етап Първи – на² главния единица елемент мястото получаваме a_{22} is Protected. [i](#)

```
Out[*]=
```

$$1.$$

```
In[*]:= A[[2]] =  $\frac{A[[2]]}{A[[2, 2]]}$ 
Out[*]=
```

$$\left\{0, 1, \frac{5}{4}, \frac{1}{2}\right\}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба .

Променяме първия ред

```
In[*]:= A[[1]] = A[[1]] - A[[1, 2]] * A[[2]]
Out[*]=
```

$$\left\{1, 0, -\frac{11}{4}, \frac{3}{2}\right\}$$

Променяме третия ред

```
In[*]:= A[[3]] = A[[3]] - A[[3, 2]] * A[[2]]
Out[*]=
```

$$\left\{0, 0, \frac{27}{4}, -\frac{1}{2}\right\}$$

```
In[*]:= A // MatrixForm
```

```
Out[*]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{5}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{27}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Трета стъпка - целта е в А да се получи трети стълб като на единичната матрица .

Първи етап –

получаваме единица на мястото на главния елемент $a_{33} = 1$.

Променяме третия ред

```
In[*]:= A[[3]] = A[[3]] / A[[3, 3]]
```

```
Out[*]=
```

$$\left\{ 0, 0, 1, -\frac{2}{27} \right\}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба .

Променяме първия ред

```
In[*]:= A[[1]] = A[[1]] - A[[1, 3]] * A[[3]]
```

```
Out[*]=
```

$$\left\{ 1, 0, 0, \frac{35}{27} \right\}$$

Променяме втория ред

```
In[*]:= A[[2]] = A[[2]] - A[[2, 3]] * A[[3]]
```

```
Out[*]=
```

$$\left\{ 0, 1, 0, \frac{16}{27} \right\}$$

```
In[*]:= A // MatrixForm
```

```
Out[*]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{35}{27} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{16}{27} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{27} \end{pmatrix}$$

Извод : $x_1 = , \frac{125}{48} x_2 = \frac{5}{24} , x_3 = -\frac{11}{48}$

Съставяне на програмен код

Решаване на СЛАУ

```

In[*]:= A =  $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 6 \\ 0 & 4 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ ;
n = Length[A];

In[*]:= For[ col = 1, col ≤ n, col++,
  (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
  A[[col]] =  $\frac{A[[col]]}{A[[col, col]]}$ ;
  (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.*)
  For[ row = 1, row ≤ n, row++,
    If[ row ≠ col, A[[row]] = A[[row]] - A[[row, col]] * A[[col]] ]
  ];
  Print[A // MatrixForm]
]

```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & -7 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{5}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{27}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{35}{27} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{16}{27} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{27} \end{pmatrix}$$

Намиране на детерминантата

```

In[*]:= A =  $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 6 \\ 0 & 4 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ ;
n = Length[A];
deter = 1;
For[col = 1, col ≤ n, col++,
  deter = deter * A[[col, col]];
  (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
  A[[col]] =  $\frac{A[[col]]}{A[[col, col]]}$ ;
  (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
  от стълба.*)
  For[row = 1, row ≤ n, row++,
    If[row ≠ col, A[[row]] = A[[row]] - A[[row, col]] * A[[col]]];
  ];
Print[A // MatrixForm]

```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & -7 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{5}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{27}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{35}{27} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{16}{27} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{27} \end{pmatrix}$$

Намиране на обратната матрица

```

In[*]:= A = A =  $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;
n = Length[A];
deter = 1;

```

```

In[*]:= For[ col = 1, col ≤ n, col++,
  deter = deter * A[[col, col]];
  (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
  A[[col]] =  $\frac{A[[col]]}{A[[col, col]]}$ ;
  (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
  от стълба.*)
  For[ row = 1, row ≤ n, row++,
    If[ row ≠ col, A[[row]] = A[[row]] - A[[row, col]] * A[[col]]
  ];
  Print[A // MatrixForm]
]

```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & -2 & -4 & -\frac{3}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{4} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{27}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{7}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{35}{27} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{27} & \frac{11}{27} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{16}{27} & \frac{5}{18} & -\frac{2}{27} & -\frac{5}{27} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{27} & -\frac{2}{9} & \frac{7}{27} & \frac{4}{27} \end{pmatrix}$$

Извод : Обратната матрица е $\begin{pmatrix} -\frac{1}{8} & -\frac{1}{48} & \frac{5}{12} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{24} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{8} & \frac{7}{48} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}$