Метод на хордите

<u>Задача:</u> Дадено ни е уравнението:

$x^4 - 12\,x^3 + 77\,\sin x - 32 = 0$

1. Да се визуализира функцията
2. Да се определи броя на корените
3. Да се локализира един от тях
4. Да се уточни локализирания корен **по метода на хордите - проверка на условията на метода, избор на начално приближение и постоянна точка, итерациите**
5. Оценка на грешката
6. Колко итерации биха били необходими за достигане на точност 0.0001 **по метода на разполовяването** за избрания по време на локализацията интервал?
7. Да се направи сравнение на ефективността на **метода на хордите** и **метода на разполовяването**

In[1]:=
```
f[x_] := x^4 - 12 x^3 + 77 Sin[x] - 32
```

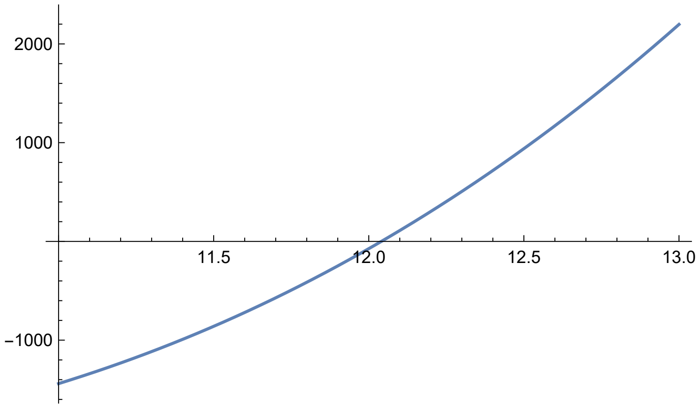
1. Да се визуализира функцията

2. Да се определи броя на корените

3. Да се локализира един от тях

In[7]:=
```
Plot[f[x], {x, 11, 13}]
```

Out[7]=



In[8]:=
```
f[11.]
```

Out[8]= −1440.

In[9]:=
```
f[13.]
```

Out[9]= 2197.35

<u>Извод:</u>

(1) Функцията f(x) е непрекъсната, защото е сума от непрекъснати функции (полином и синус)

(2) f(11) = -1440 < 0

f(13) = 2197.35.... > 0

Функцията има различни знаци в двата края на разглеждания интервал [11; 13].

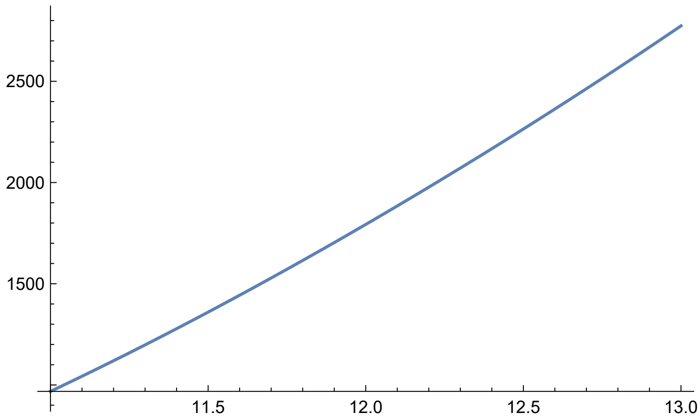
Следователно от (1) и (2) следва, че в интервала [11; 13] функцията има поне един корен.

4. Да се уточни локализирания корен по **метода на хордите**

проверка на условията на метода

Проверка знака на първата производна

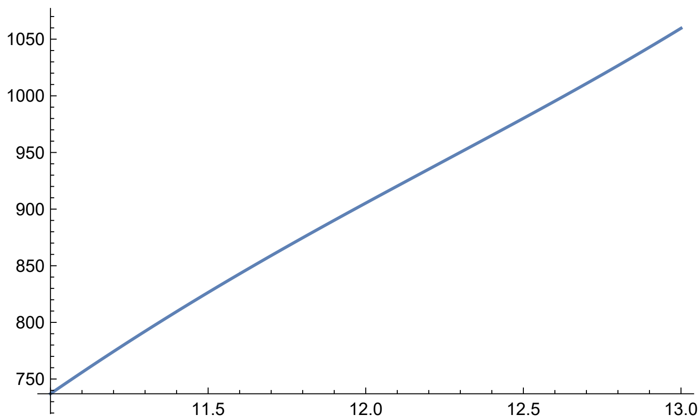
In[10]:=
```
Plot[f'[x], {x, 11, 13}]
```
Out[10]=



Извод: (1) Геометрично виждаме, че стойностите на първата производна в разглеждания интервал [11; 13] са между 1000 и 3000. Следователно f'(x) > 0 за x в интервала [11; 13] .

Проверка знака на втората производна

In[11]:=
```
Plot[f''[x], {x, 11, 13}]
```
Out[11]=



Извод: (2) Геометрично виждаме, че стойностите на втората производна в разглеждания интервал [11; 13] са между 700 и 1100. Следователно f’’(x) > 0 за x в интервала [11; 13] .

Следователно от (1) и (2) имаме изпълнение на условието за сходимост, че двете производни имат постоянен знак в разглеждания интервал [11; 13].

избор на начално приближение и постоянна точка

според формулата от файла или условието на дъската

In[20]:=
```
x0 = 11.
p = 13
```

Out[20]=
```
11.
```

Out[21]=
```
13
```

итерациите

In[22]:=
```
For[n = 1, n ≤ 10, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " x_n = ", x1];
 x0 = x1
]
```

n = 1 x_n = 11.7918

n = 2 x_n = 11.9885

n = 3 x_n = 12.0299

n = 4 x_n = 12.0384

n = 5 x_n = 12.04

n = 6 x_n = 12.0404

n = 7 x_n = 12.0405

n = 8 x_n = 12.0405

n = 9 x_n = 12.0405

n = 10 x_n = 12.0405

In[34]:=
```
f[x_] := x^4 - 12 x^3 + 77 Sin[x] - 32
a = 11.; b = 13;
x0 = a;
p = b;
For[n = 1, n ≤ 10, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " x_n = ", SetPrecision[x1, 15]];
 x0 = x1
]
```

n = 1 x_n = 11.7917843548004

n = 2 x_n = 11.9884641553263

n = 3 x_n = 12.0299355504413

n = 4 x_n = 12.0383539848953

n = 5 x_n = 12.0400494736915

n = 6 x_n = 12.0403904051498

n = 7 x_n = 12.0404589382026

n = 8 x_n = 12.0404727136307

n = 9 x_n = 12.0404754825131

n = 10 x_n = 12.0404760390613

In[45]:= **f[11.]**

Out[45]=

-1440.

In[46]:= $11 - \frac{1440}{1440 + 2197.35286183} * (11 - 13)$

Out[46]=

11.7918

определяне на постояннните величини

In[32]:= **f[p]**

Out[32]=

2165 + 77 Sin[13]

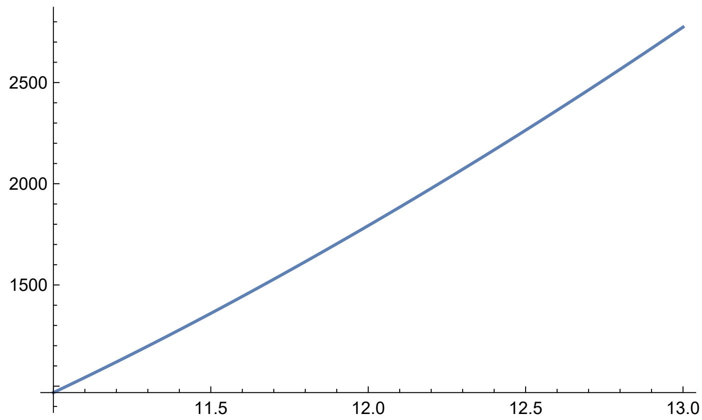
In[33]:= **f[13.]**

Out[33]=

2197.35

In[39]:= **Plot[Abs[f'[x]], {x, 11, 13}]**

Out[39]=



Извод: Максимума на абсолютната стойност на първата производна се достига в десния край, а минимума - в левия.

In[41]:=
```
M1 = Abs[f'[13.]]
```
Out[41]=
```
2773.87
```

In[42]:=
```
m1 = Abs[f'[11.]]
```
Out[42]=
```
968.341
```

In[44]:=
$$R = \frac{M1 - m1}{m1}$$
Out[44]=
```
1.86456
```

окончателен код

In[47]:=
```
f[x_] := x^4 - 12 x^3 + 77 Sin[x] - 32
a = 11.; b = 13;
x0 = a;
p = b;
M1 = Abs[f'[13.]]; m1 = Abs[f'[11.]]; R = (M1 - m1)/m1;
For[n = 1, n ≤ 10, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " xn = ", SetPrecision[x1, 15],
  " f(xn) = ", f[x1], " εn = ", eps = R * Abs[x1 - x0]];
 x0 = x1
]
```

n = 1 x_n = 11.7917843548004 f(x_n) = -427.246 ε_n = 1.47633

n = 2 x_n = 11.9884641553263 f(x_n) = -93.9394 ε_n = 0.366722

n = 3 x_n = 12.0299355504413 f(x_n) = -19.2361 ε_n = 0.077326

n = 4 x_n = 12.0383539848953 f(x_n) = -3.88102 ε_n = 0.0156967

n = 5 x_n = 12.0400494736915 f(x_n) = -0.780679 ε_n = 0.00316135

n = 6 x_n = 12.0403904051498 f(x_n) = -0.156941 ε_n = 0.000635688

n = 7 x_n = 12.0404589382026 f(x_n) = -0.0315462 ε_n = 0.000127784

n = 8 x_n = 12.0404727136307 f(x_n) = -0.00634086 ε_n = 0.0000256852

n = 9 x_n = 12.0404754825131 f(x_n) = -0.00127452 ε_n = 5.16276×10^{-6}

n = 10 x_n = 12.0404760390613 f(x_n) = -0.00025618 ε_n = 1.03772×10^{-6}

със стоп-критерий при достигане на предварително зададена точност

In[61]:=
```
f[x_] := x^4 - 12 x^3 + 77 Sin[x] - 32
a = 11.; b = 13;
x0 = a;
p = b;
M1 = Abs[f'[13.]]; m1 = Abs[f'[11.]]; R = (M1 - m1)/m1;
epszad = 0.0001;
eps = 1;
Print["n = ", 0, " x_n = ", SetPrecision[x0, 15], " f(x_n) = ", f[x0]];
For[n = 1, eps > epszad, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " x_n = ", SetPrecision[x1, 15],
  " f(x_n) = ", f[x1], " ε_n = ", eps = R * Abs[x1 - x0]];
 x0 = x1
]
```

```
n = 0 x_n = 11.0000000000000 f(x_n) = -1440.
n = 1 x_n = 11.7917843548004 f(x_n) = -427.246 ε_n = 1.47633
n = 2 x_n = 11.9884641553263 f(x_n) = -93.9394 ε_n = 0.366722
n = 3 x_n = 12.0299355504413 f(x_n) = -19.2361 ε_n = 0.077326
n = 4 x_n = 12.0383539848953 f(x_n) = -3.88102 ε_n = 0.0156967
n = 5 x_n = 12.0400494736915 f(x_n) = -0.780679 ε_n = 0.00316135
n = 6 x_n = 12.0403904051498 f(x_n) = -0.156941 ε_n = 0.000635688
n = 7 x_n = 12.0404589382026 f(x_n) = -0.0315462 ε_n = 0.000127784
n = 8 x_n = 12.0404727136307 f(x_n) = -0.00634086 ε_n = 0.0000256852
```

по разполовяване

In[70]:=
```
Log2[(13 - 11)/0.0001] - 1
```

Out[70]=
```
13.2877
```

Извод: За достигане на същата точност са необходими 14 итерации. А с метод на хордите - 8 итерации. **Следователно методът на хордите е по-ефективен.**