

Методи на Рунге-Кута за решаване задача на Коши с начално условие

Задача 3 а) от файла

$$y' = \frac{y}{x} + 1, x \in [1, 2]$$

$$y(1) = 0$$

РК32 - Формула (1,1)

```

In[85]:= (*въвеждаме условието на задачата*)
a = 1.; b = 2;
x = a;
y = 0.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] :=  $\frac{y}{x} + 1$ 
(*точно решение*)
yt[x_] := x Log[x]
(*съставяме мрежата*)
n = 4; h =  $\frac{b-a}{n}$ ;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h3]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h2]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x + h, y + k1];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ",
    k2, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y +  $\frac{1}{2}$  (k1 + k2);
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, 1, 2}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```

Мрежата е с $n = 4$ и стъпка $h = 0.25$

Теоретичната локална грешка е 0.015625

Теоретичната глобална грешка е 0.0625

$i = 0$ $x_i = 1$. $y_i = 0$. $k_1 = 0.25$ $k_2 = 0.3$ $y_{\text{точно}} = 0$. истинска грешка = 0 .

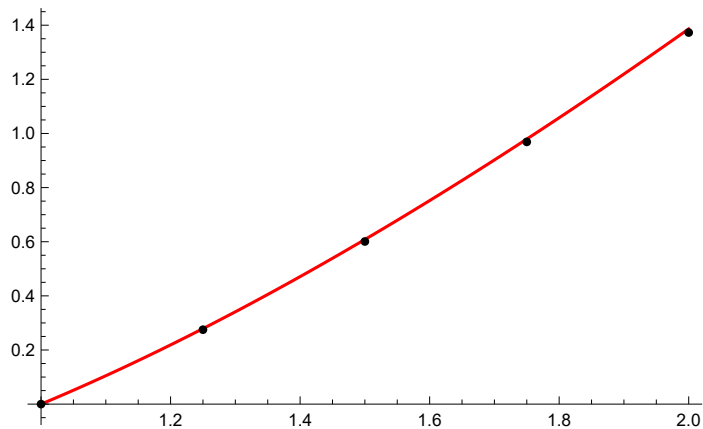
$i = 1$ $x_i = 1.25$ $y_i = 0.275$ $k_1 = 0.305$ $k_2 = 0.346667$ $y_{\text{точно}} = 0.278929$ истинска грешка = 0.00392944

$i = 2$ $x_i = 1.5$ $y_i = 0.600833$ $k_1 = 0.350139$ $k_2 = 0.385853$ $y_{\text{точно}} = 0.608198$ истинска грешка = 0.00736433

$i = 3$ $x_i = 1.75$ $y_i = 0.968829$ $k_1 = 0.388404$ $k_2 = 0.419654$ $y_{\text{точно}} = 0.979328$ истинска грешка = 0.0104983

$i = 4$ $x_i = 2$. $y_i = 1.37286$ $k_1 = 0.421607$ $k_2 = 0.449385$ $y_{\text{точно}} = 1.38629$ истинска грешка = 0.0134358

Out[98]=



РК32 - Формула (1/2,1/2) - модифициран метод на Ойлер

```

In[99]:= (*въвеждаме условието на задачата*)
a = 1.; b = 2;
x = a;
y = 0.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] :=  $\frac{y}{x} + 1$ 
(*точно решение*)
yt[x_] := x Log[x]
(*съставяме мрежата*)
n = 4; h =  $\frac{b-a}{n}$ ;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h3]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h2]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x +  $\frac{h}{2}$ , y +  $\frac{k1}{2}$ ];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ",
    k2, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y + k2;
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, 1, 2}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```

Мрежата е с $n = 4$ и стъпка $h = 0.25$

Теоретичната локална грешка е 0.015625

Теоретичната глобална грешка е 0.0625

$i = 0$ $x_i = 1$. $y_i = 0$. $k_1 = 0.25$ $k_2 = 0.277778$ $y_{\text{точно}} = 0$. истинска грешка = 0 .

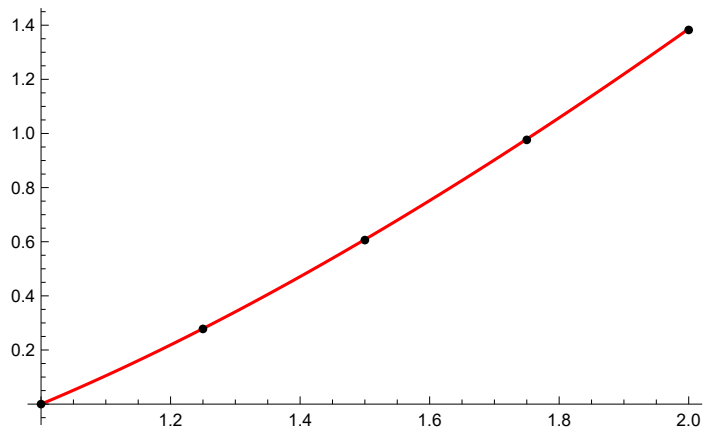
$i = 1$ $x_i = 1.25$ $y_i = 0.277778$ $k_1 = 0.305556$
 $k_2 = 0.328283$ $y_{\text{точно}} = 0.278929$ истинска грешка = 0.00115166

$i = 2$ $x_i = 1.5$ $y_i = 0.606061$ $k_1 = 0.35101$ $k_2 =$
 0.370241 $y_{\text{точно}} = 0.608198$ истинска грешка = 0.00213706

$i = 3$ $x_i = 1.75$ $y_i = 0.976301$ $k_1 = 0.389472$
 $k_2 = 0.406138$ $y_{\text{точно}} = 0.979328$ истинска грешка = 0.00302615

$i = 4$ $x_i = 2$. $y_i = 1.38244$ $k_1 = 0.422805$ $k_2 =$
 0.437511 $y_{\text{точно}} = 1.38629$ истинска грешка = 0.00385458

Out[112]=



РК32 - Формула (2/3,2/3)

In[113]:=

```

(*въвеждаме условието на задачата*)
a = 1.; b = 2;
x = a;
y = 0.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] :=  $\frac{y}{x} + 1$ 
(*точно решение*)
yt[x_] := x Log[x]
(*съставяме мрежата*)
n = 4; h =  $\frac{b - a}{n}$ ;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ",  $h^3$ ]
Print["Теоретичната глобална грешка е ",  $h^2$ ]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x +  $\frac{2}{3}$  h, y +  $\frac{2}{3}$  k1];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ",
    k2, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y +  $\frac{1}{4}$  k1 +  $\frac{3}{4}$  k2;
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, 1, 2}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```

Мрежата е с $n = 4$ и стъпка $h = 0.25$

Теоретичната локална грешка е 0.015625

Теоретичната глобална грешка е 0.0625

$i = 0$ $x_i = 1$. $y_i = 0$. $k_1 = 0.25$ $k_2 = 0.285714$ $y_{\text{точно}} = 0$. истинска грешка = 0 .

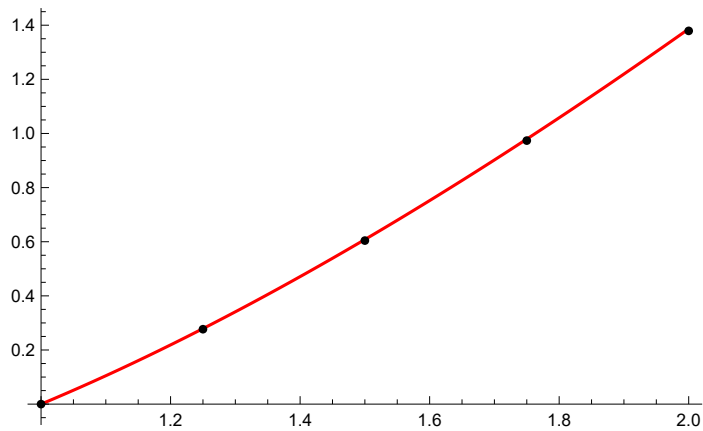
$i = 1$ $x_i = 1.25$ $y_i = 0.276786$ $k_1 = 0.305357$
 $k_2 = 0.334769$ $y_{\text{точно}} = 0.278929$ истинска грешка = 0.00214372

$i = 2$ $x_i = 1.5$ $y_i = 0.604202$ $k_1 = 0.3507$
 $k_2 = 0.3757$ $y_{\text{точно}} = 0.608198$ истинска грешка = 0.00399598

$i = 3$ $x_i = 1.75$ $y_i = 0.973652$ $k_1 = 0.389093$
 $k_2 = 0.410832$ $y_{\text{точно}} = 0.979328$ истинска грешка = 0.00567567

$i = 4$ $x_i = 2$. $y_i = 1.37905$ $k_1 = 0.422381$ $k_2 =$
 0.441612 $y_{\text{точно}} = 1.38629$ истинска грешка = 0.00724492

Out[126]=



PK54

In[127]:=

```

(*въвеждаме условието на задачата*)
a = 1.; b = 2;
x = a;
y = 0.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] :=  $\frac{y}{x} + 1$ 
(*точно решение*)
yt[x_] := x Log[x]
(*съставяме мрежата*)
n = 4; h =  $\frac{b-a}{n}$ ;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h5]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h4]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k1];
  k3 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k2];
  k4 = h * f[x + h, y + k3];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ", k2, " k3 = ", k3,
    " k4 = ", k4, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y +  $\frac{1}{6}$  (k1 + 2 k2 + 2 k3 + k4);
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, 1, 2}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```


Мрежата е с $n = 4$ и стъпка $h = 0.25$

Теоретичната локална грешка е 0.000976563

Теоретичната глобална грешка е 0.00390625

$i = 0$ $x_i = 1.$ $y_i = 0.$ $k_1 = 0.25$ $k_2 = 0.277778$

$k_3 = 0.280864$ $k_4 = 0.306173$ $y_{\text{точно}} = 0.$ истинска грешка = $0.$

$i = 1$ $x_i = 1.25$ $y_i = 0.278909$ $k_1 = 0.305782$ $k_2 = 0.328509$ $k_3 =$

0.330575 $k_4 = 0.351581$ $y_{\text{точно}} = 0.278929$ истинска грешка = 0.0000199741

$i = 2$ $x_i = 1.5$ $y_i = 0.608165$ $k_1 = 0.351361$ $k_2 = 0.370592$ $k_3 =$

0.372071 $k_4 = 0.390034$ $y_{\text{точно}} = 0.608198$ истинска грешка = 0.0000329341

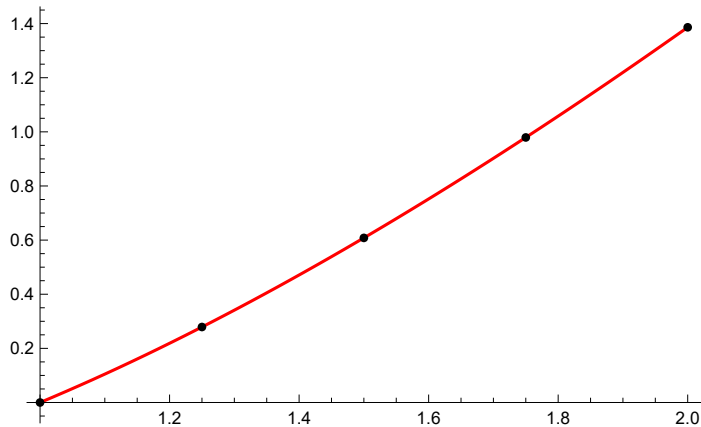
$i = 3$ $x_i = 1.75$ $y_i = 0.979285$ $k_1 = 0.389898$ $k_2 = 0.406564$ $k_3 =$

0.407676 $k_4 = 0.42337$ $y_{\text{точно}} = 0.979328$ истинска грешка = 0.0000430257

$i = 4$ $x_i = 2.$ $y_i = 1.38624$ $k_1 = 0.42328$ $k_2 = 0.437986$ $k_3 =$

0.438851 $k_4 = 0.452788$ $y_{\text{точно}} = 1.38629$ истинска грешка = 0.0000517723

Out[140]=



Задача подобна на а) от домашната

търсим точно частно решение:

In[141]:=

Clear[x, y]

DSolve[{y'[x] == y[x] - 5 Sin[x], y[3] == 7}, y[x], x]

Out[142]=

$$\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow \frac{14 e^x - 5 e^x \cos[3] + 5 e^3 \cos[x] - 5 e^x \sin[3] + 5 e^3 \sin[x]}{2 e^3} \right\} \right\}$$

РК32 - Формула (1,1)

In[157]:=

```

(*въвеждаме условието на задачата*)
a = 3.; b = 4;
x = a;
y = 7.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] := y - 5 Sin[x]
(*точно решение*)
yt[x_] := 
$$\frac{14 e^x - 5 e^x \cos[3] + 5 e^3 \cos[x] - 5 e^x \sin[3] + 5 e^3 \sin[x]}{2 e^3}$$

(*съставяме мрежата*)
n = 4; h = 
$$\frac{b - a}{n}$$
;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h3]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h2]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x + h, y + k1];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ",
    k2, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y + 
$$\frac{1}{2} (k1 + k2)$$
;
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, a, b}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```

Мрежата е с $n = 4$ и стъпка $h = 0.25$

Теоретичната локална грешка е 0.015625

Теоретичната глобална грешка е 0.0625

$i = 0$ $x_i = 3$. $y_i = 7$. $k_1 = 1.5736$ $k_2 = 2.27864$ $y_{\text{точно}} = 7$. истинска грешка = 0 .

$i = 1$ $x_i = 3.25$ $y_i = 8.92612$ $k_1 = 2.36677$

$k_2 = 3.2617$ $y_{\text{точно}} = 8.9573$ истинска грешка = 0.0311786

$i = 2$ $x_i = 3.5$ $y_i = 11.7404$ $k_1 = 3.37357$

$k_2 = 4.49293$ $y_{\text{точно}} = 11.8218$ истинска грешка = 0.0814737

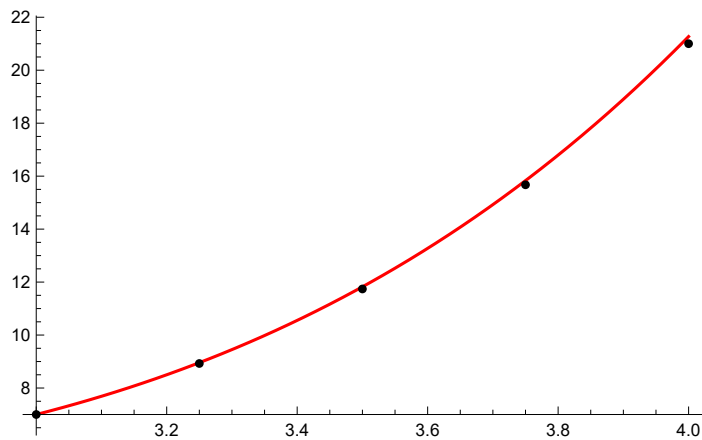
$i = 3$ $x_i = 3.75$ $y_i = 15.6736$ $k_1 = 4.63285$

$k_2 = 6.02262$ $y_{\text{точно}} = 15.8314$ истинска грешка = 0.157744

$i = 4$ $x_i = 4$. $y_i = 21.0013$ $k_1 = 6.19634$

$k_2 = 7.91816$ $y_{\text{точно}} = 21.2705$ истинска грешка = 0.269194

Out[170]=



РК32 - Формула (1/2,1/2) - модифициран метод на Ойлер

In[171]:=

```

(*въвеждаме условието на задачата*)
a = 3.; b = 4;
x = a;
y = 7.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] := y - 5 Sin[x]
(*точно решение*)
yt[x_] := 
$$\frac{14 e^x - 5 e^x \cos[3] + 5 e^3 \cos[x] - 5 e^x \sin[3] + 5 e^3 \sin[x]}{2 e^3}$$

(*съставяме мрежата*)
n = 4; h = 
$$\frac{b - a}{n}$$
;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h3]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h2]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x +  $\frac{h}{2}$ , y +  $\frac{k1}{2}$ ];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ",
    k2, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y + k2;
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, a, b}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```

Мрежата е с $n = 4$ и стъпка $h = 0.25$

Теоретичната локална грешка е 0.015625

Теоретичната глобална грешка е 0.0625

$i = 0$ $x_i = 3$. $y_i = 7$. $k_1 = 1.5736$ $k_2 = 1.92596$ $y_{\text{точно}} = 7$. истинска грешка = 0 .

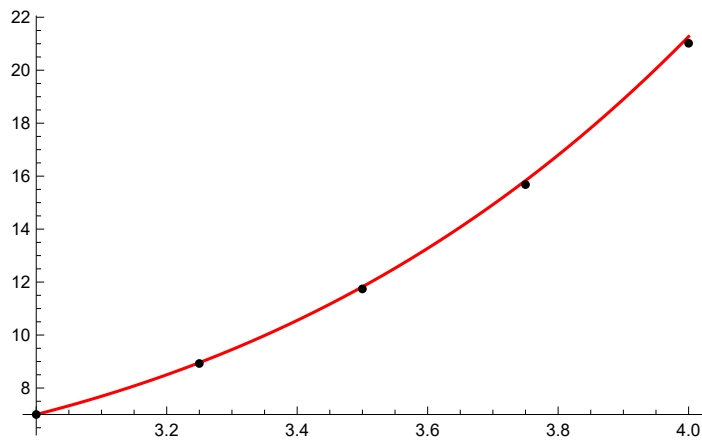
$i = 1$ $x_i = 3.25$ $y_i = 8.92596$ $k_1 = 2.36673$
 $k_2 = 2.81645$ $y_{\text{точно}} = 8.9573$ истинска грешка = 0.0313404

$i = 2$ $x_i = 3.5$ $y_i = 11.7424$ $k_1 = 3.37408$
 $k_2 = 3.93836$ $y_{\text{точно}} = 11.8218$ истинска грешка = 0.0794253

$i = 3$ $x_i = 3.75$ $y_i = 15.6808$ $k_1 = 4.63464$
 $k_2 = 5.33628$ $y_{\text{точно}} = 15.8314$ истинска грешка = 0.150586

$i = 4$ $x_i = 4$. $y_i = 21.017$ $k_1 = 6.20027$
 $k_2 = 7.06978$ $y_{\text{точно}} = 21.2705$ истинска грешка = 0.253495

Out[184]=



РК32 - Формула (2/3,2/3)

In[185]:=

```

(*въвеждаме условието на задачата*)
a = 3.; b = 4;
x = a;
y = 7.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] := y - 5 Sin[x]
(*точно решение*)
yt[x_] := 
$$\frac{14 e^x - 5 e^x \cos[3] + 5 e^3 \cos[x] - 5 e^x \sin[3] + 5 e^3 \sin[x]}{2 e^3}$$

(*съставяме мрежата*)
n = 4; h = 
$$\frac{b - a}{n}$$
;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h3]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h2]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x +  $\frac{2}{3}$  h, y +  $\frac{2}{3}$  k1];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ",
    k2, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y +  $\frac{1}{4}$  k1 +  $\frac{3}{4}$  k2;
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, a, b}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```

Мрежата е с $n = 4$ и стъпка $h = 0.25$

Теоретичната локална грешка е 0.015625

Теоретичната глобална грешка е 0.0625

$i = 0$ $x_i = 3$. $y_i = 7$. $k_1 = 1.5736$ $k_2 = 2.04361$ $y_{\text{точно}} = 7$. истинска грешка = 0 .

$i = 1$ $x_i = 3.25$ $y_i = 8.9261$ $k_1 = 2.36677$

$k_2 = 2.96551$ $y_{\text{точно}} = 8.9573$ истинска грешка = 0.0311961

$i = 2$ $x_i = 3.5$ $y_i = 11.7419$ $k_1 = 3.37396$

$k_2 = 4.12441$ $y_{\text{точно}} = 11.8218$ истинска грешка = 0.0799046

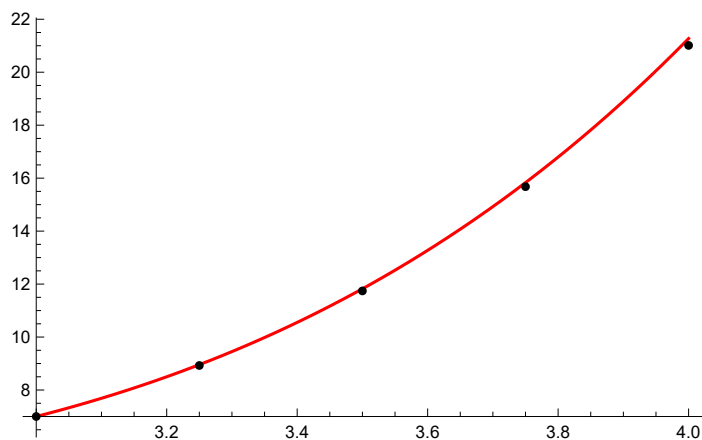
$i = 3$ $x_i = 3.75$ $y_i = 15.6787$ $k_1 = 4.63413$

$k_2 = 5.56675$ $y_{\text{точно}} = 15.8314$ истинска грешка = 0.152632

$i = 4$ $x_i = 4$. $y_i = 21.0123$ $k_1 = 6.19908$

$k_2 = 7.3547$ $y_{\text{точно}} = 21.2705$ истинска грешка = 0.258226

Out[198]=



PK54

In[199]:=

```

(*въвеждаме условието на задачата*)
a = 3.; b = 4;
x = a;
y = 7.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] := y - 5 Sin[x]
(*точно решение*)
yt[x_] := 
$$\frac{14 e^x - 5 e^x \cos[3] + 5 e^3 \cos[x] - 5 e^x \sin[3] + 5 e^3 \sin[x]}{2 e^3}$$

(*съставяме мрежата*)
n = 4; h = 
$$\frac{b - a}{n}$$
;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h5]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h4]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k1];
  k3 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k2];
  k4 = h * f[x + h, y + k3];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ", k2, " k3 = ", k3,
    " k4 = ", k4, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y +  $\frac{1}{6}$  (k1 + 2 k2 + 2 k3 + k4);
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, a, b}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```


Мрежата е с $n = 4$ и стъпка $h = 0.25$

Теоретичната локална грешка е 0.000976563

Теоретичната глобална грешка е 0.00390625

$i = 0$ $x_i = 3$ $y_i = 7$ $k_1 = 1.5736$ $k_2 = 1.92596$

$k_3 = 1.97001$ $k_4 = 2.37775$ $y_{\text{точно}} = 7$ истинска грешка = 0 .

$i = 1$ $x_i = 3.25$ $y_i = 8.95721$ $k_1 = 2.37455$ $k_2 = 2.82524$ $k_3 =$

2.88158 $k_4 = 3.39818$ $y_{\text{точно}} = 8.9573$ истинска грешка = 0.0000878897

$i = 2$ $x_i = 3.5$ $y_i = 11.8216$ $k_1 = 3.39388$ $k_2 = 3.96063$ $k_3 =$

4.03148 $k_4 = 4.67772$ $y_{\text{точно}} = 11.8218$ истинска грешка = 0.000229926

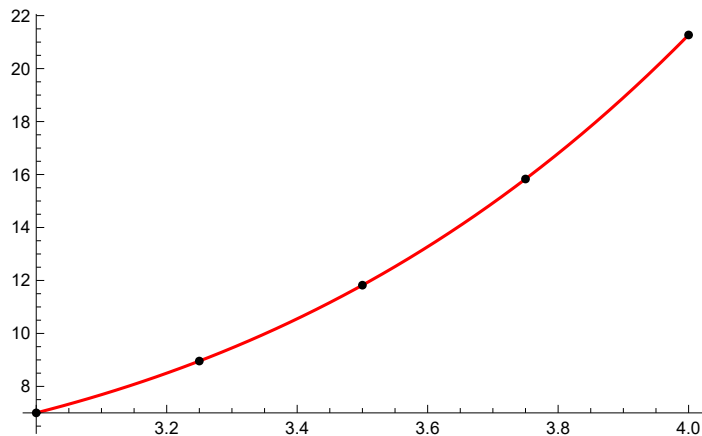
$i = 3$ $x_i = 3.75$ $y_i = 15.8309$ $k_1 = 4.67218$ $k_2 = 5.37851$ $k_3 =$

5.4668 $k_4 = 6.27043$ $y_{\text{точно}} = 15.8314$ истинска грешка = 0.000446637

$i = 4$ $x_i = 4$ $y_i = 21.2698$ $k_1 = 6.26345$ $k_2 = 7.14086$ $k_3 =$

7.25054 $k_4 = 8.24882$ $y_{\text{точно}} = 21.2705$ истинска грешка = 0.00076578

Out[212]=



РК54 - при зададена стъпка $h = 0.2$

In[213]:=

```

(*въвеждаме условието на задачата*)
a = 3.; b = 4;
x = a;
y = 7.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] := y - 5 Sin[x]
(*точно решение*)
yt[x_] := 
$$\frac{14 e^x - 5 e^x \cos[3] + 5 e^3 \cos[x] - 5 e^x \sin[3] + 5 e^3 \sin[x]}{2 e^3}$$

(*съставяме мрежата*)
h = 0.2;
n = 
$$\frac{b - a}{h}$$
;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h5]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h4]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k1];
  k3 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k2];
  k4 = h * f[x + h, y + k3];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ", k2, " k3 = ", k3,
    " k4 = ", k4, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y +  $\frac{1}{6}$  (k1 + 2 k2 + 2 k3 + k4);
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, a, b}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```

Мрежата е с $n = 5$. и стъпка $h = 0.2$

Теоретичната локална грешка е 0.00032

Теоретичната глобална грешка е 0.0016

$i = 0$ $x_i = 3.$ $y_i = 7.$ $k_1 = 1.25888$ $k_2 = 1.48431$

$k_3 = 1.50685$ $k_4 = 1.75974$ $y_{\text{точно}} = 7.$ истинска грешка = $0.$

$i = 1$ $x_i = 3.2$ $y_i = 8.50016$ $k_1 = 1.75841$ $k_2 = 2.03362$ $k_3 =$

2.06114 $k_4 = 2.3678$ $y_{\text{точно}} = 8.50019$ истинска грешка = 0.0000285119

$i = 2$ $x_i = 3.4$ $y_i = 10.5528$ $k_1 = 2.3661$ $k_2 = 2.69795$ $k_3 =$

2.73113 $k_4 = 3.0993$ $y_{\text{точно}} = 10.5528$ истинска грешка = 0.0000708182

$i = 3$ $x_i = 3.6$ $y_i = 13.2734$ $k_1 = 3.09719$ $k_2 = 3.49423$ $k_3 =$

3.53393 $k_4 = 3.97332$ $y_{\text{точно}} = 13.2735$ истинска грешка = 0.000130997

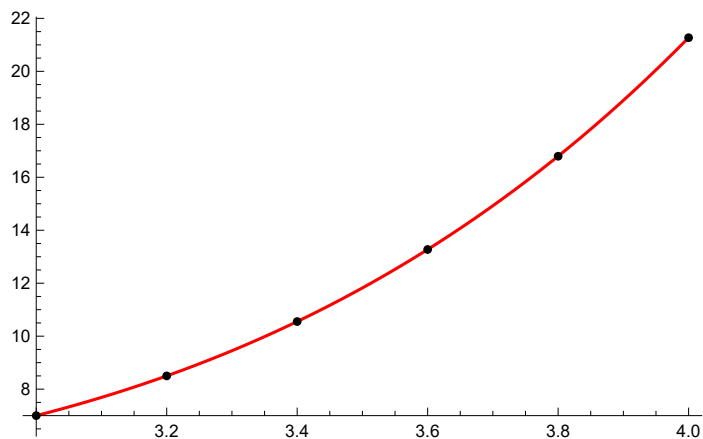
$i = 4$ $x_i = 3.8$ $y_i = 16.7945$ $k_1 = 3.97076$ $k_2 = 4.44374$ $k_3 =$

4.49104 $k_4 = 5.01391$ $y_{\text{точно}} = 16.7947$ истинска грешка = 0.000214233

$i = 5$ $x_i = 4.$ $y_i = 21.2702$ $k_1 = 5.01085$ $k_2 = 5.57341$ $k_3 =$

5.62966 $k_4 = 6.25155$ $y_{\text{точно}} = 21.2705$ истинска грешка = 0.000327137

Out[227]=



РК54 - при зададена стъпка $h = 0.02$

In[228]:=

```

(*въвеждаме условието на задачата*)
a = 3.; b = 4;
x = a;
y = 7.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] := y - 5 Sin[x]
(*точно решение*)
yt[x_] := 
$$\frac{14 e^x - 5 e^x \cos[3] + 5 e^3 \cos[x] - 5 e^x \sin[3] + 5 e^3 \sin[x]}{2 e^3}$$


(*съставяме мрежата*)
h = 0.02;
n = 
$$\frac{b - a}{h}$$
;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h5]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h4]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k1];
  k3 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k2];
  k4 = h * f[x + h, y + k3];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ", k2, " k3 = ", k3,
    " k4 = ", k4, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y +  $\frac{1}{6}$  (k1 + 2 k2 + 2 k3 + k4);
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, a, b}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```

Мрежата е с n = 50. и стъпка h = 0.02

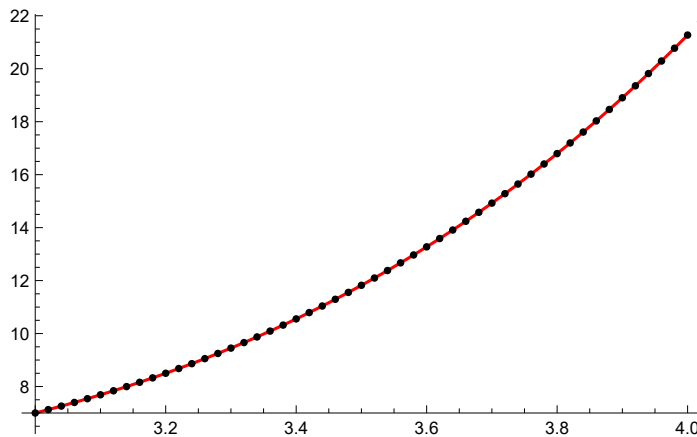
Теоретичната локална грешка е 3.2×10^{-9} Теоретичната глобална грешка е 1.6×10^{-7} i = 0 x_i = 3. y_i = 7. k1 = 0.125888 k2 = 0.128138k3 = 0.12816 k4 = 0.130434 y_{точно} = 7. истинска грешка = 0.

$i = 1$ $x_i = 3.02$ $y_i = 7.12815$ $k_1 = 0.130434$ $k_2 = 0.132731$ $k_3 = 0.132754$ $k_4 = 0.135076$ $y_{\text{точно}} = 7.12815$ истинска грешка = 2.75027×10^{-10}
 $i = 2$ $x_i = 3.04$ $y_i = 7.2609$ $k_1 = 0.135076$ $k_2 = 0.137422$ $k_3 = 0.137446$ $k_4 = 0.139817$ $y_{\text{точно}} = 7.2609$ истинска грешка = 5.62528×10^{-10}
 $i = 3$ $x_i = 3.06$ $y_i = 7.39834$ $k_1 = 0.139817$ $k_2 = 0.142212$ $k_3 = 0.142236$ $k_4 = 0.144656$ $y_{\text{точно}} = 7.39834$ истинска грешка = 8.62842×10^{-10}
 $i = 4$ $x_i = 3.08$ $y_i = 7.54057$ $k_1 = 0.144656$ $k_2 = 0.147101$ $k_3 = 0.147125$ $k_4 = 0.149596$ $y_{\text{точно}} = 7.54057$ истинска грешка = 1.17632×10^{-9}
 $i = 5$ $x_i = 3.1$ $y_i = 7.68768$ $k_1 = 0.149596$ $k_2 = 0.152091$ $k_3 = 0.152116$ $k_4 = 0.154637$ $y_{\text{точно}} = 7.68768$ истинска грешка = 1.50331×10^{-9}
 $i = 6$ $x_i = 3.12$ $y_i = 7.83979$ $k_1 = 0.154637$ $k_2 = 0.157183$ $k_3 = 0.157208$ $k_4 = 0.159781$ $y_{\text{точно}} = 7.83979$ истинска грешка = 1.84417×10^{-9}
 $i = 7$ $x_i = 3.14$ $y_i = 7.99699$ $k_1 = 0.159781$ $k_2 = 0.162378$ $k_3 = 0.162404$ $k_4 = 0.165029$ $y_{\text{точно}} = 7.99699$ истинска грешка = 2.19929×10^{-9}
 $i = 8$ $x_i = 3.16$ $y_i = 8.15939$ $k_1 = 0.165028$ $k_2 = 0.167678$ $k_3 = 0.167705$ $k_4 = 0.170382$ $y_{\text{точно}} = 8.15939$ истинска грешка = 2.56904×10^{-9}
 $i = 9$ $x_i = 3.18$ $y_i = 8.32708$ $k_1 = 0.170381$ $k_2 = 0.173084$ $k_3 = 0.173111$ $k_4 = 0.175841$ $y_{\text{точно}} = 8.32708$ истинска грешка = 2.95381×10^{-9}
 $i = 10$ $x_i = 3.2$ $y_i = 8.50019$ $k_1 = 0.175841$ $k_2 = 0.178598$ $k_3 = 0.178625$ $k_4 = 0.181409$ $y_{\text{точно}} = 8.50019$ истинска грешка = 3.35401×10^{-9}
 $i = 11$ $x_i = 3.22$ $y_i = 8.6788$ $k_1 = 0.181409$ $k_2 = 0.184219$ $k_3 = 0.184247$ $k_4 = 0.187086$ $y_{\text{точно}} = 8.6788$ истинска грешка = 3.77003×10^{-9}
 $i = 12$ $x_i = 3.24$ $y_i = 8.86304$ $k_1 = 0.187086$ $k_2 = 0.189951$ $k_3 = 0.18998$ $k_4 = 0.192873$ $y_{\text{точно}} = 8.86304$ истинска грешка = 4.2023×10^{-9}
 $i = 13$ $x_i = 3.26$ $y_i = 9.05301$ $k_1 = 0.192873$ $k_2 = 0.195794$ $k_3 = 0.195824$ $k_4 = 0.198773$ $y_{\text{точно}} = 9.05301$ истинска грешка = 4.65124×10^{-9}
 $i = 14$ $x_i = 3.28$ $y_i = 9.24882$ $k_1 = 0.198773$ $k_2 = 0.201751$ $k_3 = 0.20178$ $k_4 = 0.204787$ $y_{\text{точно}} = 9.24882$ истинска грешка = 5.11731×10^{-9}
 $i = 15$ $x_i = 3.3$ $y_i = 9.45059$ $k_1 = 0.204786$ $k_2 = 0.207821$ $k_3 = 0.207851$ $k_4 = 0.210915$ $y_{\text{точно}} = 9.45059$ истинска грешка = 5.60094×10^{-9}
 $i = 16$ $x_i = 3.32$ $y_i = 9.65843$ $k_1 = 0.210915$ $k_2 = 0.214007$ $k_3 = 0.214038$ $k_4 = 0.21716$ $y_{\text{точно}} = 9.65843$ истинска грешка = 6.1026×10^{-9}
 $i = 17$ $x_i = 3.34$ $y_i = 9.87246$ $k_1 = 0.21716$ $k_2 = 0.220311$ $k_3 = 0.220343$ $k_4 = 0.223524$ $y_{\text{точно}} = 9.87246$ истинска грешка = 6.62276×10^{-9}
 $i = 18$ $x_i = 3.36$ $y_i = 10.0928$ $k_1 = 0.223523$ $k_2 = 0.226734$ $k_3 = 0.226766$ $k_4 = 0.230007$ $y_{\text{точно}} = 10.0928$ истинска грешка = 7.16191×10^{-9}
 $i = 19$ $x_i = 3.38$ $y_i = 10.3195$ $k_1 = 0.230007$ $k_2 = 0.233277$ $k_3 = 0.23331$ $k_4 = 0.236611$ $y_{\text{точно}} = 10.3195$ истинска грешка = 7.72054×10^{-9}
 $i = 20$ $x_i = 3.4$ $y_i = 10.5528$ $k_1 = 0.236611$ $k_2 = 0.239943$ $k_3 = 0.239976$ $k_4 = 0.243339$ $y_{\text{точно}} = 10.5528$ истинска грешка = 8.29915×10^{-9}
 $i = 21$ $x_i = 3.42$ $y_i = 10.7928$ $k_1 = 0.243339$ $k_2 = 0.246732$ $k_3 = 0.246766$ $k_4 = 0.250191$ $y_{\text{точно}} = 10.7928$ истинска грешка = 8.89827×10^{-9}
 $i = 22$ $x_i = 3.44$ $y_i = 11.0396$ $k_1 = 0.250191$ $k_2 = 0.253647$ $k_3 = 0.253682$ $k_4 = 0.25717$ $y_{\text{точно}} = 11.0396$ истинска грешка = 9.51844×10^{-9}
 $i = 23$ $x_i = 3.46$ $y_i = 11.2932$ $k_1 = 0.25717$ $k_2 = 0.26069$ $k_3 = 0.260725$ $k_4 = 0.264278$ $y_{\text{точно}} = 11.2932$ истинска грешка = 1.01602×10^{-8}

$i = 24 \quad x_i = 3.48 \quad y_i = 11.5539 \quad k_1 = 0.264278 \quad k_2 = 0.267862 \quad k_3 = 0.267898 \quad k_4 = 0.271515 \quad y_{\text{точно}} = 11.5539 \quad \text{истинска грешка} = 1.08241 \times 10^{-8}$
 $i = 25 \quad x_i = 3.5 \quad y_i = 11.8218 \quad k_1 = 0.271515 \quad k_2 = 0.275165 \quad k_3 = 0.275201 \quad k_4 = 0.278885 \quad y_{\text{точно}} = 11.8218 \quad \text{истинска грешка} = 1.15107 \times 10^{-8}$
 $i = 26 \quad x_i = 3.52 \quad y_i = 12.097 \quad k_1 = 0.278885 \quad k_2 = 0.282601 \quad k_3 = 0.282638 \quad k_4 = 0.286388 \quad y_{\text{точно}} = 12.097 \quad \text{истинска грешка} = 1.22206 \times 10^{-8}$
 $i = 27 \quad x_i = 3.54 \quad y_i = 12.3796 \quad k_1 = 0.286388 \quad k_2 = 0.290172 \quad k_3 = 0.290209 \quad k_4 = 0.294028 \quad y_{\text{точно}} = 12.3796 \quad \text{истинска грешка} = 1.29545 \times 10^{-8}$
 $i = 28 \quad x_i = 3.56 \quad y_i = 12.6698 \quad k_1 = 0.294027 \quad k_2 = 0.297879 \quad k_3 = 0.297918 \quad k_4 = 0.301805 \quad y_{\text{точно}} = 12.6698 \quad \text{истинска грешка} = 1.37128 \times 10^{-8}$
 $i = 29 \quad x_i = 3.58 \quad y_i = 12.9677 \quad k_1 = 0.301805 \quad k_2 = 0.305726 \quad k_3 = 0.305765 \quad k_4 = 0.309722 \quad y_{\text{точно}} = 12.9677 \quad \text{истинска грешка} = 1.44964 \times 10^{-8}$
 $i = 30 \quad x_i = 3.6 \quad y_i = 13.2735 \quad k_1 = 0.309722 \quad k_2 = 0.313714 \quad k_3 = 0.313754 \quad k_4 = 0.317782 \quad y_{\text{точно}} = 13.2735 \quad \text{истинска грешка} = 1.53057 \times 10^{-8}$
 $i = 31 \quad x_i = 3.62 \quad y_i = 13.5872 \quad k_1 = 0.317781 \quad k_2 = 0.321845 \quad k_3 = 0.321885 \quad k_4 = 0.325985 \quad y_{\text{точно}} = 13.5872 \quad \text{истинска грешка} = 1.61415 \times 10^{-8}$
 $i = 32 \quad x_i = 3.64 \quad y_i = 13.9091 \quad k_1 = 0.325985 \quad k_2 = 0.330121 \quad k_3 = 0.330162 \quad k_4 = 0.334335 \quad y_{\text{точно}} = 13.9091 \quad \text{истинска грешка} = 1.70044 \times 10^{-8}$
 $i = 33 \quad x_i = 3.66 \quad y_i = 14.2393 \quad k_1 = 0.334335 \quad k_2 = 0.338544 \quad k_3 = 0.338586 \quad k_4 = 0.342834 \quad y_{\text{точно}} = 14.2393 \quad \text{истинска грешка} = 1.78952 \times 10^{-8}$
 $i = 34 \quad x_i = 3.68 \quad y_i = 14.5778 \quad k_1 = 0.342834 \quad k_2 = 0.347118 \quad k_3 = 0.347161 \quad k_4 = 0.351483 \quad y_{\text{точно}} = 14.5778 \quad \text{истинска грешка} = 1.88146 \times 10^{-8}$
 $i = 35 \quad x_i = 3.7 \quad y_i = 14.925 \quad k_1 = 0.351483 \quad k_2 = 0.355843 \quad k_3 = 0.355887 \quad k_4 = 0.360286 \quad y_{\text{точно}} = 14.925 \quad \text{истинска грешка} = 1.97632 \times 10^{-8}$
 $i = 36 \quad x_i = 3.72 \quad y_i = 15.2808 \quad k_1 = 0.360286 \quad k_2 = 0.364724 \quad k_3 = 0.364768 \quad k_4 = 0.369245 \quad y_{\text{точно}} = 15.2808 \quad \text{истинска грешка} = 2.07419 \times 10^{-8}$
 $i = 37 \quad x_i = 3.74 \quad y_i = 15.6456 \quad k_1 = 0.369245 \quad k_2 = 0.373761 \quad k_3 = 0.373806 \quad k_4 = 0.378362 \quad y_{\text{точно}} = 15.6456 \quad \text{истинска грешка} = 2.17514 \times 10^{-8}$
 $i = 38 \quad x_i = 3.76 \quad y_i = 16.0194 \quad k_1 = 0.378362 \quad k_2 = 0.382957 \quad k_3 = 0.383003 \quad k_4 = 0.38764 \quad y_{\text{точно}} = 16.0194 \quad \text{истинска грешка} = 2.27925 \times 10^{-8}$
 $i = 39 \quad x_i = 3.78 \quad y_i = 16.4024 \quad k_1 = 0.387639 \quad k_2 = 0.392316 \quad k_3 = 0.392362 \quad k_4 = 0.397081 \quad y_{\text{точно}} = 16.4024 \quad \text{истинска грешка} = 2.3866 \times 10^{-8}$
 $i = 40 \quad x_i = 3.8 \quad y_i = 16.7947 \quad k_1 = 0.39708 \quad k_2 = 0.401839 \quad k_3 = 0.401887 \quad k_4 = 0.406688 \quad y_{\text{точно}} = 16.7947 \quad \text{истинска грешка} = 2.49727 \times 10^{-8}$
 $i = 41 \quad x_i = 3.82 \quad y_i = 17.1966 \quad k_1 = 0.406687 \quad k_2 = 0.41153 \quad k_3 = 0.411578 \quad k_4 = 0.416463 \quad y_{\text{точно}} = 17.1966 \quad \text{истинска грешка} = 2.61135 \times 10^{-8}$
 $i = 42 \quad x_i = 3.84 \quad y_i = 17.6082 \quad k_1 = 0.416463 \quad k_2 = 0.42139 \quad k_3 = 0.42144 \quad k_4 = 0.426411 \quad y_{\text{точно}} = 17.6082 \quad \text{истинска грешка} = 2.72892 \times 10^{-8}$
 $i = 43 \quad x_i = 3.86 \quad y_i = 18.0296 \quad k_1 = 0.42641 \quad k_2 = 0.431424 \quad k_3 = 0.431474 \quad k_4 = 0.436532 \quad y_{\text{точно}} = 18.0296 \quad \text{истинска грешка} = 2.85008 \times 10^{-8}$
 $i = 44 \quad x_i = 3.88 \quad y_i = 18.461 \quad k_1 = 0.436532 \quad k_2 = 0.441633 \quad k_3 = 0.441684 \quad k_4 = 0.446831 \quad y_{\text{точно}} = 18.461 \quad \text{истинска грешка} = 2.97491 \times 10^{-8}$
 $i = 45 \quad x_i = 3.9 \quad y_i = 18.9027 \quad k_1 = 0.446831 \quad k_2 = 0.452021 \quad k_3 = 0.452073 \quad k_4 = 0.45731 \quad y_{\text{точно}} = 18.9027 \quad \text{истинска грешка} = 3.10352 \times 10^{-8}$
 $i = 46 \quad x_i = 3.92 \quad y_i = 19.3548 \quad k_1 = 0.45731 \quad k_2 = 0.462591 \quad k_3 = 0.462644 \quad k_4 = 0.467973 \quad y_{\text{точно}} = 19.3548 \quad \text{истинска грешка} = 3.23598 \times 10^{-8}$

$i = 47$ $x_i = 3.94$ $y_i = 19.8174$ $k1 = 0.467972$ $k2 = 0.473346$ $k3 = 0.4734$ $k4 = 0.478821$ $y_{\text{точно}} = 19.8174$ истинска грешка = 3.37241×10^{-8}
 $i = 48$ $x_i = 3.96$ $y_i = 20.2908$ $k1 = 0.478821$ $k2 = 0.484289$ $k3 = 0.484344$ $k4 = 0.48986$ $y_{\text{точно}} = 20.2908$ истинска грешка = 3.5129×10^{-8}
 $i = 49$ $x_i = 3.98$ $y_i = 20.7751$ $k1 = 0.48986$ $k2 = 0.495423$ $k3 = 0.495479$ $k4 = 0.501092$ $y_{\text{точно}} = 20.7751$ истинска грешка = 3.65756×10^{-8}
 $i = 50$ $x_i = 4.$ $y_i = 21.2705$ $k1 = 0.501091$ $k2 = 0.506752$ $k3 = 0.506808$ $k4 = 0.512519$ $y_{\text{точно}} = 21.2705$ истинска грешка = 3.80648×10^{-8}

Out[242]=




РК54 - при достигане на определена точност 10^{-6}

In[243]:=

```
Clear[n]
```

```
Reduce[ $\left(\frac{b-a}{n}\right)^4 \leq 10^{-6}, n]$ 
```

 **Reduce:** Reduce was unable to solve the system with inexact coefficients. The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result.

Out[244]=

```
 $n \leq -31.6228 \mid \mid n \geq 31.6228$ 
```

In[245]:=

```

(*въвеждаме условието на задачата*)
a = 3.; b = 4;
x = a;
y = 7.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] := y - 5 Sin[x]
(*точно решение*)
yt[x_] := 
$$\frac{14 e^x - 5 e^x \cos[3] + 5 e^3 \cos[x] - 5 e^x \sin[3] + 5 e^3 \sin[x]}{2 e^3}$$

(*съставяме мрежата*)
n = 32;
h = 
$$\frac{b - a}{n}$$
;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h5]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h4]
(*намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k1];
  k3 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k2];
  k4 = h * f[x + h, y + k3];

  Print["i = ", i, " xi = ", x, " yi = ", y, " k1 = ", k1, " k2 = ", k2, " k3 = ", k3,
    " k4 = ", k4, " yточно = ", yt[x], " истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y +  $\frac{1}{6}$  (k1 + 2 k2 + 2 k3 + k4);
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]
(*визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, a, b}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```

Мрежата е с n = 32 и стъпка h = 0.03125

Теоретичната локална грешка е 2.98023×10^{-8}

Теоретичната глобална грешка е 9.53674×10^{-7}

i = 0 x_i = 3. y_i = 7. k1 = 0.1967 k2 = 0.202193

k3 = 0.202279 k4 = 0.207865 y_{точно} = 7. истинска грешка = 0.

i = 1 x_i = 3.03125 y_i = 7.20225 k1 = 0.207864 k2 = 0.213541 k3 =

0.213629 k4 = 0.219401 y_{точно} = 7.20225 истинска грешка = 2.56714×10^{-9}

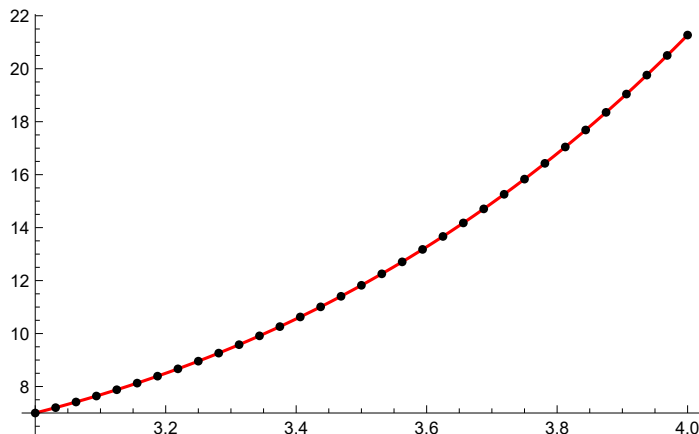
$i = 2$ $x_i = 3.0625$ $y_i = 7.41585$ $k_1 = 0.2194$ $k_2 = 0.225263$ $k_3 = 0.225355$ $k_4 = 0.231315$ $y_{\text{точно}} = 7.41585$ истинска грешка = 5.31695×10^{-9}
 $i = 3$ $x_i = 3.09375$ $y_i = 7.64118$ $k_1 = 0.231314$ $k_2 = 0.237368$ $k_3 = 0.237463$ $k_4 = 0.243615$ $y_{\text{точно}} = 7.64118$ истинска грешка = 8.2572×10^{-9}
 $i = 4$ $x_i = 3.125$ $y_i = 7.87861$ $k_1 = 0.243614$ $k_2 = 0.249862$ $k_3 = 0.249959$ $k_4 = 0.256308$ $y_{\text{точно}} = 7.87861$ истинска грешка = 1.1396×10^{-8}
 $i = 5$ $x_i = 3.15625$ $y_i = 8.12854$ $k_1 = 0.256307$ $k_2 = 0.262752$ $k_3 = 0.262853$ $k_4 = 0.269401$ $y_{\text{точно}} = 8.12854$ истинска грешка = 1.47416×10^{-8}
 $i = 6$ $x_i = 3.1875$ $y_i = 8.39136$ $k_1 = 0.2694$ $k_2 = 0.276048$ $k_3 = 0.276152$ $k_4 = 0.282904$ $y_{\text{точно}} = 8.39136$ истинска грешка = 1.83029×10^{-8}
 $i = 7$ $x_i = 3.21875$ $y_i = 8.66747$ $k_1 = 0.282902$ $k_2 = 0.289755$ $k_3 = 0.289862$ $k_4 = 0.296822$ $y_{\text{точно}} = 8.66747$ истинска грешка = 2.20888×10^{-8}
 $i = 8$ $x_i = 3.25$ $y_i = 8.9573$ $k_1 = 0.296821$ $k_2 = 0.303884$ $k_3 = 0.303994$ $k_4 = 0.311166$ $y_{\text{точно}} = 8.9573$ истинска грешка = 2.61087×10^{-8}
 $i = 9$ $x_i = 3.28125$ $y_i = 9.26126$ $k_1 = 0.311165$ $k_2 = 0.318442$ $k_3 = 0.318555$ $k_4 = 0.325944$ $y_{\text{точно}} = 9.26126$ истинска грешка = 3.03722×10^{-8}
 $i = 10$ $x_i = 3.3125$ $y_i = 9.57977$ $k_1 = 0.325942$ $k_2 = 0.333438$ $k_3 = 0.333555$ $k_4 = 0.341164$ $y_{\text{точно}} = 9.57977$ истинска грешка = 3.48896×10^{-8}
 $i = 11$ $x_i = 3.34375$ $y_i = 9.91329$ $k_1 = 0.341163$ $k_2 = 0.348881$ $k_3 = 0.349002$ $k_4 = 0.356836$ $y_{\text{точно}} = 9.91329$ истинска грешка = 3.96712×10^{-8}
 $i = 12$ $x_i = 3.375$ $y_i = 10.2623$ $k_1 = 0.356835$ $k_2 = 0.364781$ $k_3 = 0.364905$ $k_4 = 0.37297$ $y_{\text{точно}} = 10.2623$ истинска грешка = 4.4728×10^{-8}
 $i = 13$ $x_i = 3.40625$ $y_i = 10.6271$ $k_1 = 0.372969$ $k_2 = 0.381148$ $k_3 = 0.381276$ $k_4 = 0.389576$ $y_{\text{точно}} = 10.6271$ истинска грешка = 5.00713×10^{-8}
 $i = 14$ $x_i = 3.4375$ $y_i = 11.0083$ $k_1 = 0.389575$ $k_2 = 0.397991$ $k_3 = 0.398123$ $k_4 = 0.406663$ $y_{\text{точно}} = 11.0083$ истинска грешка = 5.57128×10^{-8}
 $i = 15$ $x_i = 3.46875$ $y_i = 11.4064$ $k_1 = 0.406662$ $k_2 = 0.415322$ $k_3 = 0.415457$ $k_4 = 0.424244$ $y_{\text{точно}} = 11.4064$ истинска грешка = 6.16646×10^{-8}
 $i = 16$ $x_i = 3.5$ $y_i = 11.8218$ $k_1 = 0.424242$ $k_2 = 0.43315$ $k_3 = 0.43329$ $k_4 = 0.442328$ $y_{\text{точно}} = 11.8218$ истинска грешка = 6.79394×10^{-8}
 $i = 17$ $x_i = 3.53125$ $y_i = 12.2551$ $k_1 = 0.442326$ $k_2 = 0.451488$ $k_3 = 0.451632$ $k_4 = 0.460927$ $y_{\text{точно}} = 12.2551$ истинска грешка = 7.45505×10^{-8}
 $i = 18$ $x_i = 3.5625$ $y_i = 12.7067$ $k_1 = 0.460925$ $k_2 = 0.470347$ $k_3 = 0.470495$ $k_4 = 0.480053$ $y_{\text{точно}} = 12.7067$ истинска грешка = 8.15114×10^{-8}
 $i = 19$ $x_i = 3.59375$ $y_i = 13.1771$ $k_1 = 0.480051$ $k_2 = 0.48974$ $k_3 = 0.489891$ $k_4 = 0.499718$ $y_{\text{точно}} = 13.1771$ истинска грешка = 8.88363×10^{-8}
 $i = 20$ $x_i = 3.625$ $y_i = 13.6669$ $k_1 = 0.499717$ $k_2 = 0.509677$ $k_3 = 0.509833$ $k_4 = 0.519936$ $y_{\text{точно}} = 13.6669$ истинска грешка = 9.65399×10^{-8}
 $i = 21$ $x_i = 3.65625$ $y_i = 14.1767$ $k_1 = 0.519934$ $k_2 = 0.530174$ $k_3 = 0.530334$ $k_4 = 0.540719$ $y_{\text{точно}} = 14.1767$ истинска грешка = 1.04638×10^{-7}
 $i = 22$ $x_i = 3.6875$ $y_i = 14.707$ $k_1 = 0.540718$ $k_2 = 0.551243$ $k_3 = 0.551407$ $k_4 = 0.562082$ $y_{\text{точно}} = 14.707$ истинска грешка = 1.13145×10^{-7}
 $i = 23$ $x_i = 3.71875$ $y_i = 15.2583$ $k_1 = 0.56208$ $k_2 = 0.572898$ $k_3 = 0.573067$ $k_4 = 0.584038$ $y_{\text{точно}} = 15.2583$ истинска грешка = 1.22079×10^{-7}
 $i = 24$ $x_i = 3.75$ $y_i = 15.8314$ $k_1 = 0.584036$ $k_2 = 0.595154$ $k_3 = 0.595328$ $k_4 = 0.606603$ $y_{\text{точно}} = 15.8314$ истинска грешка = 1.31457×10^{-7}

```

i = 25 xi = 3.78125 yi = 16.4266 k1 = 0.606601 k2 = 0.618026 k3 =
0.618205 k4 = 0.629791 yточно = 16.4266 истинска грешка = 1.41297×10-7
i = 26 xi = 3.8125 yi = 17.0448 k1 = 0.629789 k2 = 0.64153 k3 =
0.641713 k4 = 0.653619 yточно = 17.0448 истинска грешка = 1.51616×10-7
i = 27 xi = 3.84375 yi = 17.6864 k1 = 0.653617 k2 = 0.665681 k3 =
0.66587 k4 = 0.678103 yточно = 17.6864 истинска грешка = 1.62435×10-7
i = 28 xi = 3.875 yi = 18.3522 k1 = 0.678101 k2 = 0.690498 k3 =
0.690691 k4 = 0.703261 yточно = 18.3522 истинска грешка = 1.73773×10-7
i = 29 xi = 3.90625 yi = 19.0428 k1 = 0.703259 k2 = 0.715996 k3 =
0.716195 k4 = 0.72911 yточно = 19.0428 истинска грешка = 1.85651×10-7
i = 30 xi = 3.9375 yi = 19.759 k1 = 0.729108 k2 = 0.742195 k3 =
0.742399 k4 = 0.755669 yточно = 19.759 истинска грешка = 1.9809×10-7
i = 31 xi = 3.96875 yi = 20.5013 k1 = 0.755667 k2 = 0.769113 k3 =
0.769323 k4 = 0.782957 yточно = 20.5013 истинска грешка = 2.11114×10-7
i = 32 xi = 4. yi = 21.2705 k1 = 0.782955 k2 = 0.79677 k3 =
0.796986 k4 = 0.810994 yточно = 21.2705 истинска грешка = 2.24745×10-7

```

Out[259]=



РК54 - при достигане на определена точност 10^{-13} - определяне мрежата без изчисления на резултатите

In[260]:=

```

Clear[n]
Reduce[ $\left(\frac{b-a}{n}\right)^4 \leq 10^{-13}, n]$ 

```

... **Reduce:** Reduce was unable to solve the system with inexact coefficients. The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result.

Out[261]=

```

n ≤ -1778.28 || n ≥ 1778.28

```

In[262]:=

```

(*въвеждаме условието на задачата*)
a = 3.; b = 4;
x = a;
y = 7.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] := y - 5 Sin[x]
(*точно решение*)
yt[x_] := 
$$\frac{14 e^x - 5 e^x \cos[3] + 5 e^3 \cos[x] - 5 e^x \sin[3] + 5 e^3 \sin[x]}{2 e^3}$$

(*съставяме мрежата*)
n = 1779;
h = 
$$\frac{b - a}{n}$$
;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]
(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h5]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h4]

```

Мрежата е с n = 1779 и стъпка h = 0.000562114

Теоретичната локална грешка е 5.61203×10^{-17}

Теоретичната глобална грешка е 9.98381×10^{-14}