

# Интерполационен полином на Лагранж

Задача: (a и b са съответно предпоследната и последната цифра на факултетния номер)

1. Да се състави таблица  $(x_i, f(x_i))$ , където

$$x_i = -a + i(0.2), i = \overline{0, 10} \quad f(x) = \ln(x^2 + b + 1)$$

2. Изберете 3 подходящи точки, по които да се построи интерполационен полином за изчисляване на приближената стойност на функцията в точката

$$z = -a + (0.23)b + 0.02$$

3. Изберете 4 подходящи точки, по които да се построи интерполационен полином за изчисляване на приближената стойност на функцията в същата точка.

4. Да се построят интерполационните полиноми на Лагранж по избраните възли (отделно за подточка 2 и за подточка 3).

5. Да се пресметнат приближените стойности на функцията в дадената точка (отделно за подточка 2 и за подточка 3).

6. Да се оцени грешката на полученото приближение (отделно за подточка 2 и за подточка 3).

7. Да се сравнят резултатите от двете намерени приближени стойности.

---

## 1. Съставяне на таблицата

```
In[*]:= xt = Table[-1 + i * 0.2, {i, 0, 10}]
```

```
Out[*]=
```

```
{-1., -0.8, -0.6, -0.4, -0.2, 0., 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.}
```

```
In[*]:= f[x_] := Log[x^2 + 10]
```

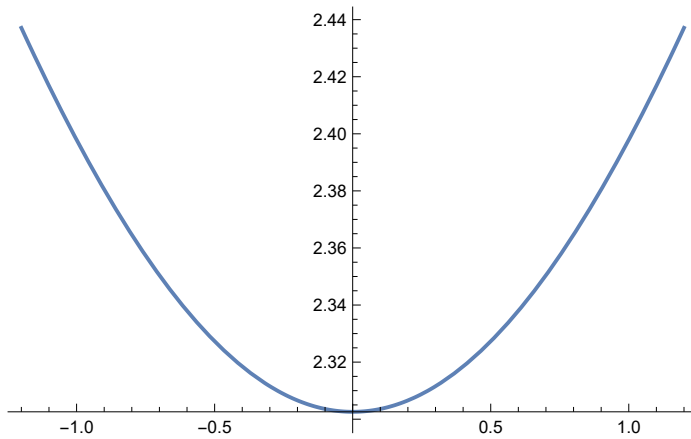
```
yt = f[xt]
```

```
Out[*]=
```

```
{2.3979, 2.36462, 2.33795, 2.31846, 2.30658,  
2.30259, 2.30658, 2.31846, 2.33795, 2.36462, 2.3979}
```

```
In[ ]:= grf = Plot[f[x], {x, -1.2, 1.2}]
```

```
Out[ ]:=
```



```
In[ ]:= n = Length[xt]
```

```
points = Table[{xt[[i]], yt[[i]]}, {i, 1, n}]
```

```
Out[ ]:=
```

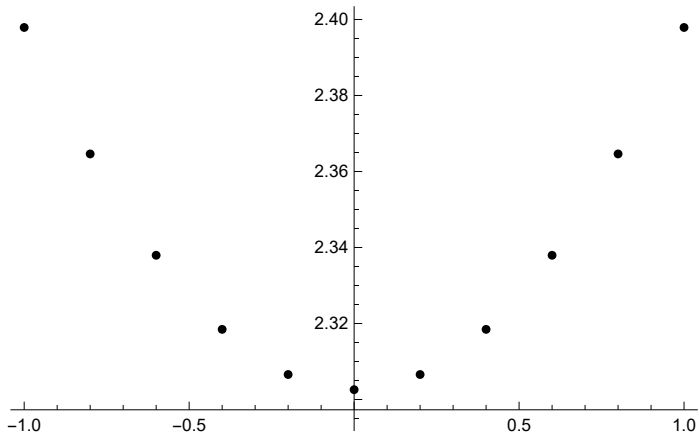
```
11
```

```
Out[ ]:=
```

```
{{-1., 2.3979}, {-0.8, 2.36462}, {-0.6, 2.33795}, {-0.4, 2.31846}, {-0.2, 2.30658},  
{0., 2.30259}, {0.2, 2.30658}, {0.4, 2.31846}, {0.6, 2.33795}, {0.8, 2.36462}, {1., 2.3979}}
```

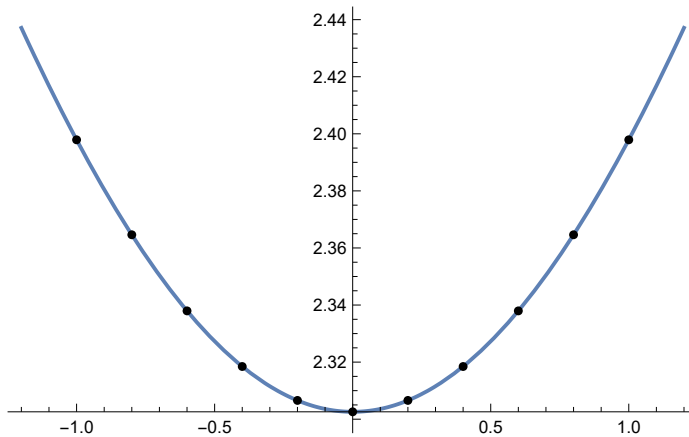
```
In[ ]:= grp = ListPlot[points, PlotStyle -> Black]
```

```
Out[ ]:=
```



```
In[ ]:= Show[grf, grp]
```

```
Out[ ]:=
```



## 2. Избираме 3 точки за $z = -a + (0.23)b + 0.02$ (квадратична интерполация)

```
In[ ]:= z = -1 + (0.23 * 9) + 0.02
```

```
Out[ ]:=
```

1.09

```
In[ ]:= L1[x_] := 3.3728 *  $\frac{(x + 4.4)(x + 4.2)}{(-4.6 + 4.4)(-4.6 + 4.2)}$  +  
3.30908 *  $\frac{(x + 4.6)(x + 4.2)}{(-4.4 + 4.6)(-4.4 + 4.2)}$  + 3.24415 *  $\frac{(x + 4.6)(x + 4.4)}{(-4.2 + 4.6)(-4.2 + 4.4)}$ 
```

```
In[ ]:= Expand[L1[x]]
```

```
Out[ ]:=
```

$1.60111 - 0.454725x - 0.015125x^2$

## Проверка на интерполационните условия

```
In[ ]:= L1[-4.6]
```

```
L1[-4.4]
```

```
L1[-4.2]
```

```
Out[ ]:=
```

3.3728

```
Out[ ]:=
```

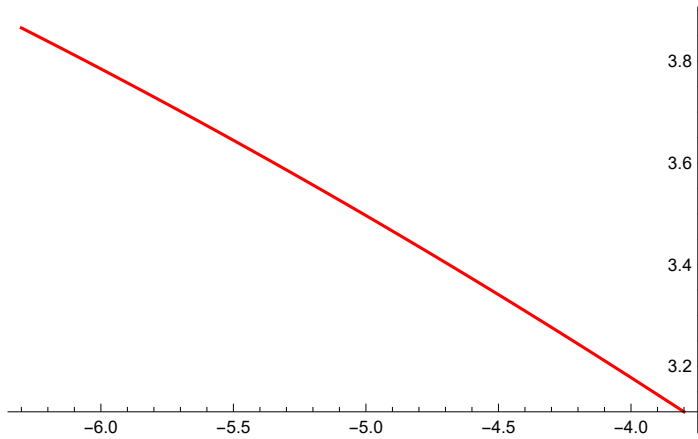
3.30908

```
Out[ ]:=
```

3.24415

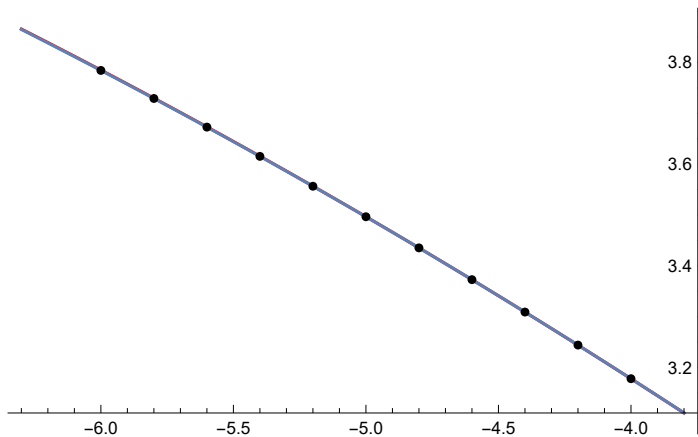
```
In[ ]:= grL1 = Plot[L1[x], {x, -6.3, -3.8}, PlotStyle -> Red]
```

```
Out[ ]:=
```



```
In[ ]:= Show[grL1, grf, grp]
```

```
Out[ ]:=
```



## Пресмятане на приближена стойност

```
In[ ]:= L1[-4.37]
```

```
Out[ ]:=
```

3.29942

за сравнение с истинската стойност

```
In[ ]:= f[-4.37]
```

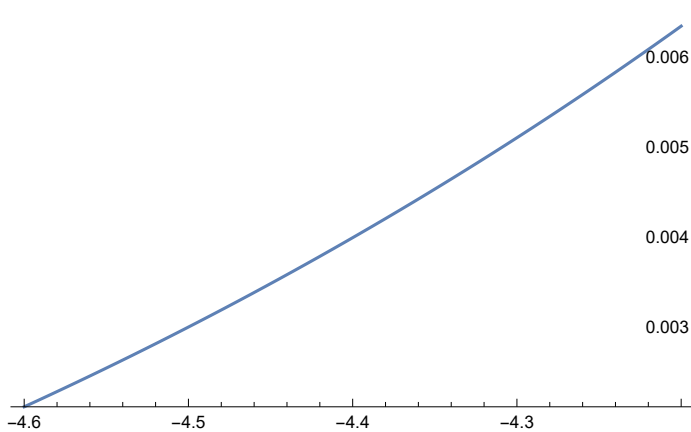
```
Out[ ]:=
```

3.29942

## Оценка на грешката

### Теоретична грешка

```
In[ ]:= Plot[Abs[f'''[x]], {x, -4.6, -4.2}]
Out[ ]:=
```



```
In[ ]:= M2 = Abs[f'''[-4.2]]
Out[ ]:=
0.00633888
```

```
In[ ]:= R1[x_] :=  $\frac{M2}{3!}$  Abs[(x + 4.6) (x + 4.4) (x + 4.2)]
```

```
In[ ]:= R1[-4.37]
Out[ ]:=
 $1.23925 \times 10^{-6}$ 
```

### Истинска грешка

```
In[ ]:= Abs[L1[-4.37] - f[-4.37]]
Out[ ]:=
 $1.6927 \times 10^{-6}$ 
```

## 2. Избираме 4 точки за $z = -a + (0.23)b + 0.02$ (кубична интерполация)

```
In[ ]:= L2[x_] :=
3.3728 *  $\frac{(x + 4.4) (x + 4.2) (x + 4)}{(-4.6 + 4.4) (-4.6 + 4.2) (-4.6 + 4)}$  + 3.30908 *  $\frac{(x + 4.6) (x + 4.2) (x + 4)}{(-4.4 + 4.6) (-4.4 + 4.2) (-4.4 + 4)}$  +
3.24415 *  $\frac{(x + 4.6) (x + 4.4) (x + 4)}{(-4.2 + 4.6) (-4.2 + 4.4) (-4.2 + 4)}$  + 3.17805 *  $\frac{(x + 4.6) (x + 4.4) (x + 4.2)}{(-4 + 4.6) (-4 + 4.4) (-4 + 4.2)}$ 
```

```
In[ ]:= Expand[L2[x]]
```

```
Out[ ]:= 1.67195 - 0.406358 x - 0.004125 x2 + 0.000833333 x3
```

## Проверка на интерполационните условия

```
In[ ]:= L2[-4.6]
```

```
L2[-4.4]
```

```
L2[-4.2]
```

```
L2[-4]
```

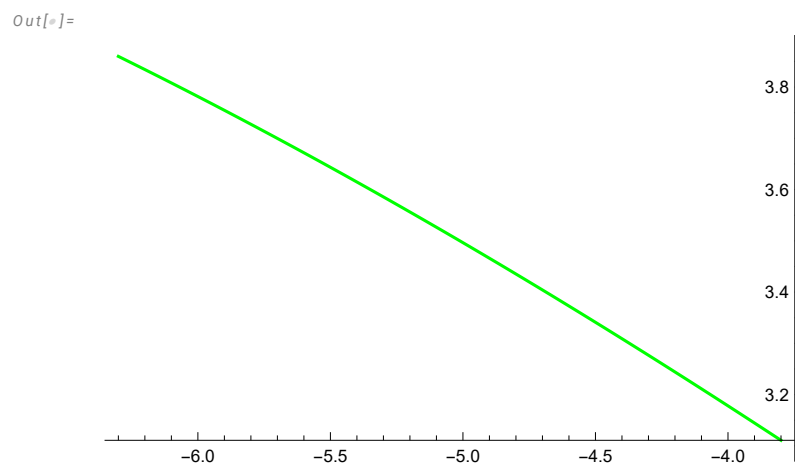
```
Out[ ]:= 3.3728
```

```
Out[ ]:= 3.30908
```

```
Out[ ]:= 3.24415
```

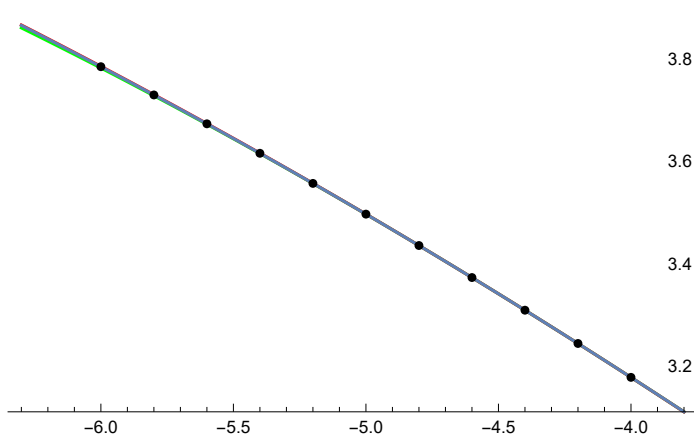
```
Out[ ]:= 3.17805
```

```
In[ ]:= grL2 = Plot[L2[x], {x, -6.3, -3.8}, PlotStyle -> Green]
```



In[ ]:= Show[grL2, grL1, grf, grp]

Out[ ]:=



## Пресмятане на приближена стойност

In[ ]:= L2[-4.37]

Out[ ]:=

3.29942

за сравнение с истинската стойност

In[ ]:= f[-4.37]

Out[ ]:=

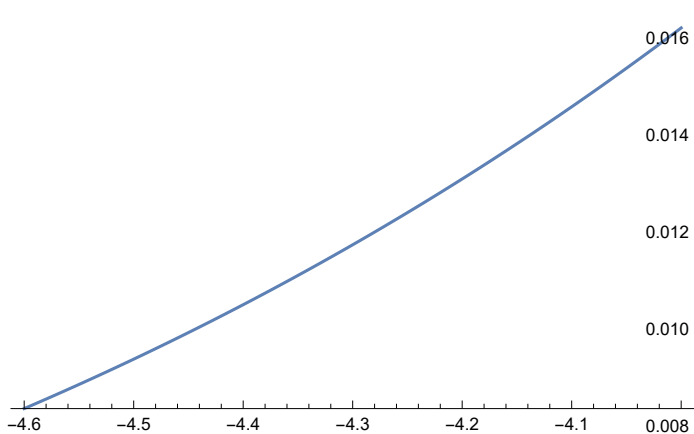
3.29942

## Оценка на грешката

### Теоретична грешка

In[ ]:= Plot[Abs[f''''[x]], {x, -4.6, -4}]

Out[ ]:=



```
In[ ]:= M3 = N[Abs[f''''[-4]]]
```

```
Out[ ]:= 0.0162037
```

```
In[ ]:= R2[x_] :=  $\frac{M3}{4!}$  Abs[(x + 4.6) (x + 4.4) (x + 4.2) (x + 4)]
```

```
In[ ]:= R2[-4.37]
```

```
Out[ ]:=  $2.93024 \times 10^{-7}$ 
```

## Истинска грешка

```
In[ ]:= Abs[L2[-4.37] - f[-4.37]]
```

```
Out[ ]:=  $2.6702 \times 10^{-6}$ 
```