

## КРАЙНИ АВТОМАТИ

### Детерминирани крайни автомати

➤ **Дефиниция:** Детерминиран краен автомат (ДКА) над азбуката  $V$  наричаме наредената петорка:  $A = \langle K, V, \delta, q_0, F \rangle$ , където:

- $K \neq \emptyset$  е множество от вътрешни състояния;
- $V$  - множество от входни символи (входна азбука)
- $\delta$  - функция на преходите с дефиниционна област  $D(\delta): D(\delta) \subseteq K \times V$  и област на стойностите  $R(\delta): R(\delta) \subseteq K$ .
- $q_0 \in K$  - начално състояние;
- $F \subseteq K$  - множество от заключителни състояния

➤ **Дефиниция:** ДКА е напълно *определен*, когато функцията на преходите  $\delta$  е дефинирана за всяка наредена двойка от  $K \times V$ , т.е.  $D(\delta) = K \times V$ .

### Задачи:

**Задача 1.** За ДКА  $A_1 = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1\} \rangle$  с функция на преходите:

$\delta(q_0, a) = q_0$	$\delta(q_1, b) = q_1$
$\delta(q_0, b) = q_1$	$\delta(q_2, a) = q_0$
$\delta(q_1, a) = q_2$	$\delta(q_2, b) = q_2$

- Начертайте графичната диаграма
- Проверете дали ДКА ще разпознае думите: aabba; abbab; bbaba
- Напълно определен ли е ДКА?

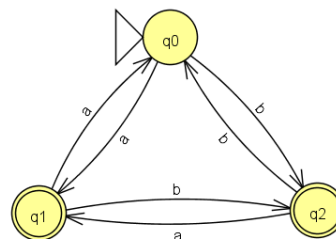
**Задача 2.** За ДКА  $A = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0\} \rangle$  с функция на преходите:

$\delta(q_0, 0) = q_2$	$\delta(q_2, 0) = q_0$
$\delta(q_0, 1) = q_1$	$\delta(q_2, 1) = q_3$
$\delta(q_1, 0) = q_3$	$\delta(q_3, 0) = q_1$
$\delta(q_1, 1) = q_0$	$\delta(q_3, 1) = q_2$

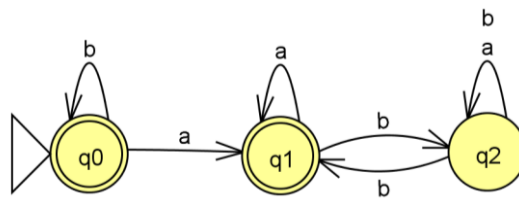
- Постройте диаграма на преходите и определете езика, разпознаван от  $A$ .
- Ще разпознае ли думата 10101010? А думата 110100?

**Задача 3.** За ДКА с диаграма на преходите:

- определете езика, който разпознава
- Ще разпознае ли думите abba; baab; aaab; aaabb



**Задача 4.** За ДКА с диаграма на преходите:



- Намерете 5 думи, които автомата ще разпознае.
- Ще разпознае ли думите : abba; baab; aaab; aaabb?

## Недетерминирани крайни автомати.

➤ **Дефиниция:** Недетерминиран краен автомат (НДКА)  $A$  над азбука  $V$  наричаме петорката  $A = \langle K, V, \delta, q_0, F \rangle$ , където:

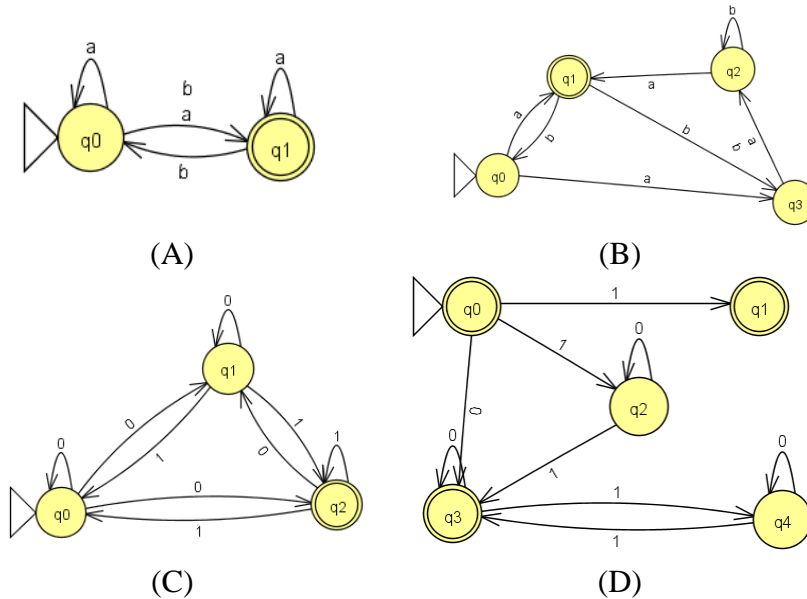
- $K \neq \emptyset$  е множество от вътрешни състояния;
- $V$  - крайно множество от входни символи (входна азбука)
- $\delta$  - функция на преходите с дефиниционна област  $D(\delta): D(\delta) \subseteq K \times V$  и област на стойностите  $R(\delta): R(\delta) \subseteq P(K)$ , където  $P(K)$  е множеството от всички подмножества на  $K$ .
- $q_0 \in K$  - начално състояние;
- $F \subseteq K$  - множество от заключителни състояния.

**Задача 5.** За НДКА  $A = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_3\} \rangle$  с функция на преходите:

$\delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\}$	$\delta(q_2, a) = \{q_3\}$
$\delta(q_0, b) = \{q_0\}$	$\delta(q_2, b) = \emptyset$
$\delta(q_1, a) = \emptyset$	$\delta(q_3, a) = \emptyset$
$\delta(q_1, b) = \{q_2\}$	$\delta(q_3, b) = \emptyset$

- Начертайте диаграмата на преходите;
- Кои думи разпознава автомата?
- Разпознава ли думите: aaabb; aba; aaaaba

**Задача 6.** За автоматите намерете по 5 думи, които ще се разпознаят и по 2 думи, които няма да се разпознаят.



**Задача 7.** За автоматната граматика

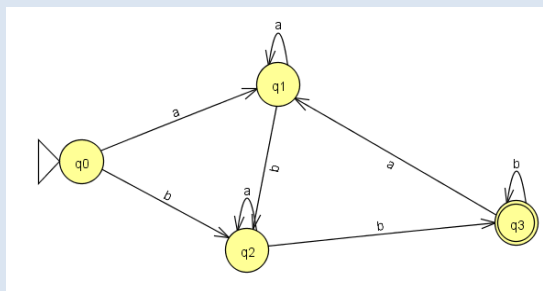
$$\Gamma = \langle \{a, b\}, \{S, A, B\}, S, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow bS, S \rightarrow bA, A \rightarrow aB, B \rightarrow aC, C \rightarrow b\} \rangle.$$

Постройте недетерминиран краен автомат разпознаващ езика  $L(\Gamma)$ .

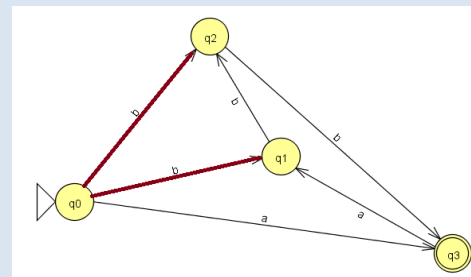
**Разлика между детерминиран и недетерминиран краен автомат**

При **детерминиран краен автомат** от дадено състояние на автомата с даден символ от входната азбука може да се отиде точно в едно вътрешно състояние на автомата.

При **недетерминираният краен автомат** може изобщо да няма преход или с един входен символ да има няколко прехода.



ДКА



НДКА

**Задача 8.** Постройте краен автомат (ДКА или НДКА), който да разпознава езика:

$$L_1 = \{abba\}$$

$$L_2 = \{a^n, n \geq 1\}$$

$$L_3 = \{ab^n, n \geq 0\}$$

$$L_4 = \{ab^n, n \geq 1\}$$

$$L_5 = \{ab^na, n \geq 0\}$$

$$L_6 = \{ab^na, n \geq 1\}$$

$$L_7 = \{a^{3n}, n \geq 0\}$$

$$L_8 = \{a^{3n}, n \geq 1\}$$

$$L_9 = \{ab^{2n}a, n \geq 0\}$$

$$L_{10} = \{ab^{2n}a, n \geq 1\}$$

$$L_{11} = \{a^n b^m, n, m \geq 0\}$$

$$L_{12} = \{a^n b^m, n, m \geq 1\}$$

$$L_{13} = \{a^n b^n, n \geq 1\}$$

$$L_{14} = \{a^n b^{2m}, n, m \geq 0\}$$

$$L_{15} = \{a\omega, \omega \in \{a, b\}^*\}$$

$$L_{16} = \{a^{3n}\omega b, n \geq 0, \omega \in \{a, b\}^*\}$$

$$L_{17} = \{a\omega_1 b\omega_2, \omega_1, \omega_2 \in \{a, b\}^*\}$$

## Допълнителни задачи:

**Задача 1.** Постройте краен автомат (ДКА или НДКА), който да разпознава езика:

- $$\begin{array}{ll} \text{a) } L_1 = \{a^n b, n \geq 0\} & \text{б) } L_2 = \{a^n b, n \geq 1\} \\ \text{в) } L_3 = \{a^{2n}, n \geq 1\} & \text{г) } L_4 = \{a^{2n}, n \geq 0\} \\ \text{д) } L_5 = \{a^{3n} b^m, n, m \geq 1\} & \text{е) } L_6 = \{a^n b^m c^p, n, m, p \geq 0\} \\ \text{ж) } L_7 = \{(abc)^n, n \geq 0\} & \end{array}$$

**Задача 2.** Постройте краен автомат (ДКА или НДКА), който да разпознава езика:

- а)  $L_1 = \{\omega \mid \omega \in \{0, 1\}^* \text{ и } |\omega| \text{ се дели на } 3\}$ ;
- б)  $L_2 = \{\omega \mid \omega \in \{0, 1\}^* \text{ и броят на нулите в } \omega \text{ се дели на } 3\}$ ;
- в)  $L_3 = \{\omega \mid \omega \in \{0, 1\}^* \text{ и в } \omega \text{ се съдържат четен брой нули и четен брой единици}\}$ ;
- г)  $L_4 = \{\omega_1 000 \omega_2 \mid \omega_1, \omega_2 \in \{0, 1\}^*\}$ ;
- д)  $L_5 = \{a\omega a \mid \omega \in \{a, b\}^*\}$ ;

**Задача 3.** Постройте диаграма на преходите за следните автомати и определете езика разпознаван от тях:

- a)  $A_1 = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1\} \rangle$  с функция на преходите:

$\delta(q_0, a)=q_0$	$\delta(q_2, a)=q_2$
$\delta(q_1, a)=q_2$	$\delta(q_1, b)=q_2$
$\delta(q_0, b)=q_1$	$\delta(q_2, b)=q_2$

- б)  $A_2 = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0\} \rangle$  с функция на преходите:

$\delta(q_0, a)=q_1$	$\delta(q_2, a)=q_0$
$\delta(q_1, a)=q_3$	$\delta(q_3, a)=q_2$
$\delta(q_0, b)=q_2$	$\delta(q_1, b)=q_0$
$\delta(q_2, b)=q_3$	$\delta(q_3, b)=q_1$

**Задача 4.** Постройте автоматна граматика, която да поражда езика, разпознаван от недетерминирания краен автомат:

- а)  $A_1 = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2, q_1\} \rangle$  с функция на преходите:

$\delta(q_0, a) = \{q_0, q_3\}$	$\delta(q_2, b) = \{q_2\}$
$\delta(q_0, b) = \{q_0, q_1\}$	$\delta(q_3, a) = \{q_4\}$
$\delta(q_1, a) = \emptyset$	$\delta(q_3, b) = \emptyset$
$\delta(q_1, b) = \{q_2\}$	$\delta(q_4, a) = \{q_4\}$
$\delta(q_2, a) = \{q_2\}$	$\delta(q_4, b) = \{q_4\}$

- б)  $A_2 = \langle \{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_1\} \rangle$  с функция на преходите:

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, 0) = \{q_0, q_1\} & \delta(q_1, 0) = \emptyset \\ \delta(q_0, 1) = \{q_1\} & \delta(q_1, 1) = \{q_0, q_1\}. \end{array}$$

**Задача 5.** Постройте краен автомат, разпознаващ езика, който се поражда от следните автоматни граматика

а)  $\Gamma_1 = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D\}, S, \{S \rightarrow aB, S \rightarrow aC, B \rightarrow aA, C \rightarrow bD, D \rightarrow bC, D \rightarrow bD, D \rightarrow aC, A \rightarrow cA, A \rightarrow c\} \rangle$ ;

б)  $\Gamma_2 = \langle \{0, 1\}, \{S, A, B, C, D, E\}, S, \{S \rightarrow 0A, S \rightarrow \varepsilon, B \rightarrow 0C, B \rightarrow 0D, A \rightarrow 1B, B \rightarrow 1D, D \rightarrow 0E, C \rightarrow 1B, C \rightarrow 0A, E \rightarrow 1A, D \rightarrow 1E, A \rightarrow 0B, A \rightarrow 0D, E \rightarrow 1, C \rightarrow 1\} \rangle$ .

**Задача 6.** За автомата  $N = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{0, 1\}, \delta, q_0 \rangle$  с функция на преходите:

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, a) = \{q_1\} & \delta(q_1, b) = \{q_2\} \\ \delta(q_0, b) = \{q_2\} & \delta(q_2, a) = \{q_1\} \\ \delta(q_1, a) = \{q_1\} & \delta(q_2, b) = \{q_2\} \end{array}$$

Начертайте диаграмата на преходите и проверете резултата от думите: aaabbb; aabbaa; ababab.