

# Краен изпит на Светослав Добромиров Славов, Фак. №20012610**51**

---

## Задача 4.

*In[\*]:=* `DSolve[{y'[x] == y[x] - (5 + 1) Cos[x], y[3] == 1}, y[x], x]`

*Out[\*]=*

$$\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow \frac{e^x - 3 e^x \cos[3] + 3 e^3 \cos[x] + 3 e^x \sin[3] - 3 e^3 \sin[x]}{e^3} \right\} \right\}$$

```

In[*]:= (*Въвеждаме условието на задачата*)
a = 3.; b = 3.1;
x = a;
y = 1.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] := y - (5 + 1) Cos[x]

(*Точно решение*)
yt[x_] := 
$$\frac{e^x - 3 e^x \cos[3] + 3 e^3 \cos[x] + 3 e^x \sin[3] - 3 e^3 \sin[x]}{e^3}$$


(*Съставяме мрежата*)
n = 4; h = 
$$\frac{b - a}{n}$$
;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]

(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h3]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h2]

(*Намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  x12 = x + 
$$\frac{h}{2}$$
;
  y12 = y + 
$$\frac{h}{2}$$
 f[x, y];
  Print["i = ", i, ", xi = ", x, ", yi = ", y, ", fi = ",
    f[x, y], ", xi+1/2 = ", x12, ", yi+1/2 = ", y12, ", fi+1/2 = ",
    f[x12, y12], ", yточно = ", yt[x], ", истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y + h * f[x12, y12];
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]

(*Визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, a, b}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]

```

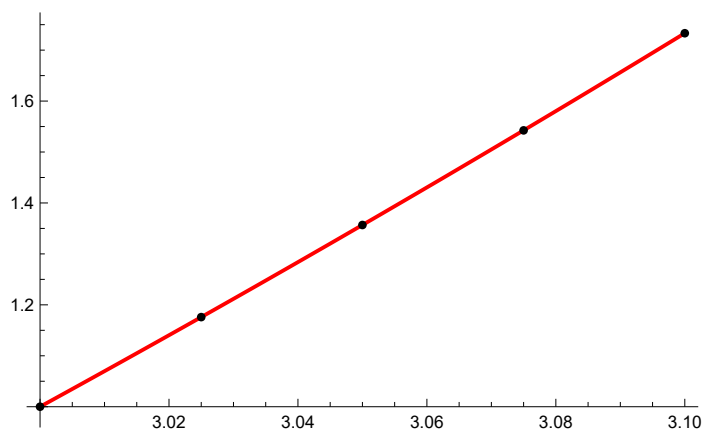
Мрежата е с  $n = 4$  и стъпка  $h = 0.025$

Теоретичната локална грешка е  $0.000015625$

Теоретичната глобална грешка е  $0.000625$

$i = 0, x_i = 3., y_i = 1., f_i = 6.93995, x_{i+1/2} = 3.0125, y_{i+1/2} = 1.08675, f_{i+1/2} = 7.03682, y_{\text{точно}} = 1., \text{истинска грешка} = 4.44089 \times 10^{-16}$   
 $i = 1, x_i = 3.025, y_i = 1.17592, f_i = 7.13519, x_{i+1/2} = 3.0375, y_{i+1/2} = 1.26511, f_{i+1/2} = 7.23263, y_{\text{точно}} = 1.17594, \text{истинска грешка} = 0.0000164342$   
 $i = 2, x_i = 3.05, y_i = 1.35674, f_i = 7.33159, x_{i+1/2} = 3.0625, y_{i+1/2} = 1.44838, f_{i+1/2} = 7.42962, y_{\text{точно}} = 1.35677, \text{истинска грешка} = 0.0000333946$   
 $i = 3, x_i = 3.075, y_i = 1.54248, f_i = 7.52918, x_{i+1/2} = 3.0875, y_{i+1/2} = 1.63659, f_{i+1/2} = 7.62782, y_{\text{точно}} = 1.54253, \text{истинска грешка} = 0.0000508989$   
 $i = 4, x_i = 3.1, y_i = 1.73317, f_i = 7.72798, x_{i+1/2} = 3.1125, y_{i+1/2} = 1.82977, f_{i+1/2} = 7.82723, y_{\text{точно}} = 1.73324, \text{истинска грешка} = 0.0000689657$

Out[8]=

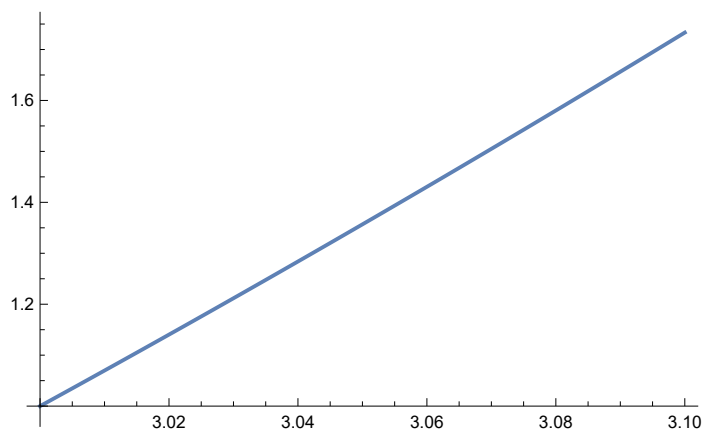


г) точно решение

$$\text{In}[9]:= \text{yt}[x_] := \frac{e^x - 3 e^x \cos[3] + 3 e^3 \cos[x] + 3 e^x \sin[3] - 3 e^3 \sin[x]}{e^3}$$

Plot[yt[x], {x, a, b}]

Out[9]=



д) По метод на Рунге-Кута с четири междинни точки да се реши приближено задачата със същата стъпка. Запишете резултатите в таблица. Сравнете с точното решение.

```
In[*]:= (*Въвеждаме условието на задачата*)
a = 3.; b = 3.1;
x = a;
y = 1.;
points = {{x, y}};
f[x_, y_] := y - (5 + 1) Cos[x]

(*Точно решение*)
yt[x_] := 
$$\frac{e^x - 3 e^x \cos[3] + 3 e^3 \cos[x] + 3 e^x \sin[3] - 3 e^3 \sin[x]}{e^3}$$


(*Съставяме мрежата*)
n = 4; h = 
$$\frac{b - a}{n}$$
;
Print["Мрежата е с n = ", n, " и стъпка h = ", h]

(*Изчисляваме теоретичната грешка*)
Print["Теоретичната локална грешка е ", h5]
Print["Теоретичната глобална грешка е ", h4]

(*Намираме неизвестните стойности за yi*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  k1 = h * f[x, y];
  k2 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k1];
  k3 = h * f[x +  $\frac{1}{2}$  h, y +  $\frac{1}{2}$  k2];
  k4 = h * f[x + h, y + k3];
  Print["i = ", i, ", xi = ", x, ", yi = ", y, ", k1 = ", k1, ", k2 = ", k2, ", k3 = ",
    k3, ", k4 = ", k4, ", yточно = ", yt[x], ", истинска грешка = ", Abs[y - yt[x]]];
  y = y +  $\frac{1}{6}$  (k1 + 2 k2 + 2 k3 + k4);
  x = x + h;
  AppendTo[points, {x, y}]
]

(*Визуализация на резултатите*)
gryt = Plot[yt[x], {x, a, b}, PlotStyle → Red];
grp = ListPlot[points, PlotStyle → Black];
Show[gryt, grp]
```

Мрежата е с  $n = 4$  и стъпка  $h = 0.025$

Теоретичната локална грешка е  $9.76563 \times 10^{-9}$

Теоретичната глобална грешка е  $3.90625 \times 10^{-7}$

$i = 0$ ,  $x_i = 3.$ ,  $y_i = 1.$ ,  $k1 = 0.173499$ ,  $k2 = 0.175921$ ,  $k3 = 0.175951$ ,  $k4 = 0.17838$ ,  $y_{\text{точно}} = 1.$ , истинска грешка =  $4.44089 \times 10^{-16}$

$i = 1$ ,  $x_i = 3.025$ ,  $y_i = 1.17594$ ,  $k1 = 0.17838$ ,  $k2 = 0.180816$ ,  $k3 = 0.180847$ ,  $k4 = 0.183291$ ,  $y_{\text{точно}} = 1.17594$ , истинска грешка =  $7.24323 \times 10^{-10}$

$i = 2$ ,  $x_i = 3.05$ ,  $y_i = 1.35677$ ,  $k1 = 0.18329$ ,  $k2 = 0.185741$ ,  $k3 = 0.185772$ ,  $k4 = 0.188231$ ,  $y_{\text{точно}} = 1.35677$ , истинска грешка =  $1.47312 \times 10^{-9}$

$i = 3$ ,  $x_i = 3.075$ ,  $y_i = 1.54253$ ,  $k1 = 0.188231$ ,  $k2 = 0.190697$ ,  $k3 = 0.190728$ ,  $k4 = 0.193202$ ,  $y_{\text{точно}} = 1.54253$ , истинска грешка =  $2.24701 \times 10^{-9}$

$i = 4$ ,  $x_i = 3.1$ ,  $y_i = 1.73324$ ,  $k1 = 0.193201$ ,  $k2 = 0.195683$ ,  $k3 = 0.195714$ ,  $k4 = 0.198203$ ,  $y_{\text{точно}} = 1.73324$ , истинска грешка =  $3.04664 \times 10^{-9}$

Out[\*]=

