Упражнение 9

Основни тестове за проверка на хипотези за средна стойност. (p-стойност)

Алгоритъм за тестване на хипотези

(р-стойност)

1. Напишете нулевата и алтернативната хипотеза

2. Определете статистиката и извадковото разпределение

3. Пресметнете Р-стойността за статистиката на теста

4. Направете извод

5. Дайте интерпретация на вашия извод

Проверка на хипотези за средна стойност

<table>
<tr><th>Контрахипотеза за популационното средно</th><th>Статистика при известна дисперсия σ^2</th></tr>
<tr><td>H_1: $\mu>\mu_0$</td><td rowspan="3">$$z=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\in N\left(0,1\right)$$</td></tr>
<tr><td>H_1: $\mu<\mu_0$</td></tr>
<tr><td>H_1: $\mu\neq\mu_0$</td></tr>
</table>

Извадката е направена от нормална популация с

- **известна дисперсия**

 или

- **неизвестна дисперсия, но извадка с голям обем, n>30 (В този случай във формулата популационното стандартно отклонение σ се замества с неговата точкова оценка s)**

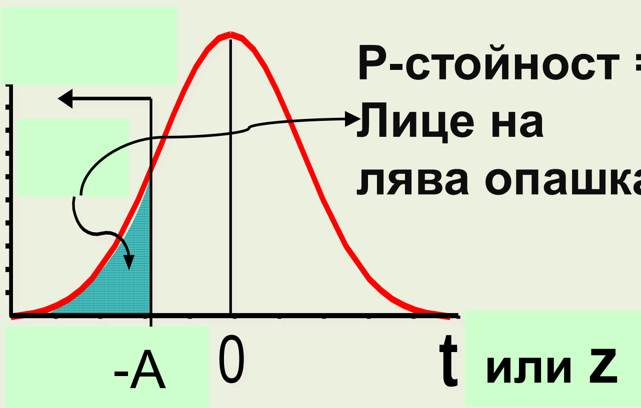
Проверка на хипотези за средна стойност

Контрахипотеза за популационното средно	Статистика при НЕизвестна дисперсия σ^2
H_1: $\mu>\mu_0$	$$t=\frac{(\bar{x}-\mu_0)}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\in t(n-1)$$
H_1: $\mu<\mu_0$	
H_1: $\mu\neq\mu_0$	

Извадката с малък обем n<30 е направена от нормална популация с неизвестна дисперсия
Или неизвестно популационно стандартно отклонение

Определяне за р-стойност= Лице

Едностранен, ляв тест

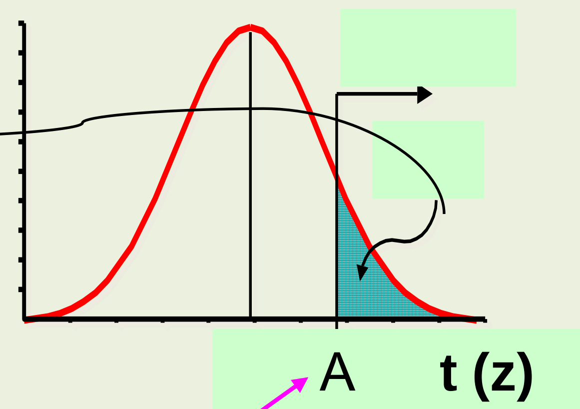


P-стойност = Лице на лява опашка

Стойност на статистиката

Едностранен, десен тест

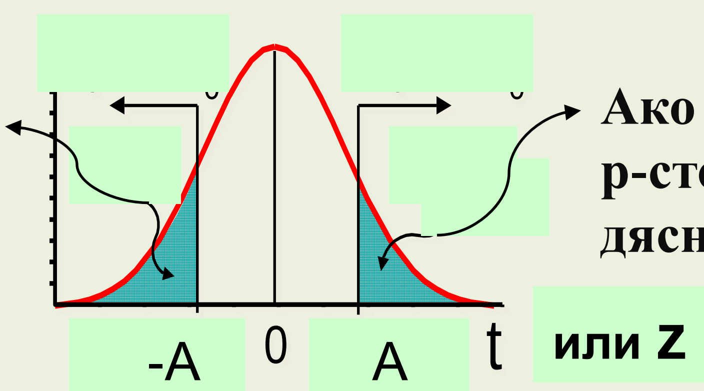
P-стойност = Лице на дясна опашка



Стойност на статистиката

Двустранен тест

Ако *A* е отрицателно, р-стойност = 2* лицето на лявата опашка



Ако *A* е положително, р-стойност= 2* лицето на дясната опашка

Ст.ойност на статистика

Отхвърляме H_0 ако стойността е малка

***P*-стойност**

Интерпретация

По-малко от 0,01 → **Голяма статистическа значимост. Много строги докателства срещу нулевата хипотеза**

От 0,01 до 0,1 → **Статистически достатъчни доказателства срещу нулевата хипотеза.**

По-голямо от 0,1 → **Недостатъчно основание за отхвърляне на нулевата хипотеза**

13.2.Направена е случайна извадка от 576 жители на дадена област с цел да се установи дали консумираното количество портокалов сок в тази област е поне 150 грама дневно. Получено е, че средната дневна консумация на портокалов сок от тези жители е **143** грама. Знае се, че дневната консумация е нормално разпределена със стандартно отклонение 96 грама. Намерете p-стойността на теста и направете извод..

Решение: Интерпретация а данните:

576=n обем на извадката

96= популационна дисперсия σ^2 (параметър)

150= константата от хипотезата

143=$\bar{x}$ извадковото средно (статистика)

0.05=α

дали поне 150 грама дневно => едностранен тест

H_0: $\mu=150$ H_1: $\mu<150$ Използваме статистиката $z=\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\in N(0,1)$

Z=$\frac{143-150}{96}\sqrt{576}=-1.75$

Намиране на p-стойността-= лицето наляво от точката -1.75, т.е. 1—0.96=0.04 ⇒

$\text{Извод } 0.04 \text{ е } < 0.1 \ \Rightarrow \text{Отхвърляме}$ H_0. Консумираното количество портокалов сок в тази област е <150 гр дневно. (СРАВНИ С ИЗВОДА с КО)

13.7. Производител на лютеница я пакетира в буркани с етикети, на които е записано *нето 400 г.* Известно е, че теглото е нормално разпределено със стандартно отклонение 10 грама. Направена е извадка от 16 буркана и е получено, че тяхното средно тегло е 404 г.
б) Трябва ли да се препоръча регулиране на машината, ако се използва p-стойност?

Решение: Интерпретация а данните:
10= популационно стандартно отклонение σ(параметър)
400= константата от хипотезата
404=$\bar{x}$ извадковото средно (статистика)
16=n=обем на извадката

H_0: μ=400 H_1: μ≠400
Известна популационна дисперсия. Използваме статистиката

$$Z=\frac{404-400}{10}\sqrt{16} = 1.6$$

Намиране на p-стойността-= удвоеното лице надясно от точката 1.6, т.е.
2(1—0.945)=2*0.055=0.11 $\Rightarrow$ Извод 0.11 е > 0.1 $\Rightarrow$ Няма основание да отхвърлим H_0. Няма статистическо основание да се препоръча регулиране на машината. (СРАВНИ С ИЗВОДА с КО)

13.8. От учебен отдел в Университета „Образование за всеки“ е направена случайна извадка от 25 първокурсници и е получено, че средния им успех от първия семестър е 5,10 с дисперсия 0,059. Знае се, че успехът е нормално разпределена случайна величина.
б) Като използвате p-стойност, тествайте хипотезата, че успехът на студентите в този университет е над 5,00.

Решение: Интерпретация а данните:
5= константата от хипотезата
5.10=$\overline{x}$ извадковото средно (статистика
0.059= ивадкова дисперсия s^2 (статистика)
25=n=обем на извадката

H_0: μ=5 H_1: μ**>5**
Неизвестна популационна дисперсия и малък обем. Използваме статистиката
t(24)=$\frac{5.1-5.00}{\sqrt{0.059}}\sqrt{25} = 2.05847$
Намиране на p-стойността-= лицето надясно от точката 2.05847 на 24 ред, т.е.
p=1—0.975=0.025 $\Rightarrow$ Извод 0.025 е < 0.1 $\Rightarrow$ Отхвърляме H_0. Успехът е по-голям от 5.00 (СРАВНИ С ИЗВОДА с КО)

13.9. Известно е, че разходът на бензин на определен вид автомобил е нормално разпределен. Производителят твърди, че определена марка автомобили до 10000 км имат разход не по-голям от 7,5 на сто на магистрала.Случайно са избрани 9 коли от определения модел, всяка под 10000 км,и е измерен техният разход на бензин. Намерено е, че средният им разход на бензин на магистралата София –Пловдив е 7,48 л на сто със стандартно отклонение 0,1. Може ли да се твърди, че твърдението в каталога на производителят не е вярно?

Решение: Интерпретация а данните:

0.1= извадково стандартно отклонение s (статистика)

7.5= константата от хипотезата

7.55=$\bar{x}$ извадковото средно (статистика)

9=n=обем на извадката

$$t = \frac{(\bar{x} - \mu_0)}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \in t(n-1)$$

разход не по-голям от 7,5(7.48<7.5) => едностранен тест, лявостранен

H_0: μ=7.5 H_1: μ<**7.5**

Неизвестна популационна дисперсия и малък обем. Използваме статистиката

t(8)=$\frac{7.48-7.5}{0.1}\sqrt{9} = -0.6$

Наляво от точката (-0.6) лицето от Приложение 2 на 8 ред е 1-0.65=0.35 => р-стойност=0.35>0.1 ⇒ Извод ⇒ НЕ отхвърлим H_0, т.е. Нямаме основание да приемем , че разходът на гориво е по-малък от 7.5 на сто. (независимо, че средния разход от извадката е <7.5)

13.3. Паста за зъби се опакова в разфасовки по 50 грама. Знае се, че теглото е нормално разпределено. За да се тества дали машината не пълни по-малко, се вземат по произволен начин 10 тубички и се претеглят и се получава средното им тегло е 48 гр. с дисперция 4.

К
Р
А
Й

Решение: Интерпретация на данните:
4= извадково стандартна дисперсия s (статистика)
50= константата от хипотезата
48=$\bar{x}$ извадковото средно (статистика)
10=n=обем на извадката

Пълни ли по-малко от 50 => едностранен тест, лявостранен

H_0: μ=50 H_1: μ**<50**
Неизвестна популационна дисперсия и малък обем. Използваме статистиката
t=$\frac{48-50}{2}\sqrt{10} = -\sqrt{10}$=-3.17
От приложение 2 на ред 9 лицето наяво от (-3.17) е 1- $0.995 = 0.005 = \text{р} - \text{стоймост} < 0.1 \Rightarrow \text{Извод} \Rightarrow \text{Отхвърляме}$ H_0. Машината пълни по малко от 50 гр.