

# Интерполационен полином на Лагранж

Задача: (a и b са съответно предпоследната и последната цифра на факултетния номер)

1. Да се състави таблица  $(x_i, f(x_i))$ , където

$$x_i = -a + i(0.2), i = \overline{0, 10} \quad f(x) = \ln(x^2 + b + 1)$$

2. Изберете 3 подходящи точки, по които да се построи интерполационен полином за изчисляване на приближената стойност на функцията в точката

$$z = -a + (0.23)b + 0.02$$

3. Изберете 4 подходящи точки, по които да се построи интерполационен полином за изчисляване на приближената стойност на функцията в същата точка.

4. Да се построят интерполационните полиноми на Лагранж по избраните възли (отделно за подточка 2 и за подточка 3).

5. Да се пресметнат приближените стойности на функцията в дадената точка (отделно за подточка 2 и за подточка 3).

6. Да се оцени грешката на полученото приближение (отделно за подточка 2 и за подточка 3).

7. Да се сравнят резултатите от двете намерени приближени стойности.

---

## 1. Съставяне на таблицата

```
In[49]:= xt = Table[-0 + i * 0.2, {i, 0, 10}]
```

```
Out[49]= {0., 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1., 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.}
```

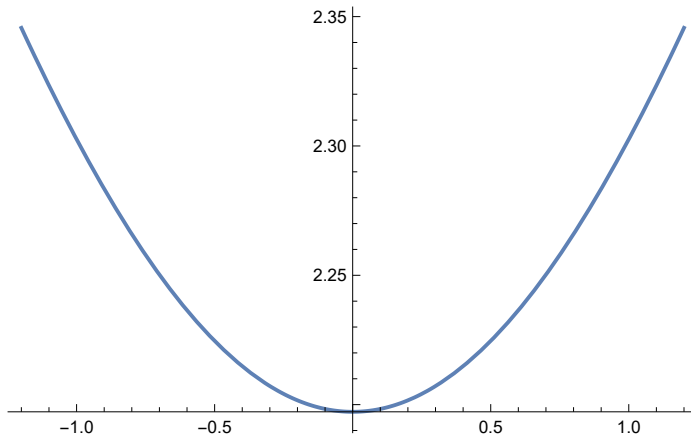
```
In[50]:= f[x_] := Log[x^2 + 9]
```

```
yt = f[xt]
```

```
Out[51]= {2.19722, 2.20166, 2.21485, 2.23645, 2.26592,  
2.30259, 2.34564, 2.39425, 2.44755, 2.50471, 2.56495}
```

```
In[52]:= grf = Plot[f[x], {x, -1.2, 1.2}]
```

```
Out[52]=
```



```
In[53]:= n = Length[xt]
```

```
points = Table[{xt[[i]], yt[[i]]}, {i, 1, n}]
```

```
Out[53]=
```

```
11
```

```
Out[54]=
```

```
{ {0., 2.19722}, {0.2, 2.20166}, {0.4, 2.21485},  
  {0.6, 2.23645}, {0.8, 2.26592}, {1., 2.30259}, {1.2, 2.34564},  
  {1.4, 2.39425}, {1.6, 2.44755}, {1.8, 2.50471}, {2., 2.56495} }
```

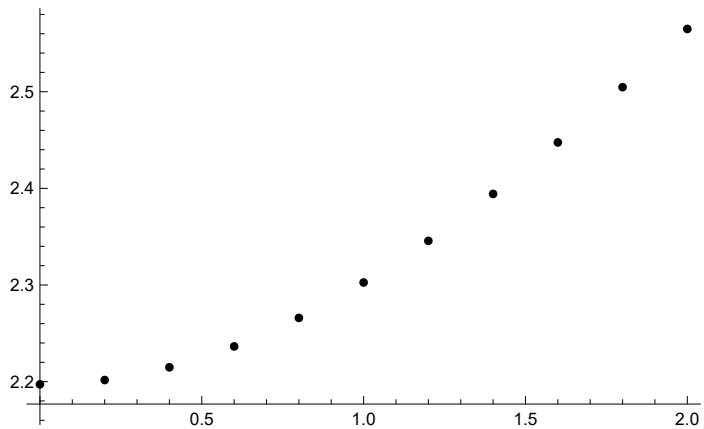
```
In[55]:= 0
```

```
Out[55]=
```

```
0
```

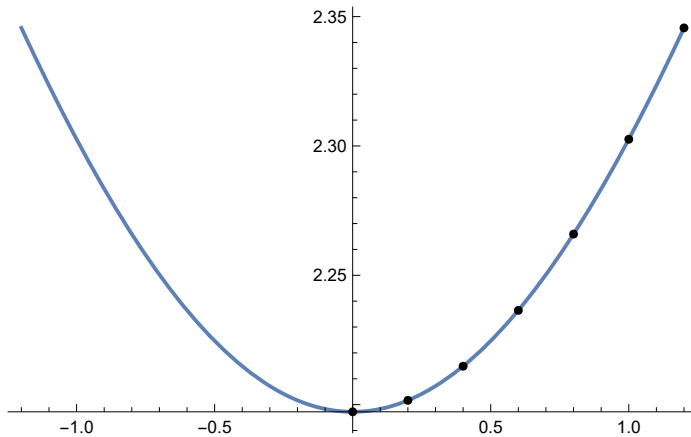
```
In[56]:= grp = ListPlot[points, PlotStyle -> Black]
```

```
Out[56]=
```



In[57]:= Show[grf, grp]

Out[57]=



## 2. Избираме 3 точки за $z = -a + (0.23)b + 0.02$ (квадратична интерполация)

In[58]:=  $z = -0 + (0.23 * 8) + 0.02$

Out[58]=

1.86

In[59]:= 
$$L1[x_] := 3.3728 * \frac{(x + 4.4)(x + 4.2)}{(-4.6 + 4.4)(-4.6 + 4.2)} +$$

$$3.30908 * \frac{(x + 4.6)(x + 4.2)}{(-4.4 + 4.6)(-4.4 + 4.2)} + 3.24415 * \frac{(x + 4.6)(x + 4.4)}{(-4.2 + 4.6)(-4.2 + 4.4)}$$

In[88]:= Expand[L1[x]]

Out[88]=

$1.60111 - 0.454725x - 0.015125x^2$

## Проверка на интерполационните условия

In[95]:= L1[-4.6]

L1[-4.4]

L1[-4.2]

Out[95]=

3.3728

Out[96]=

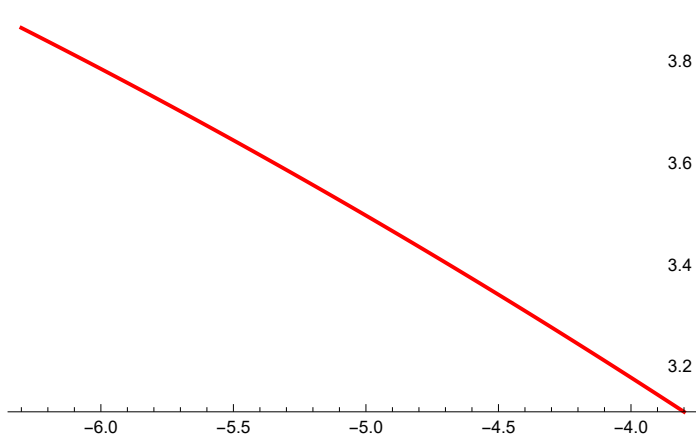
3.30908

Out[97]=

3.24415

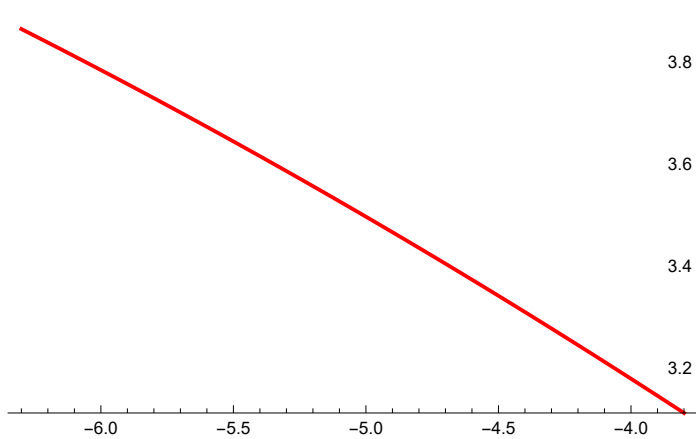
```
In[98]:= grL1 = Plot[L1[x], {x, -6.3, -3.8}, PlotStyle → Red]
```

```
Out[98]=
```



```
In[99]:= Show[grL1, grf, grp]
```

```
Out[99]=
```



## Пресмятане на приближена стойност

```
In[100]:=
```

```
L1[-4.37]
```

```
Out[100]=
```

```
3.29942
```

за сравнение с истинската стойност

```
In[101]:=
```

```
f[-4.37]
```

```
Out[101]=
```

```
3.33566
```

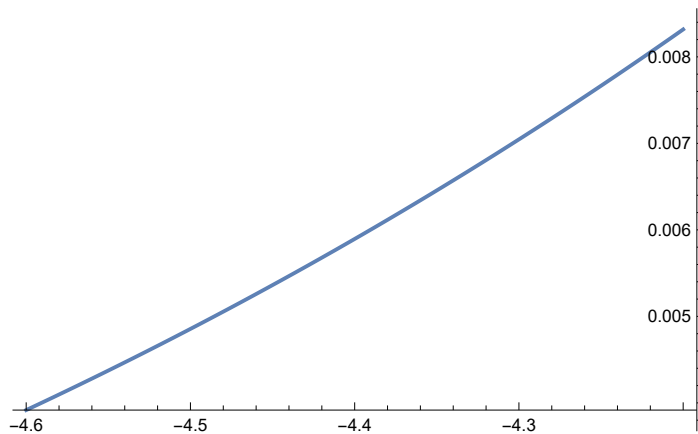
## Оценка на грешката

### Теоретична грешка

In[102]:=

**Plot[Abs[f'''[x]], {x, -4.6, -4.2}]**

Out[102]=



In[103]:=

**M2 = Abs[f'''[-4.2]]**

Out[103]=

**0.0083173**

In[104]:=

**R1[x\_] :=  $\frac{M2}{3!}$  Abs[(x + 4.6) (x + 4.4) (x + 4.2)]**

In[105]:=

**R1[-4.37]**

Out[105]=

**$1.62603 \times 10^{-6}$**

### Истинска грешка

In[106]:=

**Abs[L1[-4.37] - f[-4.37]]**

Out[106]=

**0.0362416**

## 2. Избираме 4 точки за $z = -a + (0.23)b + 0.02$ (кубична интерполация)

In[107]:=

$$\begin{aligned} L2[x_] := & \\ & 3.3728 * \frac{(x + 4.4)(x + 4.2)(x + 4)}{(-4.6 + 4.4)(-4.6 + 4.2)(-4.6 + 4)} + 3.30908 * \frac{(x + 4.6)(x + 4.2)(x + 4)}{(-4.4 + 4.6)(-4.4 + 4.2)(-4.4 + 4)} + \\ & 3.24415 * \frac{(x + 4.6)(x + 4.4)(x + 4)}{(-4.2 + 4.6)(-4.2 + 4.4)(-4.2 + 4)} + 3.17805 * \frac{(x + 4.6)(x + 4.4)(x + 4.2)}{(-4 + 4.6)(-4 + 4.4)(-4 + 4.2)} \end{aligned}$$

In[108]:=

**Expand[L2[x]]**

Out[108]=

$$1.67195 - 0.406358 x - 0.004125 x^2 + 0.000833333 x^3$$

### Проверка на интерполационните условия

In[121]:=

**L2[-4.6]**

**L2[-4.4]**

**L2[-4.2]**

**L2[-4]**

Out[121]=

3.3728

Out[122]=

3.30908

Out[123]=

3.24415

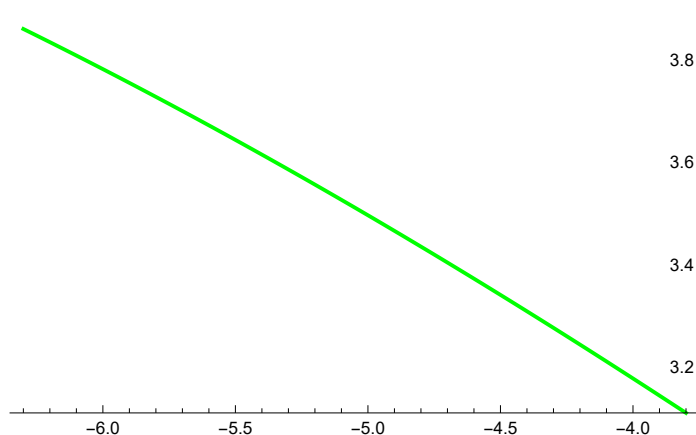
Out[124]=

3.17805

In[125]:=

**grL2 = Plot[L2[x], {x, -6.3, -3.8}, PlotStyle -> Green]**

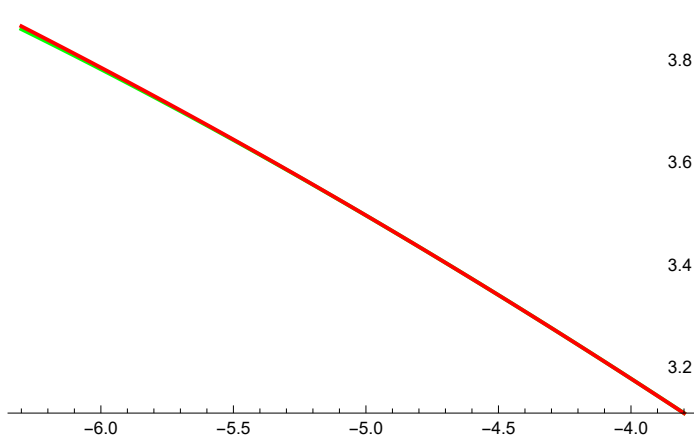
Out[125]=



In[126]:=

**Show[grL2, grL1, grf, grp]**

Out[126]=



## Пресмятане на приближена стойност

In[127]:=

**L2[-4.37]**

Out[127]=

**3.29942**

за сравнение с истинската стойност

In[128]:=

**f[-4.37]**

Out[128]=

**3.33566**

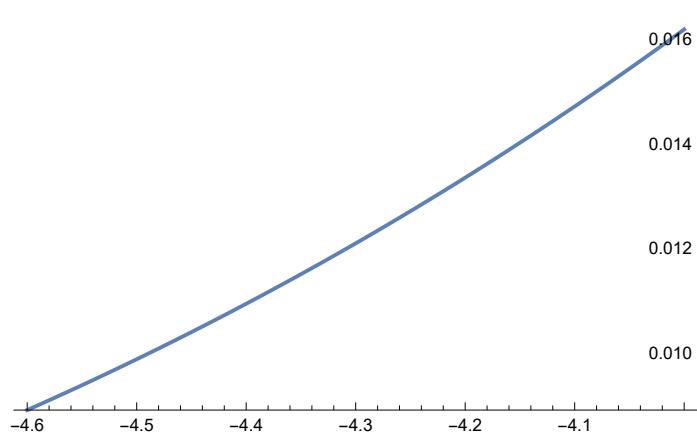
## Оценка на грешката

### Теоретична грешка

In[129]:=

**Plot[Abs[f''''[x]], {x, -4.6, -4}]**

Out[129]=



In[130]:=

**M3 = N[Abs[f''''[-4]]]**

Out[130]=

**0.0161894**

In[131]:=

**R2[x\_] :=  $\frac{M3}{4!} \text{Abs}[(x + 4.6)(x + 4.4)(x + 4.2)(x + 4)]$**

In[132]:=

**R2[-4.37]**

Out[132]=

**$2.92766 \times 10^{-7}$**

### Истинска грешка

In[133]:=

**Abs[L2[-4.37] - f[-4.37]]**

Out[133]=

**0.0362426**