

問 4-16 モーゲージの分割

(e)

元本のデュレーション

$$\begin{aligned} D_V &= -\frac{1}{V} \frac{dV}{dr} \\ &= -\frac{1}{r(1+r)} + \frac{n(1+r)^{n-1}}{(1+r)^n - 1} \end{aligned}$$

利息のデュレーション

$$\begin{aligned} D_W &= -\frac{1}{W} \frac{dW}{dr} \\ &= -(n+1) \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^{n+1} - (n+1)r - 1} + \frac{1}{1+r} + \frac{n(1+r)^{n-1}}{(1+r)^n - 1} \end{aligned}$$

デュレーションの差

$$\begin{aligned} D_V - D_W &= -\frac{1}{r} + (n+1) \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^{n+1} - (n+1)r - 1} \\ &= f(r; n) \end{aligned}$$

$y = f(r; n)$ のグラフを描く

In [1]:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
```

In [2]:

```
def f(r,n):
    return -1/r + (n+1)*((1+r)**n-1)/((1+r)**(n+1)-(n+1)*r-1)
```

In [3]:

```

r=np.arange(0,1,0.01)
for n in range(1,21,5):
    plt.plot(r, f(r,n=n),label='$n={0}$'.format(n))
plt.plot(r,np.ones_like(r)*0, label='zero line')
plt.legend()
plt.xlabel('$r$')
plt.ylabel('$f(r;n)$\n$=D_V-D_W$')
plt.show()

```

