

夏休み毎日積分 4 日目 (解答)

2020 年 8 月 6 日

作成者: ryusuke.h

— day 4 —

次の積分を求めよ。

※今日から少しずつレベル上げていきます～

問 1 $\int \frac{1}{\tan^2 2x} dx$

$\tan^2 2x + 1 = \frac{1}{\cos^2 2x}$ であるから、両辺の逆数を取ると、 $\frac{1}{\tan^2 2x} = \cos^2 2x - 1$ となる。

さらに、 $\cos^2 2x = \cos 2x \cos 2x$ であるから、積和の公式を使用すると、

$$2 \cos 2x \cos 2x = \cos 4x + \cos 0$$

$$\cos^2 2x = \frac{1}{2}(\cos 4x + \cos 0)$$

$$\cos^2 2x = \frac{1}{2}(1 + \cos 4x)$$

したがって、

$$\frac{1}{\tan^2 2x} = \frac{1}{2}(1 + \cos 4x) - 1 = \frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{2} \text{ であるから、}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{与式}) &= \int \frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2} \int \cos 4x dx - \frac{1}{2} \int dx \\
 &= \frac{1}{8} \sin 4x - \frac{1}{2} x + C \quad (C \text{ は積分定数とする})
 \end{aligned}$$

問2 $\int \sin^2 2x dx$

$\sin^2 2x = \sin 2x \sin 2x$ であるから、積和の公式を再び使用すると、

$$\begin{aligned}
 -2 \sin 2x \sin 2x &= \cos(2x + 2x) - \cos(2x - 2x) \\
 -2 \sin^2 2x &= \cos 4x - \cos 0 \\
 \sin^2 2x &= -\frac{1}{2}(\cos 4x - 1) \\
 \sin^2 2x &= \frac{1}{2}(1 - \cos 4x) \text{ となる。}
 \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned}
 (\text{与式}) &= \int \frac{1}{2}(1 - \cos 4x) dx = \frac{1}{2} \left(\int dx - \int \cos 4x dx \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{4} \sin 4x \right) + C \\
 &= \frac{1}{2} x - \frac{1}{8} \sin 4x + C \quad (C \text{ は積分定数とする})
 \end{aligned}$$

～補足～

積和のの問題再来です。

気づければ瞬殺だけどわからないと手が出せないものですね、
解説でわからなければ自分で調べるか、個別に聞いてください。