夏休み毎日積分 Day11 (解答)

公立はこだて未来大学 システム情報科学部 B2 日置竜輔

2020年8月11日

- day 11 -

次の定積分を求めよ。 ※今日はいろいろな問題です。

問 1
$$\int_0^\infty \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$$

 $e^x = t$ とおいて解いていく。

$$\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx = \int \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx = \frac{1}{1 + t^2} dt = \arctan t$$

であるから、

(与式) =
$$[\arctan t]_1^{\infty} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

問 2 $\iint_D \frac{1}{1+x+y+xy} dxdy \qquad D = \{(x,y) | 1 \le x \le 4, \quad 2 \le y \le 3\}$

(与式) =
$$\int_{1}^{4} dx \int_{2}^{3} \frac{1}{(1+x)(1+y)} dy = \int_{1}^{4} dx \left[\frac{\log(1+y)}{1+x} \right]_{y=2}^{y=3}$$

= $\int_{1}^{4} \frac{\log 4 - \log 3}{1+x} dx = \left[(\log 4 - \log 3) \log (1+x) \right]_{1}^{4}$
= $(\log 4 - \log 3) (\log 5 - \log 2)$

1 問目は e^x をかけることで、きれいな形になります。 2 問目は因数分解するということが見抜ければ、一発です。 解説でわからなければ自分で調べるか、個別に聞いてください。