

春休み毎日微分方程式 Day 11 (解答)

ryusuke_h*

2021 年 3 月 22 日

問 1

次の関数 $f(x)$ が次の条件を満たす時、 $f(x)$ を答えよ。

I. 任意の実数 x に対して、

$$\int_0^x f(t)dt - 3 \int_{-x}^0 f(t)dt = x^3$$

両辺を微分すると、

$$f(x) - 3f(-x) = 3x^2 \quad (0.0.1)$$

ここで $x \rightarrow -x$ と置換すると、

$$f(-x) - 3f(x) = 3x^2 \quad (0.0.2)$$

が得られるので、(0.0.1),(0.0.2) の 2 式を連立すると、

$$\begin{aligned} -8f(x) &= 12x^2 \\ f(x) &= -\frac{3}{2}x^2 \end{aligned}$$

これは某私立の大学入試の改題です。高校生レベルで解ける問題を用意してみました。
色々なパターンに慣れていけると良いですね。

* Future University Hakodate B2