夏休み毎日積分 Day9 (解答)

公立はこだて未来大学 システム情報科学部 B2 日置竜輔 2020 年 8 月 9 日

day 9

次の定積分を求めよ。 ※今日はガウス積分です。

問 1
$$\iint_D x dx dy$$
 $D = \{(x,y)|x+y < 2, x > 0, y > 0\}$

$$\iint_{D} x dx dy = \int_{0}^{2} dx \int_{0}^{2-x} x dy$$
$$= \int_{0}^{2} \left(x \left[y \right]_{0}^{2-x} \right) dx = \int_{0}^{2} x (2-x) dx = \left[x^{2} - \frac{1}{3} x^{3} \right]_{0}^{2} = \frac{4}{3}$$

問 2
$$\iint_D (1-x-y)dxdy$$
 $D = \{(x,y)|x+y \le 1, x \ge 0, y \ge 0\}$

$$\iint_{D} (1 - x - y) dx dy = \int_{0}^{1} \left\{ \int_{0}^{1 - x} (1 - x - y) dy \right\} dx$$

$$= \int_{0}^{1} \left[-\frac{(1 - x - y)^{2}}{2} \right]_{0}^{1 - x} dx$$

$$= \int_{0}^{1} \frac{(1 - x)^{2}}{2} dx$$

$$= \left[-\frac{(1 - x)^{3}}{6} \right]_{0}^{1}$$

$$= \frac{1}{6}$$

~補足~

再び重積分を行いました。 グラフを想像したら比較的容易に溶ける問題です。 解説でわからなければ自分で調べるか、個別に聞いてください。