春休み毎日微分方程式 Day 5 (解答)

公立はこだて未来大学 システム情報科学部 B2 日置竜輔

2021年2月15日

問1

以下の計算をせよ。

I. $(D^2+D)(x^3-3x)$ ただし、 $D=\frac{d}{dx}$ と定義する。

微分演算子は普通の文字と同様の計算ができるので、展開して以下のように計算する。

$$(D^{2} + D)(x^{3} - 3x) = D^{2}(x^{3} - 3x) + D(x^{3} - 3x)$$
$$= \frac{d^{2}}{dx}(x^{3} - 3x) + \frac{d}{dx}(x^{3} - 3x)$$
$$= (6x) + (3x^{2} - 3)$$
$$= 3x^{2} + 6x - 3$$

と計算できる。

--- 微分演算子法の超基本事項 -

I D を重ね掛けして複数回の微分を表現可能

$$D^2 = \frac{d^2}{dx}, \qquad D^3 = \frac{d^3}{dx}, \qquad D^n = \frac{d^n}{dx}$$

II D 定数はの前に出せる。

$$D^n a f(x) = a D^n f(x)$$

III D は分配・結合ができる。

$$(D^m + D^n)f(x) = D^m f(x) + D^n f(x)$$