春休み毎日微分方程式 Day 2 (解答)

公立はこだて未来大学 システム情報科学部 B2 日置竜輔

2021年3月3日

問1

I. $y' = 2xy^2$ の一般解を求めよ。

両辺を y^2 で割ると、

$$\int \frac{dy}{dx} \frac{1}{y^2} = 2x$$

両辺をxで積分すると、

$$\int \frac{1}{y^2} dy = \int 2x dx$$

となるので、両辺を積分すると、

$$-\frac{1}{y} = x^2 + C \qquad (C \text{ は任意定数})$$
つまり、

$$y = -\frac{1}{x^2 + C}$$

II. I において、y(0) = -1 となるような特殊解を求めよ。

$$(0.0.1)$$
 において、 $x=0$ を 代入すると、 $-1=\frac{1}{C}$

すなわち C=1 より、求める特殊解は、

$$y = -\frac{1}{x^2 + 1}$$