

春休み毎日微分方程式 Day 5 (解答)

公立はこだて未来大学 システム情報科学部 B2 日置竜輔

2021 年 3 月 9 日

問 1

以下の計算をせよ。

I. $(D^2 + D)(x^3 - 3x)$ ただし、 $D = \frac{d}{dx}$ と定義する。

微分演算子は普通の文字と同様の計算ができるので、展開して以下のように計算する。

$$\begin{aligned}(D^2 + D)(x^3 - 3x) &= D^2(x^3 - 3x) + D(x^3 - 3x) \\ &= \frac{d^2}{dx^2}(x^3 - 3x) + \frac{d}{dx}(x^3 - 3x) \\ &= (6x) + (3x^2 - 3) \\ &= 3x^2 + 6x - 3\end{aligned}$$

と計算できる。

I D を重ね掛けして複数回の微分を表現可能

$$D^2 = \frac{d^2}{dx}, \quad D^3 = \frac{d^3}{dx}, \quad D^n = \frac{d^n}{dx}$$

II 定数は D の前に出せる。

$$D^n a f(x) = a D^n f(x)$$

III D は分配・結合ができる。

$$(D^m + D^n) f(x) = D^m f(x) + D^n f(x)$$