



SIN211 Algoritmos e Estruturas de Dados

Prof. João Batista Ribeiro

joao42ibatista@gmail.com



Universidade Federal de Viçosa

Slides baseados no material da Prof.^a Rachel Reis



Aula de Hoje

- TAD Pilha



Estrutura de Dados Lista

- Se considerarmos apenas as operações de inserção, remoção, realizadas sobre os extremos da lista, podemos falar em outras estruturas específicas, frequentes na modelagem de problemas computacionais.
- Exemplos dessas estruturas são as **pilhas**, **filas** e **deques**.



Pilha

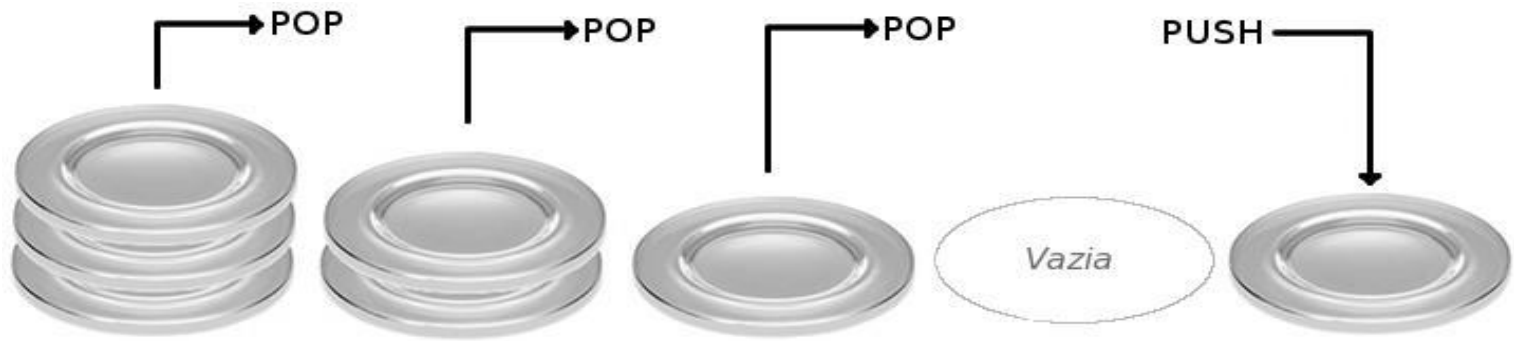
- Definições:

“Uma **pilha** é um conjunto de itens no qual novos itens podem ser inseridos e a partir do qual podem ser eliminados em uma extremidade chamada **topo** da pilha” (Tenenbaum *et al*, 2005, p. 86).

“Uma pilha é uma lista linear em que todas as inserções, retiradas e, geralmente, todos os acessos são feitos em apenas um extremo da lista” (Ziviani, 2005, p. 72).

Pilha

- O tipo abstrato de dados pilha pode ser representado por uma pilha de pratos em um restaurante, se imaginarmos um prato por vez, os pratos são colocados e retirados apenas do topo da pilha. O último prato colocado será o primeiro a ser retirado da pilha.
- Pode-se pegar um prato apenas se existirem pratos na pilha, e um prato pode ser adicionado à pilha apenas se houver espaço suficiente, ou seja, se a pilha não estiver muito alta (implementação estática).





Tipo Abstrato de Dados Pilha

- As estruturas de dados **pilha** adotam o critério LIFO (*Last In First Out* - último elemento a entrar é o primeiro elemento a sair).
- Aplicação:
 - 1) Pilha de execução de um programa
 - 2) Casamento de delimitadores (parênteses, chaves, colchetes, etc)
 - 3) Notação posfixa



Tipo Abstrato de Dados Pilha

- Operações básicas:

- inserir, também denominada **empilhar**:

`push (s, x);` */* se houver espaço, insere no topo da pilha
 's' o elemento 'x'. */*

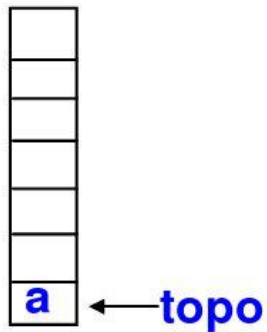
- remover, também denominada **desempilhar**:

`x = pop (s);` */* se houver, remove o item que está no topo
 da pilha 's', retornando seu valor. */*

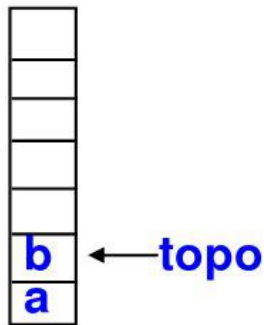
Tipo Abstrato de Dados Pilha

- Operações push e pop:

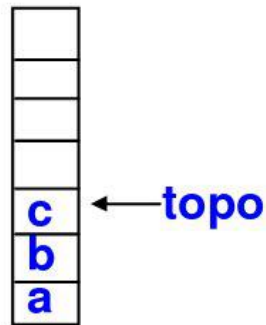
push (a)



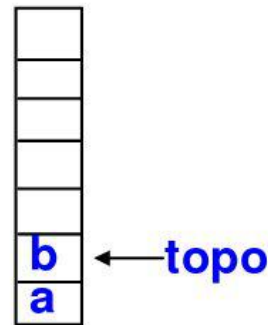
push (b)



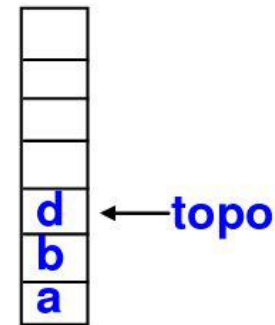
push (c)



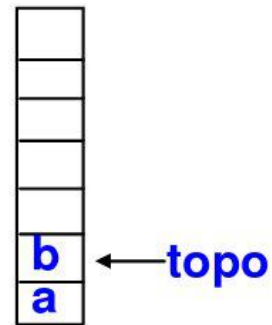
pop ()
retorna c



push (d)



pop ()
retorna d





Tipo Abstrato de Dados Pilha

- Outras operações:

- pesquisar, ou acesso ao topo:

```
x = stacktop (s);  /* se houver, retorna o valor que está  
                    no topo da pilha 's' */
```

- inicializar:

```
init (s);           // inicializa a pilha 's' no estado "vazia"
```

- verificar se está vazia:

```
empty (s);          // verifica se a pilha 's' está "vazia"
```

- verificar se está cheia:

```
full (s);           // verifica se a pilha 's' está "cheia"  
                    (apenas para implementação estática)
```

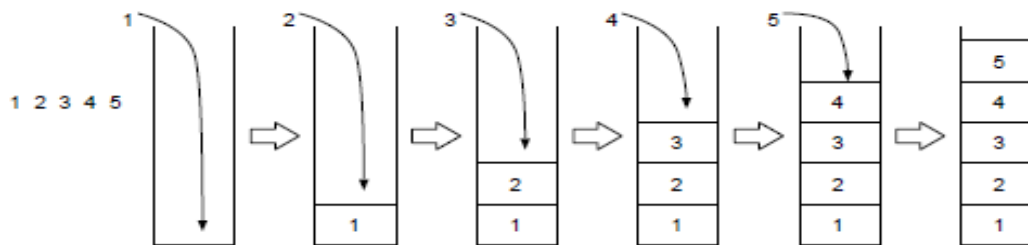


Implementação

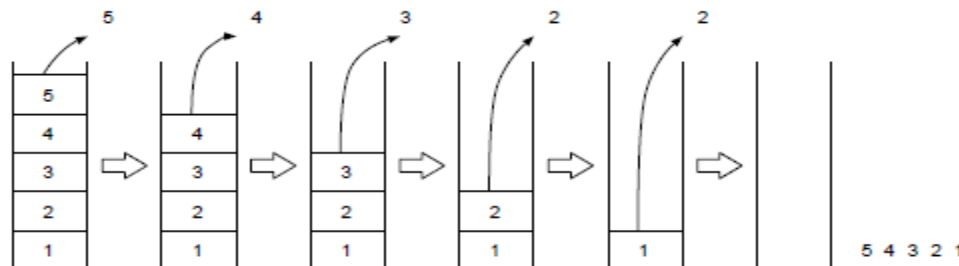
- Como uma pilha pode ser representada em C?
 - Implementação estática (vetor)
 - Implementação usando lista encadeada

Implementação - vetor

- Em uma implementação por meio de vetor os itens são armazenados em posições contíguas de memória
- A operação **push** faz a pilha expandir-se



- A operação **pop** faz a pilha contrair-se





Implementação - vetor

- Definição do tipo Pilha

```
#define TAMMAX 100
typedef struct sPilha{
    <TIPO> itens[TAMMAX];
    int topo;
}Pilha;
```

- Declaração de uma pilha 'p'
- Pilha p;



Implementação - vetor

- Operações:
 - Inicializa
 - Verificar se a pilha está vazia
 - Verificar se a pilha está cheia
 - Empilhar um item
 - Desempilhar
 - Retornar o elemento que está no topo da pilha sem removê-lo



Implementação - vetor

- Inicializar a pilha no estado “vazia”

```
void init (Pilha *s) {  
    s->topo = -1;  
}
```



Implementação - vetor

- Verificar se a pilha está vazia

```
int empty (Pilha *s){  
    if (s->topo == -1)  
        return 1;  
    return 0;  
}
```



Implementação - vetor

- Verificar se a pilha está cheia

```
int full(Pilha *s) {  
    if (s->topo == TAMMAX-1)  
        return 1;  
    return 0;  
}
```




Implementação - vetor

- Empilhar um item

```
void push(Pilha *s, int val) {  
    if ( full(s) ) { // overflow  
        printf ("ERRO: pilha cheia.\n") ;  
    } else {  
        ++s->topo;  
        s->itens[s->topo] = val;  
    }  
}
```



Implementação - vetor

- Desempilhar

```
int pop (Pilha *s) {  
    int aux;  
    if ( empty(s) ) { //underflow  
        printf ("ERRO: pilha vazia.\n") ;  
        return -1;  
    } else {  
        aux = s->itens[s->topo];  
        s->topo--;  
        return aux;  
    }  
}
```



Implementação - vetor

- Retornar o elemento que está no topo da pilha sem removê-lo

```
int stacktop (Pilha *s){  
    if(empty(s)) { //underflow  
        printf ("ERRO: pilha vazia.\n") ;  
        return -1;  
    }  
    return s->itens[s->topo] ;  
}
```



Implementação - vetor

Programa Principal

```
int main(){
    int val;
    Pilha s;
    init(&s);

    push(&s, 7);
    push(&s, 4);

    pop(&s);

    val = stacktop(&s);
    if (val != -1)
        printf("Topo da pilha: %d", val);
}
```



Implementação – Lista Encadeada

- Para implementar uma pilha como uma lista encadeada, precisamos ter acesso ao topo da pilha
 - Para isso será necessário armazenar um ponteiro para o topo da pilha



Implementação – Lista Encadeada

- Um struct que representa um elemento da pilha, contendo as informações necessárias e um ponteiro para o próximo elemento

```
typedef struct cell{  
    int info;  
    struct cell * next;  
}CELULA;
```

- Declaração de pilha:

```
CELULA* ptrPilha;
```



Implementação – Lista Encadeada

- Operações:
 - Inicializar
 - Verificar se a pilha está vazia
 - Acessar topo sem removê-lo
 - Empilhar
 - Desempilhar



Implementação – Lista Encadeada

■ Inicializar

- Nome da função: init
- Tipo de retorno: void
- Descrição: Inicializa o ponteiro para o topo da pilha com valor NULL

■ Verificar se a pilha está vazia

- Nome da função: empty
- Tipo de retorno: int
- Retornar 1 se a pilha estiver vazia; 0 caso contrário.



Implementação – Lista Encadeada

■ **Empilhar**

- Nome da função: push
- Tipo de retorno: void
- Descrição: função responsável por criar/inicializar/inserir um novo item no topo da pilha

■ **Desempilhar**

- Nome da função: pop
- Tipo de retorno: <tipo_da_informação>
- Descrição: função responsável por remover um item do topo da pilha.



Aplicação – Pilha de execução

1) Pilha de execução de um programa:

```
1 void proc1() {  
2   printf("1");  
3   proc2();  
4 }
```

```
1 void proc2() {  
2   proc3();  
3   proc4();  
4 }
```

```
1 void proc3() {  
2   proc4();  
3   printf("3");  
4 }
```

```
1 void proc4() {  
2   printf("4");  
3 }
```

Pilha de execução

O que será impresso?



Aplicação – Pilha de execução

1) Pilha de execução de um programa:

<pre>1 void proc1() { 2 printf("1"); 3 proc2(); 4 }</pre>	<pre>1 void proc2(){ 2 proc3(); 3 proc4(); 4 }</pre>	<pre>1 void proc3() { 2 proc4(); 3 printf("3"); 4 }</pre>	<pre>1 void proc4 () { 2 printf("4"); 3 }</pre>
--	--	---	---

proc1()

Pilha de execução



O que será impresso?



Aplicação – Pilha de execução

1) Pilha de execução de um programa:

<pre>1 void proc1() { 2 printf("1"); 3 proc2(); 4 }</pre>	<pre>1 void proc2(){ 2 proc3(); 3 proc4(); 4 }</pre>	<pre>1 void proc3(){ 2 proc4(); 3 printf("3"); 4 }</pre>	<pre>1 void proc4(){ 2 printf("4"); 3 }</pre>
---	--	--	---

proc2()

proc1()

proc1()

Pilha de execução



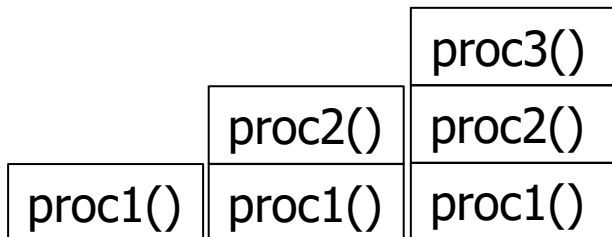
O que será impresso?



Aplicação – Pilha de execução

1) Pilha de execução de um programa:

<pre>1 void proc1() { 2 printf("1"); 3 proc2(); 4 }</pre>	<pre>1 void proc2(){ 2 proc3(); 3 proc4(); 4 }</pre>	<pre>1 void proc3() { 2 proc4(); 3 printf("3"); 4 }</pre>	<pre>1 void proc4() { 2 printf("4"); 3 }</pre>
---	---	---	--



Pilha de execução

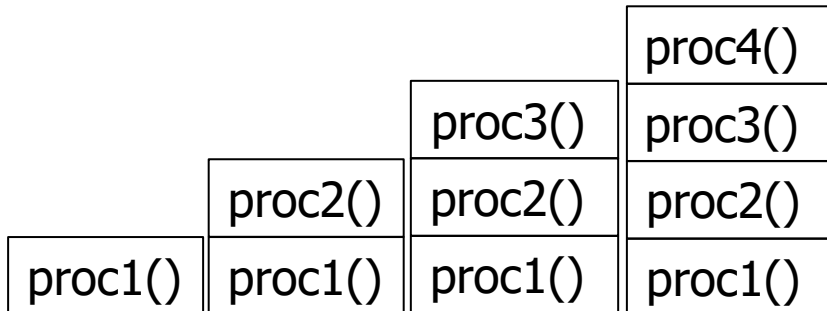
O que será impresso?



Aplicação – Pilha de execução

1) Pilha de execução de um programa:

<pre>1 void proc1() { 2 printf("1"); 3 proc2(); 4 }</pre>	<pre>1 void proc2(){ 2 proc3(); 3 proc4(); 4 }</pre>	<pre>1 void proc3() { 2 proc4(); 3 printf("3"); 4 }</pre>	<pre>1 void proc4() { 2 printf("4"); 3 }</pre>
---	---	--	--



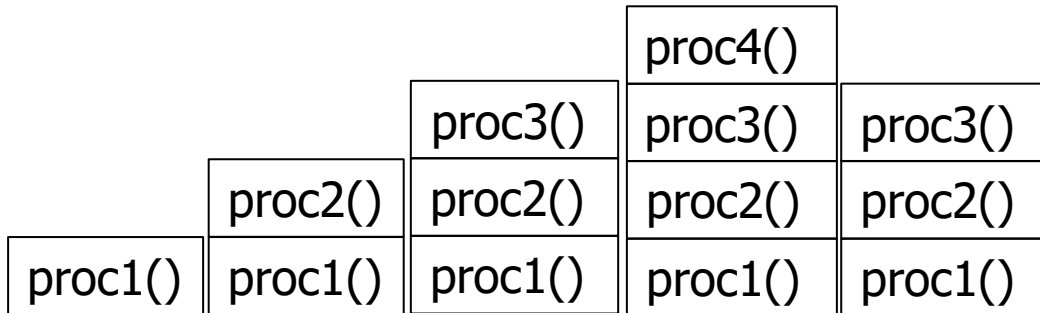
Pilha de execução

O que será impresso?

Aplicação – Pilha de execução

1) Pilha de execução de um programa:

1 void proc1 () { 2 printf ("1"); 3 proc2 (); 4 }	1 void proc2(){ 2 proc3 (); 3 proc4(); 4 }	1 void proc3() { 2 proc4 (); 3 printf ("3"); 4 }	1 void proc4 () { 2 printf ("4"); 3 }
--	--	--	---



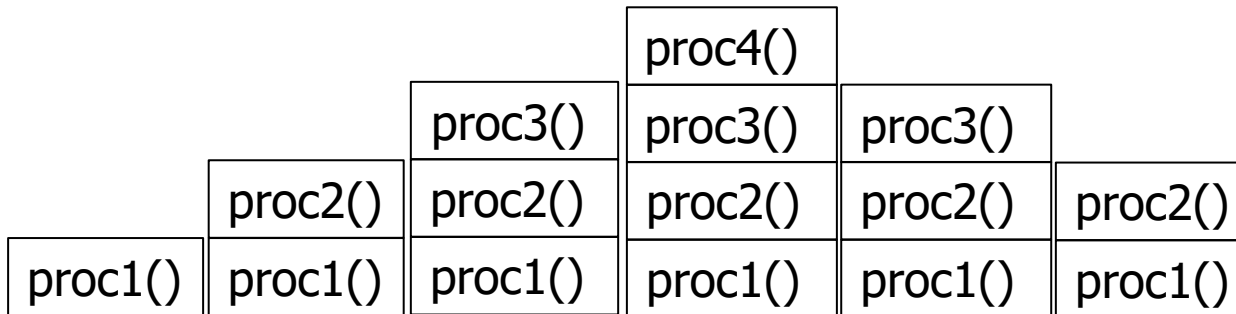
Pilha de execução

O que será impresso?

Aplicação – Pilha de execução

1) Pilha de execução de um programa:

1 void proc1 () { 2 printf ("1"); 3 proc2 (); 4 }	1 void proc2(){ 2 proc3 (); 3 proc4(); 4 }	1 void proc3() { 2 proc4 (); 3 printf ("3"); 4 }	1 void proc4 () { 2 printf ("4"); 3 }
--	--	--	---



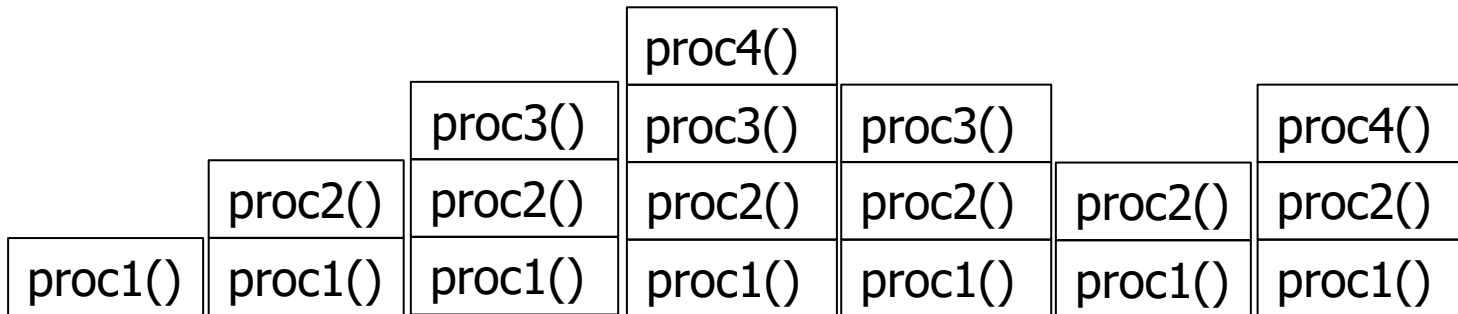
Pilha de execução

O que será impresso?

Aplicação – Pilha de execução

1) Pilha de execução de um programa:

1 void proc1 () { 2 printf("1"); 3 proc2 (); 4 }	1 void proc2(){ 2 proc3 (); 3 proc4 (); 4 }	1 void proc3(){ 2 proc4 (); 3 printf("3"); 4 }	1 void proc4(){ 2 printf("4"); 3 }
---	--	--	--



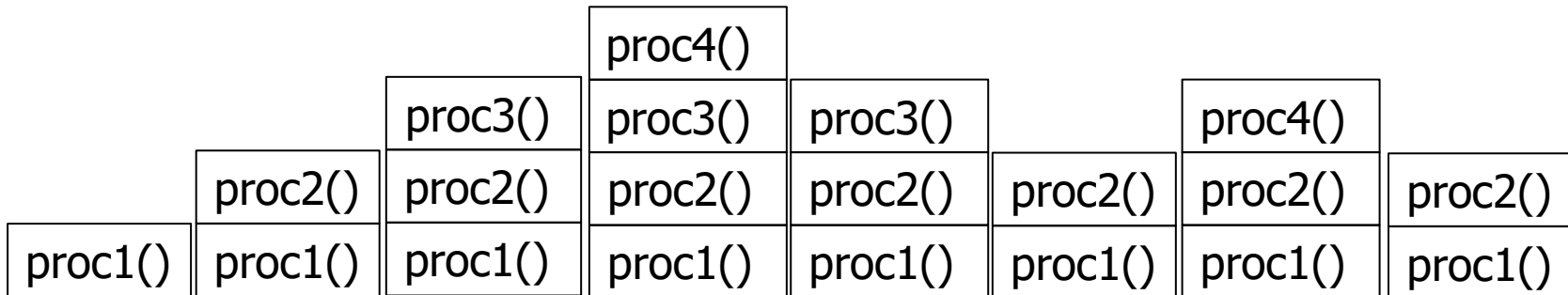
Pilha de execução

O que será impresso?

Aplicação – Pilha de execução

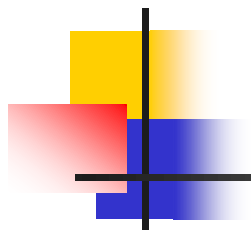
1) Pilha de execução de um programa:

1 void proc1 () { 2 printf("1"); 3 proc2 (); 4 }	1 void proc2(){ 2 proc3 (); 3 proc4 (); 4 }	1 void proc3(){ 2 proc4 (); 3 printf("3"); 4 }	1 void proc4(){ 2 printf("4"); 3 }
---	--	--	--



Pilha de execução

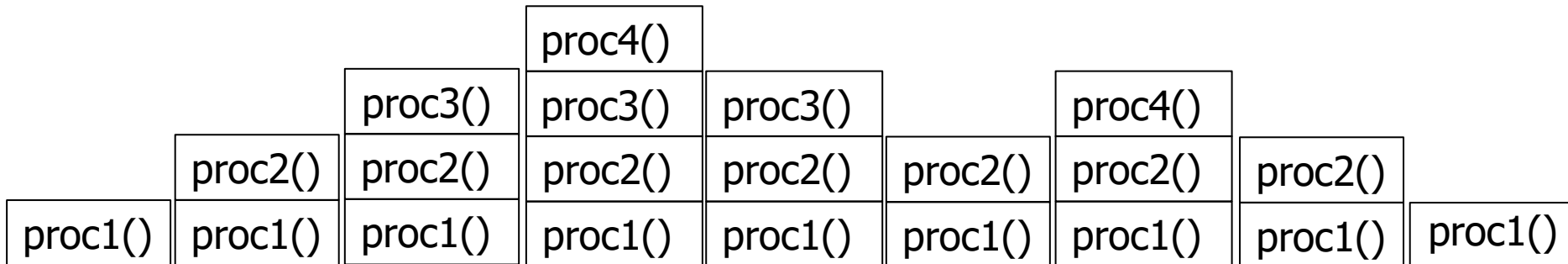
O que será impresso?



Aplicação – Pilha de execução

1) Pilha de execução de um programa:

1 void proc1 () { 2 printf ("1"); 3 proc2 (); 4 }	1 void proc2(){ 2 proc3 (); 3 proc4 (); 4 }	1 void proc3() { 2 proc4 (); 3 printf ("3"); 4 }	1 void proc4 () { 2 printf ("4"); 3 }
--	--	--	---



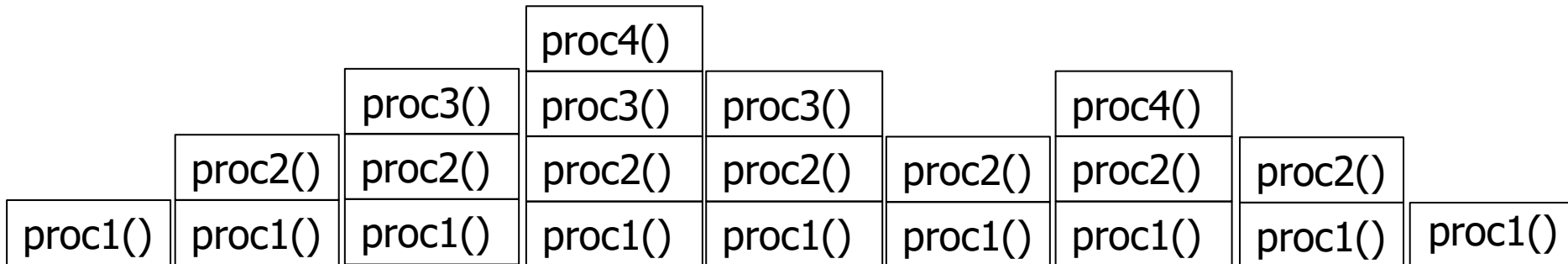
Pilha de execução

O que será impresso?

Aplicação – Pilha de execução

1) Pilha de execução de um programa:

<pre>1 void proc1() { 2 printf("1"); 3 proc2(); 4 }</pre>	<pre>1 void proc2(){ 2 proc3(); 3 proc4(); 4 }</pre>	<pre>1 void proc3(){ 2 proc4(); 3 printf("3"); 4 }</pre>	<pre>1 void proc4(){ 2 printf("4"); 3 }</pre>
---	--	---	---



Pilha de execução

O que será impresso?



Implementação – Lista Encadeada

■ **Acessar topo sem removê-lo**

- Nome da função: stacktop
- Tipo de retorno: <tipo_da_informação>
- Descrição: função responsável por retornar o conteúdo do item que está no topo da pilha sem removê-lo.

■ **Exibir elementos da pilha**

- Tipo de retorno: void
- Descrição: função responsável por imprimir o conteúdo do item que está no topo da pilha e em seguida removê-lo. Essa operação deverá ser repetida até que a pilha fique vazia.



Aplicação – Expressões Aritméticas

2) Avaliação de expressões aritméticas

- *Delimiter Matching* (casamento de delimitadores)
- Nos programas em C temos os seguintes delimitadores:
 - parênteses '(' e ')'
 - colchetes '[' e ']'
 - chaves '{' e '}'
 - comentários '/*' e '*/'



Aplicação – Expressões Aritméticas

- Exemplo de declarações em C com o uso **NÃO** apropriado de delimitadores:

```
/* Comentário de uma linha de código */  
a = a + b (c - d) * (e - f) );  
g[10] = h[i[9]] + (j + k * l;  
while (m < (n[0) + o))  
{  
    p = 7;  
    r = 6;
```



Aplicação – Expressões Aritméticas

- Em algumas declarações há delimitadores aninhados
- Assim, um delimitador só poderá ser casado depois que todos os delimitadores que o seguem também sejam casados.
- Algoritmo para casamento de delimitadores:
 - Lê um caractere a partir de um código fonte
 - Se for um delimitador de abertura, armazena-o numa pilha
 - Se um delimitador de fechamento for encontrado, é comparado com o delimitador no topo da pilha
 - se há casamento, o processo continua,
 - senão há um erro e o processo pára.



Aplicação – Expressões Aritméticas

```
ler caractere ch do arquivo
enquanto (ch != ';' ) ou (nao e fim de arquivo) {
    se ch == '(' ou '[' ou '{'
        push(ch)
    senao
        se ch == ')' ou ']' ou '}'
            se ch e pop() nao se casam, erro!
        senao
            se (ch == '/' e o proximo caractere == '*') {
                pule todos os caracteres ate encontrar o '*/'
                erro se nao encontrar '*/' antes de fim de arquivo
            }
        ler proximo caractere ch a partir de arquivo
    }
se a pilha é vazia, sucesso
senao, erro
```



Aplicação - Notação pós-fixa

→ Notação para expressões aritméticas

– infix = operador entre os operandos $(1-2)*(4+5)$

– posfixa = operador após operandos $1\ 2\ -\ 4\ 5\ +\ *$

– prefixa = operador antes dos operandos $*\ -\ 1\ 2\ +\ 4\ 5$

→ Exemplo:

– calculadora HP científica usa notação posfixa



Aplicação - Notação posfixa

→ Avaliação de expressões aritméticas posfixadas:

- 1) Cada operando é empilhado numa pilha de valores
- 2) Quando se encontra um operador
 - Desempilha-se o número apropriado de operandos;
(dois para operadores binários e um para operadores unários)
 - Realiza-se a operação devida;
 - Empilha-se o resultado.

→ Exemplo:

- Avaliação da expressão $1\ 2\ -\ 4\ 5\ +\ *$

empilhe os valores 1 e 2	1 2 - 4 5 + *	<div>2 1</div>
quando aparece o operador “-”	1 2 - 4 5 + *	
desempilhe 1 e 2		<div></div>
empilhe -1, o resultado da operação (1 - 2)		<div>-1</div>
empilhe os valores 4 e 5	1 2 - 4 5 + *	<div>5 4 -1</div>
quando aparece o operador “+”	1 2 - 4 5 + *	
desempilhe 4 e 5		<div>-1</div>
empilhe 9, o resultado da operação (4+5)		<div>9 -1</div>
quando aparece o operador “*”	1 2 - 4 5 + *	
desempilhe -1 e 9		<div></div>
empilhe -9, o resultado da operação (-1*9)		<div>-9</div>

Fonte: <http://www.inf.puc-rio.br/~inf1620/material/slides/capitulo11.PDF>



Leituras Recomendadas

- DROZDEK, Adam. Estrutura de Dados e Algoritmos em C++. Editora Pioneira Thomson Learning, 2005.
→ Pág. 123 (Pilha)
- TENENBAUM A., LANGSAM Y. e AUGENSTEIN M. J. Estrutura de Dados usando C. Editora Makron, 1995.
→ Pág. 86 (Pilha)
- FEOFILOFF, Paulo. Algoritmos em Linguagem C. Editora Campus, 2009.
→ Pág. 39 (Pilha)